



**INSTITUTO FEDERAL**  
**GOIÁS**  
Câmpus Itumbiara

**MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO**  
**SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA**  
**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE GOIÁS**  
**CÂMPUS ITUMBIARA**  
**COORDENAÇÃO DE ENGENHARIA ELÉTRICA**

**Rosenaldo Campos de Assis**

**ESTUDO COMPARATIVO ENTRE ENSAIOS DE LABORATÓRIO E  
SIMULAÇÕES NO AMBIENTE MATLAB/SIMULINK® DA PARTIDA DO MIT  
UTILIZANDO CONTROLADOR DE TENSÃO TRIFÁSICO (PARTIDA SUAVE)**

Itumbiara  
Fevereiro de 2021



**INSTITUTO FEDERAL**  
Goiás

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA  
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
SISTEMA INTEGRADO DE BIBLIOTECAS

**TERMO DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAÇÃO  
NO REPOSITÓRIO DIGITAL DO IFG - ReDi IFG**

Com base no disposto na Lei Federal nº 9.610/98, AUTORIZO o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, a disponibilizar gratuitamente o documento no Repositório Digital (ReDi IFG), sem ressarcimento de direitos autorais, conforme permissão assinada abaixo, em formato digital para fins de leitura, download e impressão, a título de divulgação da produção técnico-científica no IFG.

**Identificação da Produção Técnico-Científica**

- |                                                                      |                                                         |
|----------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> Tese                                        | <input type="checkbox"/> Artigo Científico              |
| <input type="checkbox"/> Dissertação                                 | <input type="checkbox"/> Capítulo de Livro              |
| <input type="checkbox"/> Monografia – Especialização                 | <input type="checkbox"/> Livro                          |
| <input checked="" type="checkbox"/> TCC - Graduação                  | <input type="checkbox"/> Trabalho Apresentado em Evento |
| <input type="checkbox"/> Produto Técnico e Educacional - Tipo: _____ |                                                         |

Nome Completo do Autor: Rosenaldo Campos de Assis

Matrícula: 20112040070180

Título do Trabalho: ESTUDO COMPARATIVO ENTRE ENSAIOS DE LABORATÓRIO E SIMULAÇÕES NO AMBIENTE MATLAB/SIMULINK® DA PARTIDA DO MIT UTILIZANDO CONTROLADOR DE TENSÃO TRIFÁSICO (PARTIDA SUAVE)

**Autorização - Marque uma das opções**

1. ☒ Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso aberto);
2. ☐ Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG somente após a data \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_ (Embargo);
3. ☐ Não autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso restrito).

Ao indicar a opção **2 ou 3**, marque a justificativa:

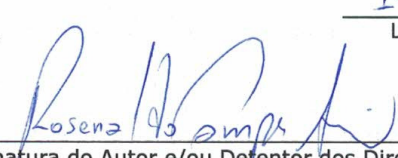
- ☐ O documento está sujeito a registro de patente.  
☐ O documento pode vir a ser publicado como livro, capítulo de livro ou artigo.  
☐ Outra justificativa: \_\_\_\_\_

**DECLARAÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO NÃO-EXCLUSIVA**

O/A referido/a autor/a declara que:

- i. o documento é seu trabalho original, detém os direitos autorais da produção técnico-científica e não infringe os direitos de qualquer outra pessoa ou entidade;
- ii. obteve autorização de quaisquer materiais incluídos no documento do qual não detém os direitos de autor/a, para conceder ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás os direitos requeridos e que este material cujos direitos autorais são de terceiros, estão claramente identificados e reconhecidos no texto ou conteúdo do documento entregue;
- iii. cumpriu quaisquer obrigações exigidas por contrato ou acordo, caso o documento entregue seja baseado em trabalho financiado ou apoiado por outra instituição que não o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás.

Itumbiara, 09/02/21  
Local Data

  
Assinatura do Autor e/ou Detentor dos Direitos Autorais

**Rosenaldo Campos de Assis**

**ESTUDO COMPARATIVO ENTRE ENSAIOS DE LABORATÓRIO E  
SIMULAÇÕES NO AMBIENTE MATLAB/SIMULINK® DA PARTIDA DO MIT  
UTILIZANDO CONTROLADOR DE TENSÃO TRIFÁSICO (PARTIDA SUAVE)**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Banca Examinadora do Curso de Bacharelado em Engenharia Elétrica, em cumprimento às exigências legais como requisito parcial à obtenção do título de Engenheiro Eletricista.

Prof. Marcos Antônio Arantes de Freitas, Dr. (IFG) –  
Orientador

Prof. Ghunter Paulo Viajante, Dr. (IFG) – Co-orientador

Itumbiara  
Fevereiro de 2021

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)**

A848e

Assis, Rosenaldo Campos de

Estudo comparativo entre ensaios de laboratório e simulações no ambiente Matlab/Simulink da partida do MIT utilizando controlador de tensão trifásico (partida suave). / Rosenaldo Campos de Assis. – Itumbiara, 2021.

104 p. : il. color.

Trabalho de conclusão de curso (Bacharelado em Engenharia Elétrica) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, Câmpus Itumbiara, 2021.

Orientador: Prof. Dr. Marcos Antônio Arantes de Freitas

Coorientador: Prof. Dr. Ghunter Paulo Viajante

1. Máquinas elétricas. 2. Motores elétricos de indução. 3. Motores elétricos.

I. Título. II. Freitas, Marcos Antônio Arantes de. III. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás.

CDD 621.31



**INSTITUTO FEDERAL**  
Goiás

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA  
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE GOIÁS  
CÂMPUS ITUMBIARA

## TERMO DE APROVAÇÃO

**TÍTULO:** Estudo Comparativo entre Ensaios de Laboratório e Simulações no Ambiente Matlab/Simulink® da Partida do MIT Utilizando Controlador de Tensão Trifásico (Partida Suave).

**AUTOR:** Rosenaldo Campos de Assis.

**ORIENTADOR:** Marcos Antônio Arantes de Freitas.

Aprovado como parte das exigências para obtenção do diploma de Engenheiro Eletricista, do Instituto Federal de Goiás, Câmpus Itumbiara.

Itumbiara, 02 de fevereiro de 2021.

Marcos Antônio Arantes de Freitas

Instituto Federal de Goiás, Câmpus Itumbiara.

Eric Nery Chaves

Instituto Federal de Goiás, Câmpus Itumbiara.

Ghunter Paulo Viajante

Instituto Federal de Goiás, Câmpus Itumbiara.

Documento assinado eletronicamente por:

- Ghunter Paulo Viajante, PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLÓGICO, em 04/02/2021 21:15:25.
- Eric Nery Chaves, PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLÓGICO, em 04/02/2021 14:41:45.
- Marcos Antonio Arantes de Freitas, PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLÓGICO, em 03/02/2021 11:37:36.

Este documento foi emitido pelo SUAP em 31/01/2021. Para comprovar sua autenticidade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse <https://suap.ifg.edu.br/autenticar-documento/> e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 127067

Código de Autenticação: 0d7c4b211b



## DEDICATÓRIA

*Dedico este trabalho em primeiro lugar a Deus, que me deu saúde e forças para superar todos os momentos difíceis a que eu me deparei ao longo da minha graduação, à minha esposa e ao meu filho por compreenderem as várias horas em que estive ausente e por estarem ao meu lado em todos os momentos. Aos meus pais e a minha irmã pelo apoio e incentivo que serviram de alicerce para as minhas realizações.*

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço aos meus colegas de trabalho, por toda a ajuda e apoio durante este período tão importante da minha formação acadêmica.

Deixo um agradecimento especial ao meu orientador e ao meu co-orientador pelo incentivo e pela dedicação do seu escasso tempo ao meu projeto de pesquisa.

Também quero agradecer ao Instituto Federal de Goiás e a todos os professores do meu curso pela elevada qualidade do ensino oferecido.

## RESUMO

Este trabalho aborda uma análise em relação à chave de suavização de partida chamada Soft-Starter. Faz-se uma comparação entre dados obtidos em uma simulação computacional e um acionamento em bancada de laboratório. Observa-se neste projeto que o modelo simulado tem validade e pode ser utilizado para realização de testes, dimensionamento de sistemas e aproveitamento em aulas práticas, contribuindo com o aprendizado, melhorando o entendimento dos alunos, ou até mesmo instigando-os, com o objetivo de uma melhor compreensão em máquinas elétricas.

**Palavras-chave:** Acionamento de motores, Soft-Starter, Motor de Indução Trifásico, Simulação Computacional.

## **ABSTRACT**

This paper deals with an analysis regarding the soft starter key called Soft-Starter. A comparison is made between data obtained in a computer simulation and a laboratory bench drive. It is observed in this project that the simulated model has validity and can be used for testing, design systems and use in practical classes, contributing to learning, improving students' understanding, or even instigating them, with the objective better understanding of electrical machines.

**Keywords:** Motor Starter, Soft-Starter, Three-Phase Induction Motor, Computer Simulation.

## LISTA DE FIGURAS

|             |                                                                                                    |    |
|-------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 2.1  | Motor de Indução Trifásico .....                                                                   | 19 |
| Figura 2.2  | Motor de Indução Trifásico do tipo (a) rotor em gaiola de esquilo e (b) rotor bobinado .....       | 20 |
| Figura 2.3  | Gráfico Conjugado x Velocidade.....                                                                | 21 |
| Figura 2.4  | Gráfico Conjugado x Velocidade em função das categorias dos motores.....                           | 22 |
| Figura 2.5  | Gráfico do comportamento da corrente de partida.....                                               | 23 |
| Figura 2.6  | Gráfico $I/I_n$ x $N/N_s$ .....                                                                    | 23 |
| Figura 3.1  | Diagramas de (a) força e (b) comando para partida direta de MITs .....                             | 26 |
| Figura 3.2  | Diagramas de (a) força e (b) comando para partida com reversão.....                                | 27 |
| Figura 3.3  | Comparativo entre a corrente de partida para a partida direta e com a chave estrela-triângulo..... | 28 |
| Figura 3.4  | Diagramas de (a) força e (b) comando para partida com chave estrela-triângulo.....                 | 29 |
| Figura 3.5  | Diagramas de (a) força e (b) comando para partida com chave compensadora.....                      | 30 |
| Figura 3.6  | Esquema de um inversor de frequência.....                                                          | 32 |
| Figura 3.7  | Ponte retificadora trifásica conectada a uma carga resistiva.....                                  | 32 |
| Figura 3.8  | Esquema de uma ponte H.....                                                                        | 33 |
| Figura 3.9  | Lógica de controle aplicada aos transistores de um inversor.....                                   | 33 |
| Figura 3.10 | Sinal na carga.....                                                                                | 34 |
| Figura 3.11 | Diagrama de tempo.....                                                                             | 35 |
| Figura 3.12 | Obtenção do sinal de saída.....                                                                    | 35 |
| Figura 3.13 | Esquema básico de funcionamento da chave soft-starter.....                                         | 37 |
| Figura 3.14 | Comportamento da onda de tensão.....                                                               | 38 |

|              |                                                                                            |    |
|--------------|--------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 3.15  | Diagrama da chave soft-starter.....                                                        | 41 |
| Figura 3.16  | Rampa de aceleração da soft-starter.....                                                   | 42 |
| Figura 3.17  | Rampa de desaceleração da soft-starter.....                                                | 43 |
| Figura 3.18  | Atuação do Limitador de Corrente.....                                                      | 44 |
| Figura 3.19  | Comparação entre as correntes de acionamento direto e utilizando chaves de suavização..... | 46 |
| Figura 3.20  | MIT VOGES VTOP 90L.....                                                                    | 47 |
| Figura 4. 1  | Diagrama de blocos utilizado para simulação da soft-stater.....                            | 48 |
| Figura 4. 2  | Componentes do bloco Fonte Trifásica.....                                                  | 49 |
| Figura 4. 3  | Componentes do bloco Controlador.....                                                      | 49 |
| Figura 4. 4  | Geração de pulsos de disparo para tiristores – Fase A.....                                 | 50 |
| Figura 4. 5  | Tensão de entrada Bloco Circ Disp Tiristor – Fase A.....                                   | 51 |
| Figura 4. 6  | Detecção da passagem por zero.....                                                         | 51 |
| Figura 4. 7  | Sinal dente de serra sincronizado com a rede.....                                          | 52 |
| Figura 4. 8  | Deslocamento do sinal dente de serra no eixo y.....                                        | 52 |
| Figura 4. 9  | Degrau unitário gerado a partir do sinal dente de serra.....                               | 53 |
| Figura 4. 10 | Ajuste do ângulo de disparo dos tiristores.....                                            | 53 |
| Figura 4. 11 | Degrau unitário gerado a partir do sinal dente de serra.....                               | 54 |
| Figura 4. 12 | Trem de pulsos de alta frequência.....                                                     | 55 |
| Figura 4. 13 | Bloco Chaves Estáticas – Soft-Starter.....                                                 | 55 |
| Figura 4. 14 | Modelo do MIT no ambiente Simulink.....                                                    | 56 |
| Figura 4. 15 | Tela para preenchimento dos parâmetros do motor.....                                       | 59 |
| Figura 4. 16 | Pulsos de disparo dos Tiristores.....                                                      | 59 |
| Figura 4. 17 | Variação do ALFA no tempo.....                                                             | 60 |
| Figura 4. 18 | Curva de tensão – Fase A.....                                                              | 60 |
| Figura 4. 19 | Curva de tensão RMS – Fase A.....                                                          | 61 |

|              |                                                                                                                      |    |
|--------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 4. 20 | Curva de tensão com “zoom” no instante da partida – Fase A.....                                                      | 61 |
| Figura 4. 21 | Curva de tensão com “zoom” no instante da partida – Fase A.....                                                      | 61 |
| Figura 4. 22 | Curva de tensão após o tempo ajustado na rampa de aceleração.....                                                    | 62 |
| Figura 4. 23 | Curva de corrente de fase – Fase A.....                                                                              | 62 |
| Figura 4. 24 | Curva de corrente RMS – Fase A.....                                                                                  | 62 |
| Figura 4. 25 | Curvas de corrente com “zoom” no instante da partida – Fase A.....                                                   | 63 |
| Figura 4. 26 | Curvas de corrente com “zoom” logo após o instante de partida.....                                                   | 63 |
| Figura 4. 27 | Curvas de corrente após o tempo ajustado na rampa de aceleração – Fase A.....                                        | 63 |
| Figura 5. 1  | Disjuntor Tripolar de 10A.....                                                                                       | 65 |
| Figura 5. 2  | Disjuntor Bipolar de 6A.....                                                                                         | 65 |
| Figura 5. 3  | Contator.....                                                                                                        | 66 |
| Figura 5. 4  | Botões de comando de partida e parado do motor.....                                                                  | 67 |
| Figura 5. 5  | Motor.....                                                                                                           | 68 |
| Figura 5. 6  | SSW-05 instalada em bancada didática.....                                                                            | 68 |
| Figura 5. 7  | Forma de rampa de aceleração do MIT durante a partida através da soft-starter.....                                   | 69 |
| Figura 5. 8  | Diagrama Elétrico de Ligação.....                                                                                    | 71 |
| Figura 5. 9  | Montagem para registro das curvas de tensão e corrente no momento de partida do MIT utilizando uma soft-starter..... | 72 |
| Figura 5. 10 | Curva de tensão de fase – Fase A.....                                                                                | 73 |
| Figura 5. 11 | Tensão de fase do MIT com “zoom” nos instantes iniciais da partida – Fase A.....                                     | 73 |
| Figura 5. 12 | Tensão de fase RMS – Fase A.....                                                                                     | 74 |
| Figura 5. 13 | Curva de corrente de fase – Fase A.....                                                                              | 74 |
| Figura 5. 14 | Corrente de fase do MIT com “zoom” nos instantes iniciais da partida –                                               | 75 |

|                                                                                                                                            |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Fase A.....                                                                                                                                |    |
| Figura 5. 15 Tensão de fase do MIT em um instante de tempo aproximadamente igual a 5s após o início da partida – Fase A.....               | 75 |
| Figura 5. 16 Tensão de fase do MIT com “zoom” em um instante de tempo aproximadamente igual a 5s após o início da partida – Fase A.....    | 76 |
| Figura 5. 17 Corrente de fase do MIT em um instante de tempo aproximadamente igual a 5s após o início da partida – Fase A.....             | 76 |
| Figura 5. 18 Corrente de fase do MIT com “zoom” em um instante de tempo aproximadamente igual a 5s após o início da partida – Fase A.....  | 77 |
| Figura 5. 19 Tensão de fase do MIT em um instante de tempo aproximadamente igual a 10s após o início da partida – Fase A.....              | 77 |
| Figura 5. 20 Tensão de fase do MIT com “zoom” em um instante de tempo aproximadamente igual a 10s após o início da partida – Fase A.....   | 78 |
| Figura 5. 21 Corrente de fase do MIT em um instante de tempo aproximadamente igual a 10s após o início da partida – Fase A.....            | 78 |
| Figura 5. 22 Corrente de fase do MIT com “zoom” em um instante de tempo aproximadamente igual a 10s após o início da partida – Fase A..... | 79 |
| Figura 5. 23 Tensão de linha do MIT em um instante de tempo aproximadamente igual a 20s após o início da partida – Fase A.....             | 79 |
| Figura 5. 24 Tensão de linha do MIT com “zoom” em um instante de tempo aproximadamente igual a 20s após o início da partida.....           | 80 |
| Figura 5. 25 Corrente de fase do MIT em um instante de tempo aproximadamente igual a 20s após o início da partida – Fase A.....            | 80 |
| Figura 5. 26 Corrente de fase do MIT com “zoom” em um instante de tempo aproximadamente igual a 20s após o início da partida – Fase A..... | 81 |

## LISTA DE TABELAS

|            |                                                |    |
|------------|------------------------------------------------|----|
| Tabela 3.1 | Sequência do chaveamento trifásico.....        | 34 |
| Tabela 4.1 | Dados do MIT.....                              | 58 |
| Tabela 5.1 | Dados do MIT.....                              | 67 |
| Tabela 5.2 | Características do modelo da soft-starter..... | 69 |
| Tabela 5.3 | Parâmetros configurados na soft-starter.....   | 70 |

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

|       |                                                                  |
|-------|------------------------------------------------------------------|
| CA    | Corrente Alternada                                               |
| CC    | Corrente Contínua                                                |
| MIT   | Motor de Indução Trifásico                                       |
| RPM   | Rotações por Minuto                                              |
| ND    | Norma de Distribuição                                            |
| CELG  | Companhia Energética de Goiás                                    |
| ENEL  | Ente Nazionale per L'Energia Elétrica (multinacional italiana)   |
| CV    | Cavalo-Vapor                                                     |
| NA    | Normalmente Aberto                                               |
| NF    | Normalmente Fechado                                              |
| SCR   | Silicon Controlled Rectifier (Retificador Controlado de Silício) |
| TRIAC | Triode for Alternating Current (Triodos para Corrente Alternada) |

## LISTA DE SÍMBOLOS

® Marca Registrada

## SUMÁRIO

|            |                                                            |           |
|------------|------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b>   | <b>INTRODUÇÃO .....</b>                                    | <b>14</b> |
| <b>1.1</b> | <b>Considerações Iniciais.....</b>                         | <b>14</b> |
| <b>1.2</b> | <b>Justificativa.....</b>                                  | <b>14</b> |
| <b>1.3</b> | <b>Estrutura do Trabalho.....</b>                          | <b>16</b> |
| <b>2</b>   | <b>MOTORES ELÉTRICOS.....</b>                              | <b>17</b> |
| <b>2.1</b> | <b>Tipos de Motores Elétricos .....</b>                    | <b>17</b> |
| <b>2.2</b> | <b>Princípio de Funcionamento do Motor de Indução.....</b> | <b>18</b> |
| 2.2.1      | Aspectos Construtivos.....                                 | 18        |
| 2.2.2      | Conceitos Básicos.....                                     | 20        |
| 2.2.2.1    | <i>Conjugado Mecânico.....</i>                             | <i>21</i> |
| 2.2.2.2    | <i>Corrente de Partida.....</i>                            | <i>23</i> |
| <b>3</b>   | <b>PARTIDA DE MOTORES ELÉTRICOS .....</b>                  | <b>25</b> |
| <b>3.1</b> | <b>Partida Direta.....</b>                                 | <b>25</b> |
| <b>3.2</b> | <b>Chave Reversora.....</b>                                | <b>27</b> |
| <b>3.3</b> | <b>Chave Estrela-Triângulo.....</b>                        | <b>28</b> |
| <b>3.4</b> | <b>Chave Compensadora.....</b>                             | <b>30</b> |
| <b>3.5</b> | <b>Inversor de Frequência.....</b>                         | <b>31</b> |
| 3.5.1      | Modulação PWM.....                                         | 35        |
| 3.6.1      | Tipos de inversores.....                                   | 36        |
| <b>3.6</b> | <b>Soft-Starter.....</b>                                   | <b>36</b> |
| 3.6.1      | Controle da soft-starter.....                              | 37        |
| 3.6.2      | Princípio de Funcionamento.....                            | 40        |
| 3.6.3      | Características e Funções.....                             | 42        |
| 3.6.3.1    | <i>Rampa de Tensão de Aceleração.....</i>                  | <i>42</i> |
| 3.6.3.2    | <i>Rampa de Tensão na Desaceleração.....</i>               | <i>43</i> |
| 3.6.3.3    | <i>Limitação de Corrente.....</i>                          | <i>43</i> |
| 3.6.3.4    | <i>Proteções.....</i>                                      | <i>44</i> |
| 3.6.4      | Aplicações.....                                            | 45        |
| 3.6.5      | Dimensionamento.....                                       | 45        |
| <b>3.7</b> | <b>Comparação entre as Chaves de Partida.....</b>          | <b>46</b> |

|            |                                                                                                 |           |
|------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>4</b>   | <b>SIMULAÇÃO NO AMBIENTE MATLAB/SIMULINK® DA PARTIDA DE UM MIT UTILIZANDO SOFT STARTER.....</b> | <b>48</b> |
| <b>5</b>   | <b>RESULTADOS EXPERIMENTAIS DA PARTIDA DE UM MIT UTILIZANDO SOFT-STARTER.....</b>               | <b>65</b> |
| <b>5.1</b> | <b>Materiais.....</b>                                                                           | <b>65</b> |
| 5.1.1      | Disjuntor.....                                                                                  | 65        |
| 5.1.2      | Contator Tripolar.....                                                                          | 66        |
| 5.1.3      | Botões de comando.....                                                                          | 66        |
| 5.1.4      | Motor trifásico.....                                                                            | 67        |
| 5.1.5      | Soft-Starter.....                                                                               | 68        |
| 5.1.6      | Diagramas elétricos.....                                                                        | 71        |
| 5.1.7      | Analizador de qualidade de energia.....                                                         | 71        |
| <b>6</b>   | <b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>                                                                | <b>82</b> |
| <b>6.1</b> | <b>Sugestões para Trabalhos Futuros.....</b>                                                    | <b>82</b> |
|            | <b>REFERÊNCIAS .....</b>                                                                        | <b>84</b> |
|            | <b>Anexo A – Modelagem Matemática do Motor de Indução Trifásico..</b>                           | <b>86</b> |

## **CAPÍTULO 1**

### **INTRODUÇÃO**

#### **1.1 Considerações Iniciais**

O desenvolvimento de técnicas de controle para os motores de corrente alternada possibilitou sua empregabilidade em quase todos os tipos de aplicação. Como os motores de corrente contínua possuem custo de fabricação e manutenção elevados, por questões financeiras, faz-se a opção pela utilização de motores CA na grande maioria das instalações industriais (Franchi, 2008).

A partida de um motor de indução trifásico (MIT) depende do torque eletromagnético, que é produzido da interação entre o fluxo produzido pelo estator e a corrente induzida no rotor. Devido à inércia do rotor, a corrente de partida do motor tende a ser elevada, já que o torque eletromagnético precisa ser maior que o torque mecânico da carga, para que haja movimento do rotor (Amaral, 2014).

Segundo Brito (2007) para iniciar o movimento de motores de indução trifásico do tipo gaiola de esquilo, os mais utilizados na indústria, é necessário uma corrente de partida em torno de 4 a 10 vezes maior que corrente nominal do motor. Esse elevado valor de corrente, quando relacionado a motores de maiores proporções, pode acarretar em danos a rede elétrica como queda de tensões temporárias, provocando desgaste a outras máquinas ligadas a rede, e ao próprio motor.

#### **1.2 Justificativa**

Uma das estratégias para controlar a partida de motores é utilizar a chamada partida suave conhecida como Soft Starter, que é um sistema microprocessado projetado para fornecer uma aceleração progressiva para motores de indução, com consequente redução da corrente de partida. Quando motores são acionados de forma direta ou pelo método estrela-triângulo, correntes potencialmente danosas e picos de torque são gerados, resultando em distúrbios na

operação (Kosow, 1996). Tais distúrbios podem ser evitados através do método de partida suave que apresenta uma menor exigência da rede de fornecimento de energia elétrica, onde o motor se encontra conectado.

O método de partida suave é realizado por um dispositivo eletrônico capaz de realizar o controle da aceleração, desaceleração e proteção de motores de indução trifásicos. Além de propiciar uma maior proteção à rede elétrica durante a partida.

A proteção ocorre através da redução da tensão aplicada ao motor, que é feita a partir do ajuste do ângulo de disparo de tiristores SCR (Retificador Controlado de Silício). Com o ajuste é possível evitar correntes elétricas elevadas e golpes durante a partida, suavizando a movimentação da carga, que por consequência minimiza os efeitos negativos no sistema, elevando sua vida útil (Azevedo e Mendes, 2008).

De acordo com Rosa (2003), as Soft-Starters estão cada vez mais populares devido à necessidade de tecnologias confiáveis. Usam-se microprocessadores, possibilitando inúmeras formas de programação e a facilidade de operação, a Soft-Starter se popularizou na indústria em diversas aplicações.

Outro assunto amplamente abordado neste trabalho está relacionado à simulação computacional.

Com o avanço da tecnologia, computadores se tornaram cada vez mais acessíveis e houve um grande avanço no desenvolvimento de softwares de controle e simuladores, dando início a uma nova Era na indústria.

Hoje, diante da Quarta Revolução Industrial, pode-se dizer que a simulação computacional é uma das ferramentas de análise mais poderosas e versáteis para estudo, desenvolvimento de projetos e otimização de sistemas.

Dentro desse contexto e com o objetivo de dar um enfoque teórico/prático mais aprofundado a assuntos abordados em várias das disciplinas presentes no curso de Engenharia Elétrica, surge a proposta do desenvolvimento de um estudo comparativo entre dados obtidos em experimento envolvendo a partida de um Motor de Indução Trifásico, utilizando uma chave de suavização de partida (soft-starter), e os dados obtidos em uma simulação computacional para avaliar a precisão do modelo matemático computacional e dos dados simulados.

Espera-se que o estudo desenvolvido possa resultar numa ferramenta para o ensino nas disciplinas ligado às áreas de máquinas elétricas, acionamentos elétricos

e eletrônica de potência, seja para os cursos técnicos e/ou engenharias, servindo também, como base para o desenvolvimento de futuros trabalhos na área.

### **1.3 Estrutura do Trabalho**

O presente trabalho está organizado e dividido em 6 capítulos, conforme descrito a seguir:

- Capítulo 1 – Introdução, que aborda genericamente os conceitos de evolução da indústria tecnológica.
- Capítulo 2 – Motores elétricos, que apresenta os tipos mais comuns de motores elétricos e enfatiza as características dos Motores de Indução Trifásicos, objetos de estudo deste projeto.
- Capítulo 3 – Partidas de motores elétricos, que mostra o comportamento dos MITs durante os instantes da sua partida, e formas de suavizar os impactos deste evento na rede à qual o motor está conectado. Enfatiza-se neste capítulo as características da chave soft-starter, que foi escolhida para este experimento.
- Capítulo 4 – Simulação no ambiente MatLab/Simulink<sup>®</sup> da partida de um MIT utilizando soft-starter, onde são apresentados os resultados obtidos na simulação computacional.
- Capítulo 5 – Resultados experimentais da partida de um MIT utilizando soft-starter, onde são apresentados o procedimento experimental e os resultados obtidos.
- Capítulo 6 – Considerações Finais, que contém as conclusões do experimento e sugestões para trabalhos futuros.

## CAPÍTULO 2

### MOTORES ELÉTRICOS

#### 2.1 Tipos de Motores Elétricos

O motor elétrico é uma máquina capaz de transformar energia elétrica, relacionada com tensão e corrente, em energia mecânica, relacionada com torque e rotação, através da variação de um campo eletromagnético que faz com que um eixo posicionado no centro deste campo seja arrastado em movimento rotacional.

Há uma grande variedade de motores, e podemos classificá-los, em função de sua tensão de alimentação, em dois grandes grupos: motores de corrente alternada (CA) e motores de corrente contínua (CC).

Os motores de corrente contínua (CC) permitem variar a velocidade de operação, mantendo o conjugado constante, e são utilizados para cargas em que se faz necessário um controle rigoroso de velocidade (Mamede, 2017).

Este tipo de motor apresenta como desvantagem a presença de comutadores que aumentam as perdas de energia da máquina, possuem alto momento de inércia, são maiores e possuem limitações construtivas devidas a efeitos de faiscamento.

Os motores de corrente alternada (CA), por sua vez, possuem aspectos construtivos mais simples que os motores CC, vida útil longa, e custo reduzido de aquisição e manutenção.

O desenvolvimento de técnicas de controle para os motores de corrente alternada possibilitou sua empregabilidade em quase todos os tipos de aplicação. Como os motores de corrente contínua possuem custo de fabricação e manutenção elevados, por questões financeiras, faz-se a opção pela utilização de motores CA na grande maioria das instalações industriais (Franchi, 2008).

No grupo de motores que operam em corrente alternada, divide-se ainda outros dois grandes grupos, agora tratando-se de sua velocidade de operação. São estes os motores síncronos e assíncronos, sendo os últimos, também conhecidos como motores de indução.

Os motores síncronos são máquinas que operam com velocidade fixa, proporcional à frequência da rede de alimentação e ao número de polos do motor. O estator deste tipo de motor cria o campo girante que arrasta o campo estacionário do rotor, produzindo torque no eixo com a mesma velocidade do campo girante.

Entretanto, a velocidade invariável, em regime permanente, dos motores síncronos, independente do carregamento, também é uma de suas desvantagens, e faz com que as suas aplicações sejam restritas. Estes motores apresentam ainda dificuldades em relação ao seu mecanismo de partida, para os campos entrarem em sincronismo, e estarem operacionais, exigindo manutenção constante.

Os motores assíncronos, por serem robustos e de custo reduzido, são os motores mais utilizados na indústria. Da mesma forma que os motores que operam em velocidade síncrona, os motores de indução possuem um campo girante nesta velocidade, mas que ao ser aplicado o conjugado externo ao motor, a velocidade do rotor sofre uma redução à medida que produz um conjugado eletromagnético oposto ao aplicado externamente. Essa diferença entre as velocidades do campo girante e do rotor é denominada escorregamento.

Os motores de indução trifásicos (MIT) constituem cerca de 90% das cargas de motores elétricos instalados nas indústrias (FEIT/ENDESA, 2009), e justifica-se, portanto, todos os esforços para contribuir com o melhoramento de seus aspectos construtivos e funcionais.

## **2.2 Princípio de Funcionamento dos Motores de Indução**

### **2.2.1 Aspectos Construtivos**

Os motores de indução trifásicos podem ser alimentados a 3 fios ou 4 com neutro, com tensões defasadas em  $120^\circ$  elétricos. Conforme será demonstrado adiante, sua velocidade depende da frequência da rede e do número de polos em seu estator.

O estator é a parte fixa do motor, e é constituída, de acordo com (Mamede, 2017), por uma carcaça resistente, que suporta todas as partes fixas e móveis da máquina; por um núcleo composto por chapas magnéticas; e por

enrolamentos, constituídos de material condutor isolado e conectados à rede de alimentação.

A parte móvel do motor é chamada de rotor, e é composta por um eixo, que transmite a potência mecânica gerada a uma carga; por um núcleo de chapas magnéticas; e, a depender do tipo de MIT, por barras e anéis de curto circuito ou enrolamentos.

Os motores de indução ainda possuem outros componentes que auxiliam sua operação (Figura 2.1), como ventiladores, rolamentos, terminais de conexão e as tampas de proteção da carcaça.

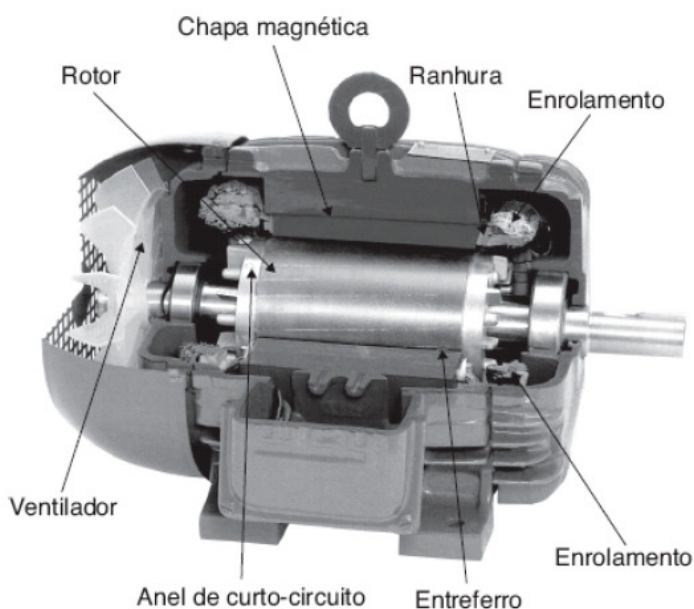


Figura 2.1 – Motor de Indução Trifásico  
(FONTE: MAMEDE, 2017)

Os rotores que são posicionados no interior do estator podem ser de dois tipos, conforme mencionado anteriormente. Os rotores formados por barras e anéis são chamados de gaiola de esquilo, e essas barras condutoras são posicionadas dentro das ranhuras na superfície do rotor e curto-circuitadas nas duas extremidades por anéis de curto-circuito.

O outro tipo de construção dos rotores é chamado de rotor bobinado, e é constituído por enrolamentos, semelhantes aos do estator. Os enrolamentos são conectados em estrela e suas terminações são conectadas aos anéis deslizantes do rotor. O curto circuito entre os anéis é realizado através de escovas apoiadas nos

anéis deslizantes. Os motores de rotor bobinado, entretanto são de custo mais elevado, pois estas escovas e anéis deslizantes se desgastam e aumentam a demanda por manutenção deste tipo de construção.

A Figura 2.2 apresenta os dois tipos construção dos rotores em motores de indução trifásicos.

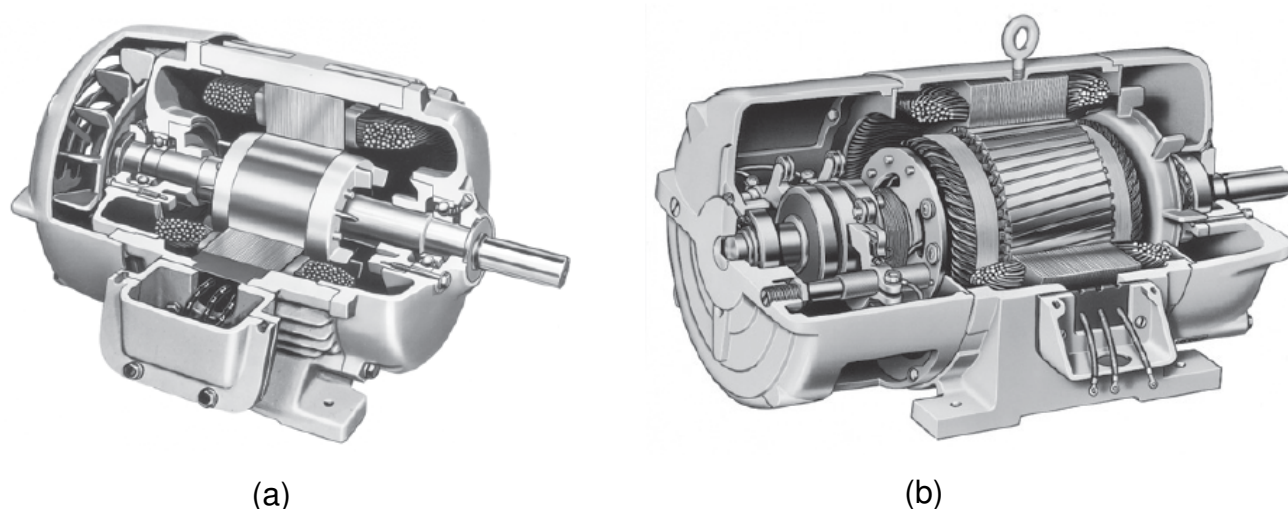


Figura 2.2 – Motor de Indução Trifásico do tipo (a) rotor em gaiola de esquilo e (b) rotor bobinado.  
(FONTE: CHAPMAN, 2013)

### 2.2.2 Conceitos Básicos

Os motores de indução trifásicos podem ser alimentados a 3 fios ou 4 com neutro, com tensões defasadas em  $120^\circ$  elétricos. A defasagem angular entre as três tensões, somada ao posicionamento dos enrolamentos no estator do motor, forma um campo magnético girante que possui uma velocidade angular chamada de velocidade síncrona, que é definida pela quantidade de polos criados pelos enrolamentos, e pela frequência de operação da rede de alimentação.

Este campo magnético girante atravessa o entreferro do motor e excita a massa rotórica induzindo forças eletromotrizes. O fluxo de corrente que circula pelo rotor, uma vez que este é curto circuitado em suas extremidades, induz um campo magnético que interage com o campo magnético girante do estator e arrasta o rotor no sentido desse campo, produzindo um conjugado eletromecânico.

A velocidade de rotação do campo magnético é dada por:

$$\eta_s = \frac{120 * f}{p} \quad (2.1)$$

onde  $\eta_s$  é a velocidade síncrona, dada em rotações por minuto, rpm;  $f$  é a frequência da rede de alimentação, em Hz; e  $p$  é a quantidade de polos do motor.

Os fluxos magnéticos tanto do estator quanto do rotor, de acordo com (CHAPMAN, 2013) giram à velocidade síncrona, enquanto o rotor gira a uma velocidade ligeiramente menor. Se o rotor girasse na mesma velocidade dos campos magnéticos, não haveria conjugado. Reforça-se que se houver necessidade de rotação constante à velocidade síncrona, deve-se utilizar motores do tipo síncrono.

A diferença entre a velocidade síncrona e a velocidade real do rotor é definida como escorregamento, conforme citado anteriormente, é expressa em uma base por unidade ou porcentagem, e é definida como:

$$s = \frac{\eta_s - \eta_m}{\eta_s} (x100\%) = \frac{w_s - w_m}{w_s} (x100\%) \quad (2.2)$$

onde  $\eta_m$  é a velocidade do rotor em rpm, e  $w_s$  e  $w_m$  são as velocidades angulares síncrona e do motor expressas em radianos por segundo.

Mesmo em motores cujas velocidades máximas são semelhantes, suas características de operação, incluindo a corrente de partida, podem variar significativamente. Em geral, a corrente de partida de um MIT pode variar de 5 a 10 vezes a corrente nominal, enquanto o torque de rotor bloqueado, pode variar de 70 a 250 % do torque nominal (MAMEDE, 2017).

As características de tensão, corrente e torques máximos formam o conjunto de parâmetros limitadores de uma partida com tensão.

### 2.2 2.1 Conjugado mecânico

O conjugado mecânico, também conhecido como torque, é a medida do esforço de rotação do eixo do motor, e depende da interação entre os campos do estator e do rotor.

Conforme mencionado anteriormente, o motor de indução tem conjugado nulo se o seu rotor atingir a velocidade síncrona. Quando a carga no eixo do motor sofre variações, o escorregamento e a velocidade de rotação acompanham estas mudanças.

O conjugado eletromecânico está relacionado à potência desenvolvida pela máquina, de modo que potência desenvolvida dependerá do conjugado que o motor é capaz de oferecer e da velocidade necessária para movimentar esta carga.

Definido em diversas fases do acionamento, podemos analisar o torque em condições de partida, chamado conjugado de arranque ou rotor bloqueado, que geralmente apresenta um valor elevado para que seja possível que carga saia da inércia e o rotor atinja a velocidade de regime permanente; e o conjugado nominal, que é desenvolvido em condições de tensão e frequências nominais, produzindo a potência nominal.

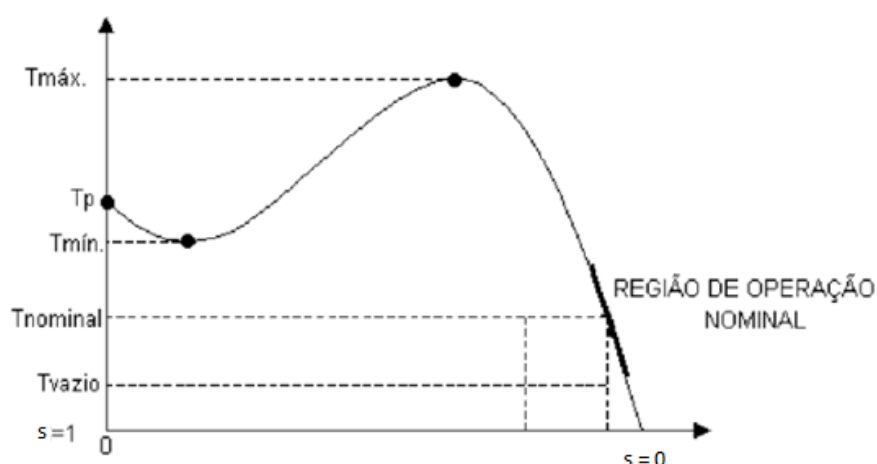


Figura 2.3 – Gráfico Conjugado x Velocidade  
(FONTE: TEIXEIRA, 2009)

A Figura 2.3 apresenta o gráfico conjugado x velocidade onde:  $T_p$  é o conjugado de partida,  $T_{min}$  é o menor valor que ele pode atingir,  $T_{max}$  é o maior valor do torque sem que haja o travamento do eixo,  $T_{nom}$  é o conjugado nominal que oferece a

potência nominal no eixo e  $T_{vazio}$  é o conjugado para o motor operando a vazio, ou seja, sem carga no eixo.

O comportamento do conjugado pode variar devido a aspectos construtivos dos motores, conforme pode-se observar na Figura 2.4.

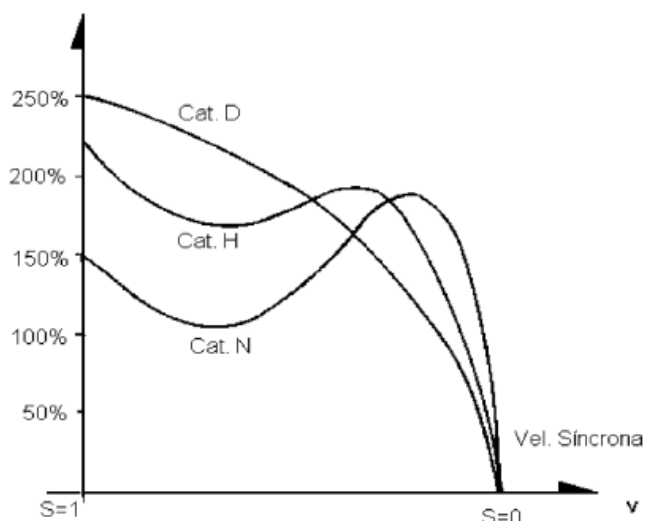


Figura 2.4 – Gráfico Conjugado x Velocidade em função das categorias dos motores.

(FONTE: TEIXEIRA, 2009)

As categorias podem ser definidas como:

- N – o conjugado de partida é normal, a corrente de partida gira em torno de 6 a 7 vezes a corrente nominal, e o escorregamento é baixo girando em torno de 2 a 5%. Este tipo de motor é utilizado para o acionamento de cargas que não demandam alto torque de partida, como bombas.
- H – o conjugado de partida é alto, a corrente de partida é alta e o escorregamento é baixo. São indicados para cargas com inércia elevada, como peneiras e transportadoras.
- D – o conjugado de partida é alto e a corrente de partida é normal. São indicados para cargas que apresentam picos intermitentes, como prensas e elevadores.

Para que o motor de indução possa iniciar a sua operação, ou seja, partir, o torque eletromagnético precisa ser maior que o torque eletromecânico da carga. Nesta condição, a corrente inicial, chamada de corrente de partida, apresenta um pico significativamente maior que seu valor de regime permanente.

## 2.2 2.2 Corrente de Partida

Durante a sua partida, os motores solicitam uma alta corrente da rede de alimentação, que pode chegar a 10 vezes a sua corrente nominal de operação, conforme pode-se observar na Figura 2.5.

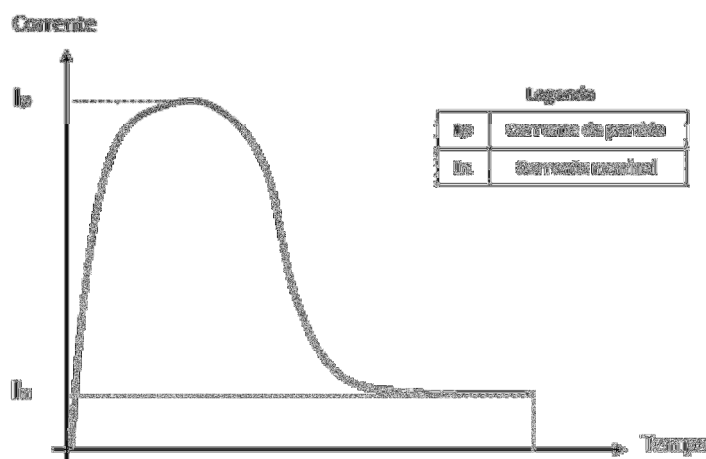


Figura 2.5 – Gráfico do comportamento da corrente de partida.

(FONTE: BRUNA, CONTESSI, et.al., 2012)

Na Figura 2.6, pode-se observar a relação da corrente nominal com a corrente de partida, em função da velocidade relacionada à velocidade síncrona. A corrente é diretamente proporcional à tensão da rede de alimentação, e diminui com o aumento da velocidade.

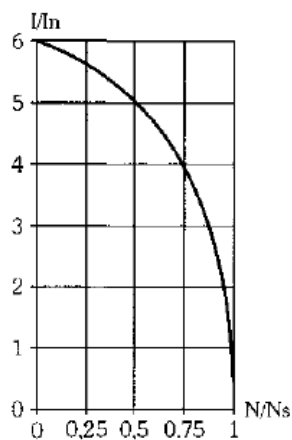


Figura 2.6 – Gráfico  $I/I_n \times N/N_s$ .

(FONTE: FRANCHI, 2008)

Os motores são projetados para suportarem as suas correntes de partida por certo período de tempo, entretanto, a queda de tensão provocada pela alta demanda de corrente dos motores pode vir a prejudicar outras cargas conectadas ao barramento onde o motor se encontra.

As concessionárias de energia possuem normas rigorosas de operação em relação aos níveis de tensão em seus pontos de entrega. De acordo com a Norma Técnica de Fornecimento de Energia Elétrica em Tensão Secundária de Distribuição da CELG Distribuição, incorporada pela ENEL, motores de indução trifásicos com potência nominal acima de 7,5 cv devem ser partidos com o auxílio de dispositivos de suavização da partida.

Quando um motor está conectado em um barramento em que a sua potência é de pouca relevância para a carga nele instalada, é possível parti-lo sem utilizar nenhum método de suavização.

Caso contrário, dispositivos podem ser utilizados para partir o motor indiretamente, reduzindo o pico da corrente de partida. Alguns destes métodos serão abordados no capítulo seguinte.

## **CAPÍTULO 3**

### **PARTIDA DE MOTORES ELÉTRICOS**

Ao longo dos anos, diversas estratégias para suavizar a partida de motores de indução foram elaboradas e testadas. Seu objetivo é reduzir a amplitude da corrente, e, conseqüentemente, os afundamentos de tensão na rede durante os primeiros instantes de funcionamento deste tipo de motor.

#### **3.1 Partida Direta**

De acordo com a Apostila DT-6 – Motores Elétricos Assíncronos e Síncronos de Média Tensão, Especificação, Características e Manutenção; do fabricante de motores elétricos WEG, o cenário ideal é que a partida de um motor de indução trifásico do tipo gaiola seja realizada de forma direta na rede ou a plena tensão, por meio de dispositivos contadores ou disjuntores.

Entretanto, conforme mencionado no capítulo anterior, nem sempre esta situação ideal poderá ocorrer. As quedas de tensão ocasionadas pela partida direta podem provocar interferências em outros equipamentos do sistema, e, além disso, os sistemas de alimentação e proteção devem ser sobredimensionados para suportar esse aumento momentâneo da corrente, elevando os custos gerais da instalação.

Este tipo de partida possui como vantagem o custo reduzido, por não demandar nenhum outro recurso auxiliar, mas tem como desvantagem um transitório de corrente e torque durante os seus primeiros instantes de funcionamento, podendo ocasionar o desgaste prematuro de seus componentes.

A partida direta de motores elétricos trifásicos pode ser considerada como recurso ideal quando se deseja usufruir do desempenho máximo do motor logo na partida. No entanto, deve-se atentar às recomendações e regras das concessionárias locais em relação à potência máxima que a rede suportará para os casos de partida direta.

Na Figura 3.1, pode-se observar os diagramas de comando e unifilar de força realizando o acionamento direto de um motor trifásico. Observa-se ainda que os motores são acionados por um contator (C1), que tem seus contatos selados quando a botoeira B1 é pressionada. O motor é ainda protegido por fusíveis (F1) e um relé térmico (RT). O funcionamento do circuito é interrompido quando a botoeira B0 é pressionada.

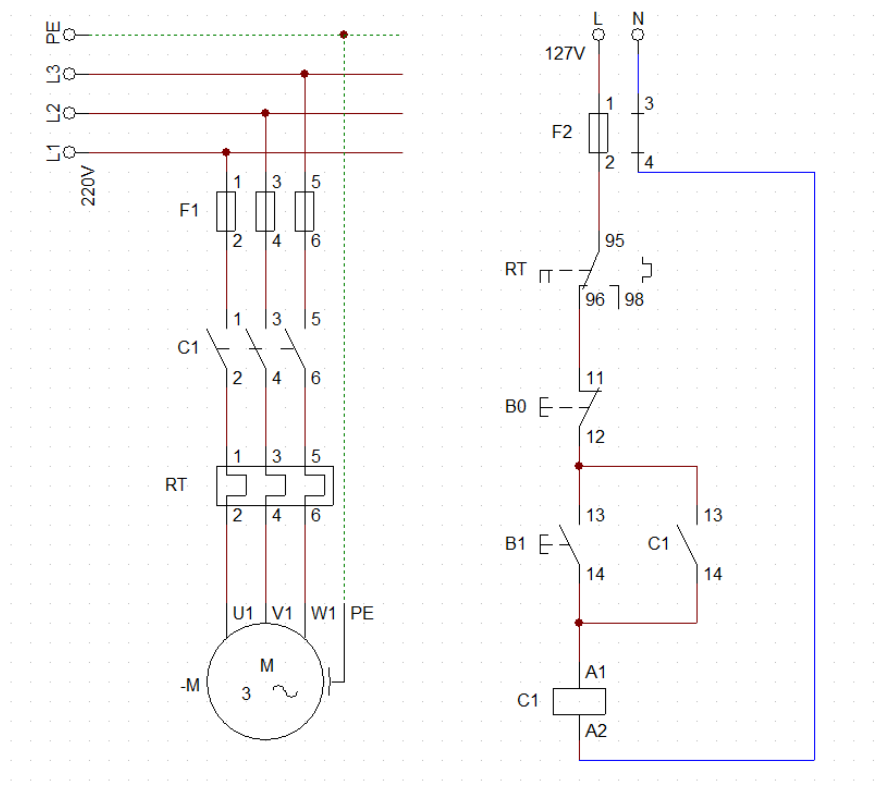


Figura 3.1 – Diagramas de (a) força e (b) comando para partida direta de MITs.  
(FONTE: AUTOR)

Apesar da indicação de fabricantes de motores de indução trifásicos ser a partida direta, deve-se atentar às recomendações e regras das concessionárias locais em relação à potência máxima que a rede suportará para os casos de partida direta.

Em posse desta informação, analisa-se a situação, e caso não seja possível partir o motor dessa maneira, utiliza-se então de recursos auxiliares para suavizar a amplitude da corrente durante os primeiros instantes de funcionamento do motor.

### 3.2 Chave Reversora

A partida com chave de reversão é de composição e funcionamento simples, entretanto, assim como na partida direta, este tipo de acionamento apresenta uma corrente de partida elevada.

Como vantagem, entretanto, tem-se a possibilidade de inversão no sentido de rotação do motor, que é facilmente obtida pela inversão de duas fases quaisquer que alimentam o motor.

Para realizar a inversão de fases no acionamento, utilizam-se dois contatores C1 e C2, conforme podemos observar na Figura 3.2 e duas botoeiras de contato normalmente aberto (NA).

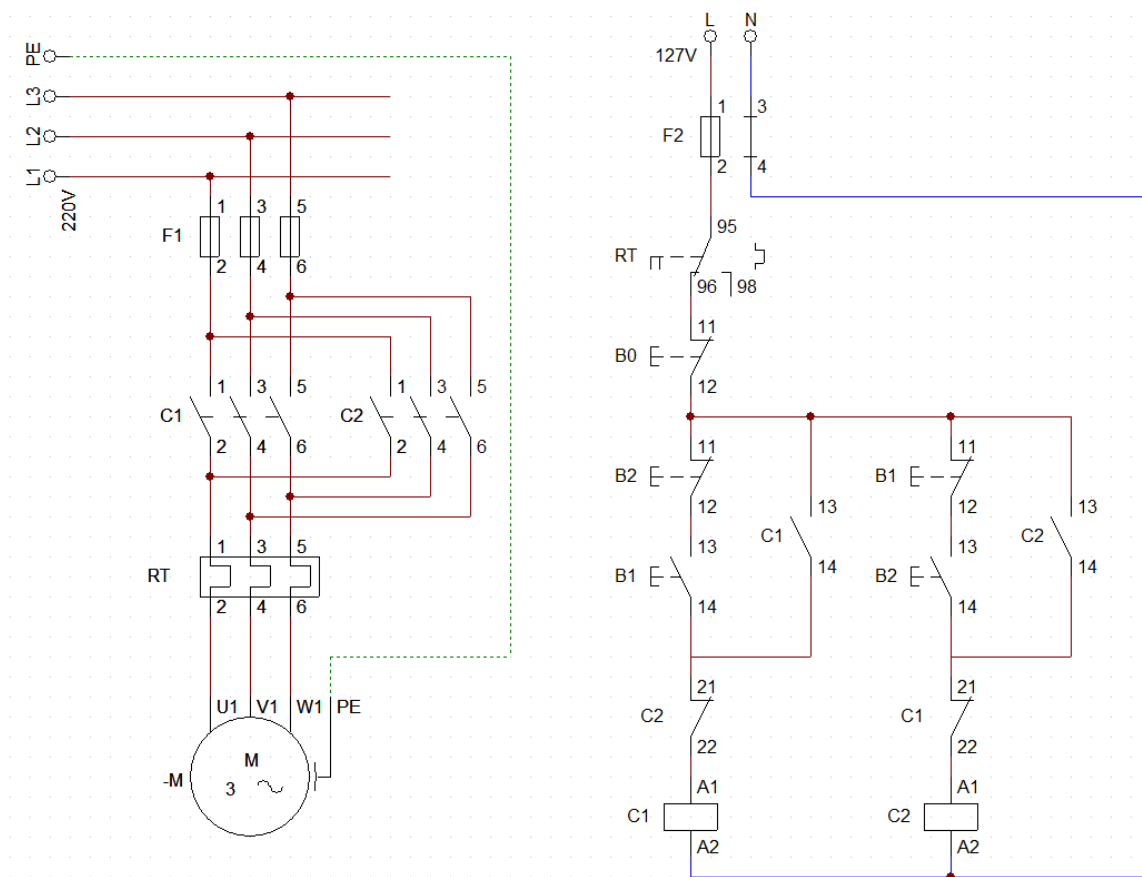


Figura 3.2 – Diagramas de (a) força e (b) comando para partida com reversão.

(FONTE: AUTOR)

### 3.3 Chave Estrela-Triângulo

O acionamento através da chave estrela-triângulo objetiva partir o motor em tensão reduzida, para que o pico de corrente também seja reduzido. A Figura 3.3 ilustra um comparativo entre as correntes de partida sem mecanismos de suavização e com a chave estrela triângulo.

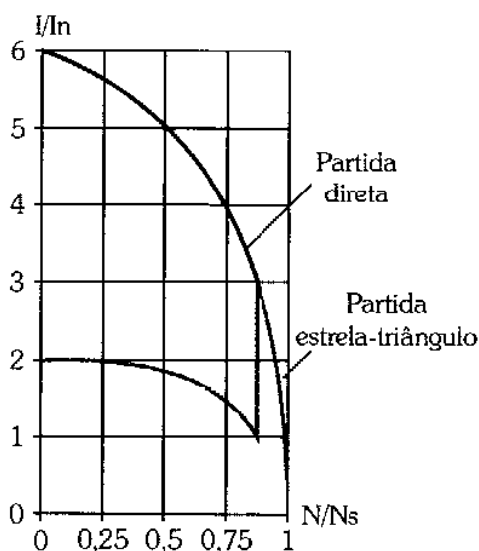


Figura 3.3 – Comparativo entre a corrente de partida para a partida direta e com a chave estrela-triângulo.

(FONTE: FRANCHI, 2008)

A configuração estrela-triângulo aciona o motor com tensão reduzida, conectando as suas bobinas inicialmente em estrela. A conexão é mantida até que o rotor atinja uma velocidade próxima à nominal, e então a ligação é desfeita e as bobinas são conectadas em delta.

A conexão inicial do motor em estrela suaviza a partida, pois a corrente é reduzida à aproximadamente 1/3 do pico esperado na partida direta. Neste tipo de conexão, a tensão sobre as bobinas é menor que o projetado, e por este motivo ocorre à redução da corrente de acionamento.

Este tipo de acionamento demanda que o motor tenha pelo menos seis terminais disponíveis e que a sua tensão nominal seja igual à tensão das bobinas quando conectadas em triângulo. Além disso, o método tem como restrição um baixo conjugado no momento da partida.

Conforme já visto anteriormente, o conjugado e a corrente de partida são diretamente proporcionais. Desta forma, a redução desta corrente ocasiona, consequentemente, a redução na mesma proporção do conjugado de partida. Assim, a aplicação deste método é recomendada quando a máquina elétrica parte em vazio, ou quando o conjugado resistente da carga é baixo.

A mudança da configuração do motor de estrela para triângulo faz com que este comece a operar em sua tensão nominal e a alteração do nível de tensão provoca um pico de corrente. Como o motor já está em uma rotação próxima à sua rotação nominal, este aumento do nível de corrente será consideravelmente inferior ao pico ocasionado pela partida direta.

A Figura 3.4 ilustra a conexão dos diagramas de força e comando para o acionamento do motor em estrela, inicialmente, e mudança posterior para triângulo.

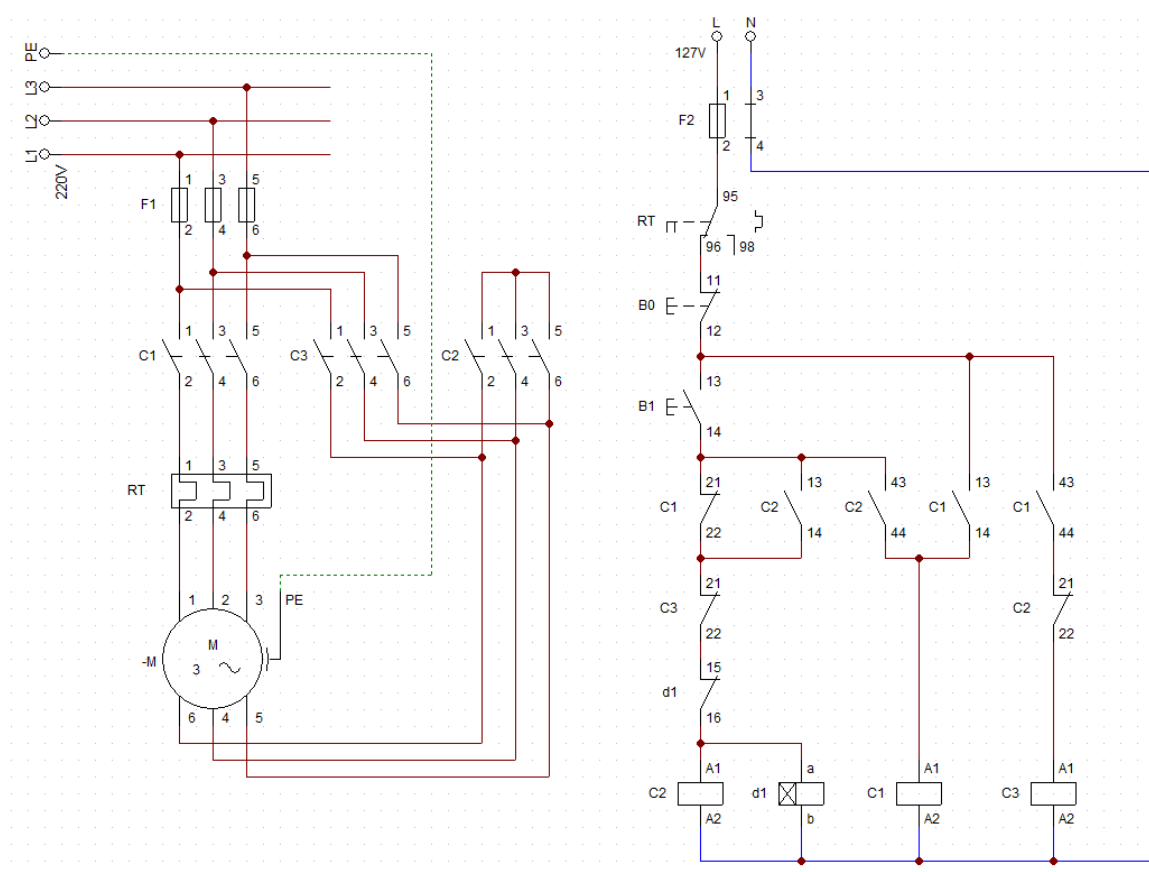


Figura 3.4 – Diagramas de (a) força e (b) comando para partida com chave estrela-triângulo.

(FONTE: AUTOR)

### 3.4 Chave Compensadora

Quando a utilização da chave estrela-triângulo é inviável, pois a carga apresenta um conjugado resistente maior do que o que se obtém com esta chave, outra estratégia de acionamento que pode ser utilizada é a chave compensadora.

Esta chave é capaz de partir os motores em carga e manter a sua corrente de partida reduzida, controlando a sua tensão por meio de taps de um autotransformador.

Este autotransformador é conectado ao estator. Seu ponto estrela fica acessível na partida e é curto-circuitado. A passagem para o regime permanente é feita desconectando o autotransformador do circuito.

A Figura 3.5 indica as conexões dos diagramas de força e comando para a partida de motores com a chave compensadora.

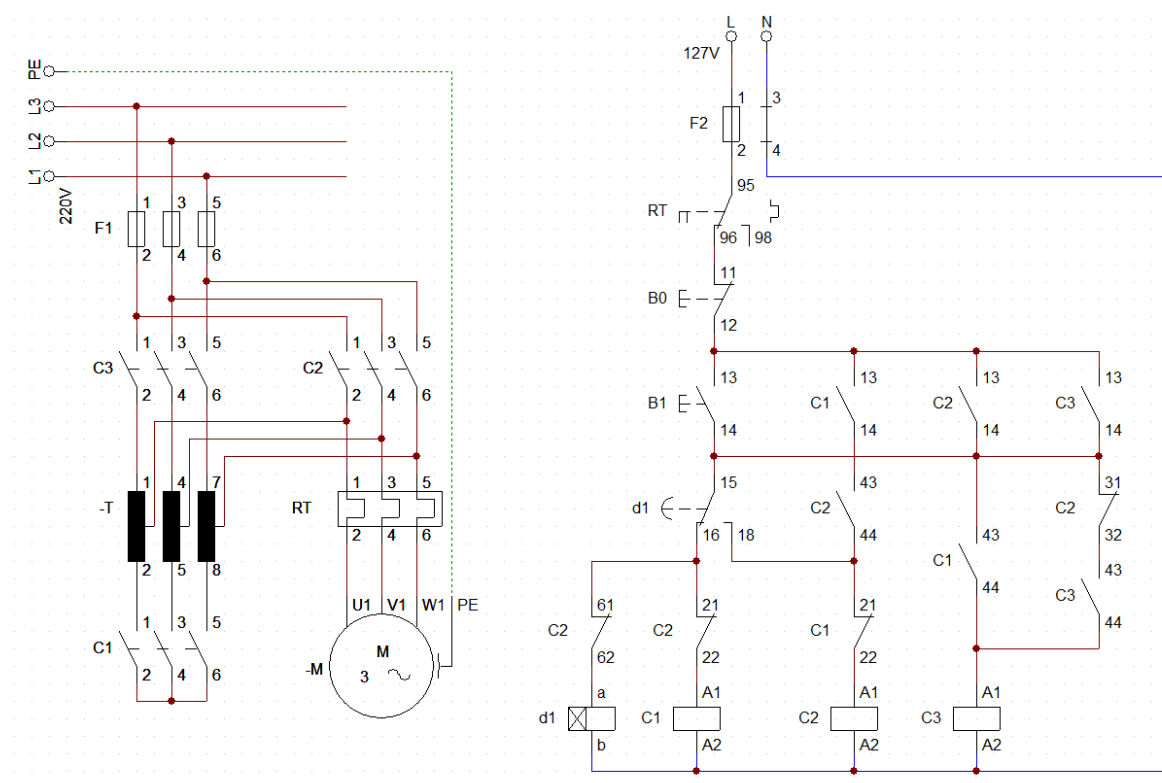


Figura 3.5 – Diagramas de (a) força e (b) comando para partida com chave compensadora  
(FONTE: AUTOR)

### 3.5 Inversor de Frequência

Sabe-se que a velocidade síncrona do motor é proporcional à frequência da rede e ao número de polos da máquina. Sabe-se ainda que a velocidade do rotor é diretamente proporcional à velocidade síncrona, com um pequeno atraso definido como escorregamento.

A quantidade de polos de uma máquina é definida em seu projeto e não pode ser alterada. Dessa forma, a flexibilização da operação pode ser feita através da variação da frequência.

O inversor de frequência é uma chave estática que permite variar a velocidade do motor, controlando a tensão e a frequência de um sinal, não somente durante a partida, mas ao longo de todo o seu funcionamento. O dispositivo é conectado à rede de tensão alternada de alimentação, retifica o sinal que recebe e o inverte, por fim, criando um novo sinal com frequência e amplitude ajustáveis.

A utilização de dispositivos de frequência ajustáveis reduz consideravelmente os esforços da partida nos enrolamentos do estator e nas barras do rotor, influenciando de maneira positiva a sua vida útil.

Entretanto, de acordo com o Módulo 2 – Variação de Velocidade do Centro de Treinamento de Clientes da WEG, o acionamento através de inversores de frequência traz consigo outros problemas que podem prejudicar de outras formas a operação do motor, como a injeção de frequências harmônicas no sinal gerado e o surgimento de tensão de modo comum.

Na Figura 3.6, pode-se observar o esquema básico de um inversor de frequência. Sua topologia pode ser dividida em três partes: retificador, composto por uma ponte retificadora que converte o sinal alternado em contínuo; filtro, compostos por circuitos de filtragem de sinais de alta frequência; e inversor, composto por chaves estáticas controladas que transformam a tensão contínua em alternada, com a possibilidade de variação da sua frequência de saída.

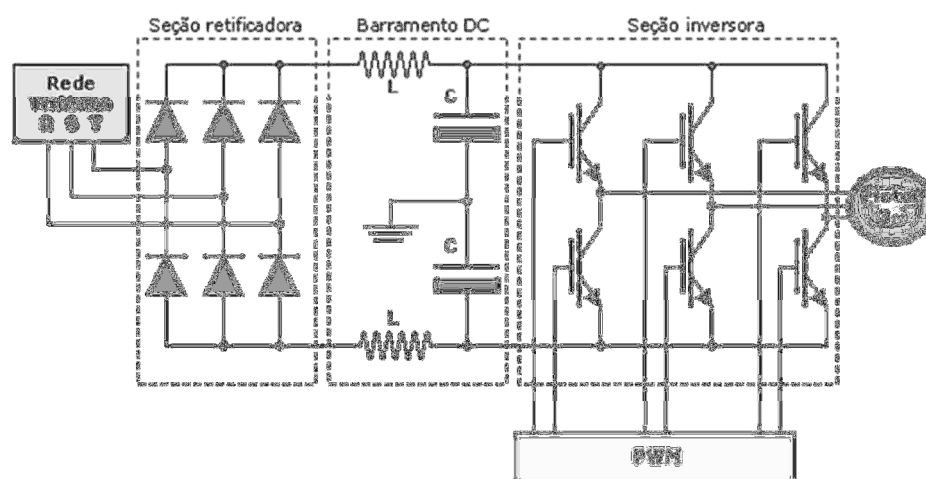


Figura 3.6 – Esquema de um inversor de frequência.

(FONTE: SILVA, 2009)

A seção retificadora é composta por uma ponte trifásica de diodos. Os diodos retificam a tensão oriunda da rede e a transformam em uma tensão contínua.

A Figura 3.7 mostra uma ponte retificadora trifásica e seu sinal de saída quando uma carga resistiva é conectada em seus terminais.

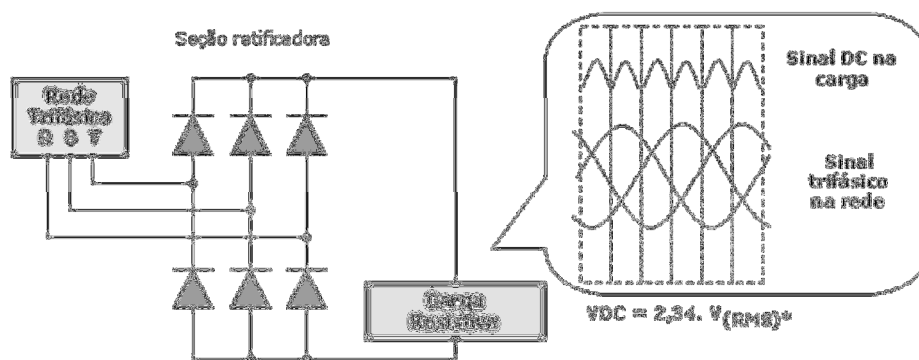


Figura 3.7 – Ponte retificadora trifásica conectada a uma carga resistiva.

(FONTE: SILVA, 2009)

No estágio intermediário entre a seção retificadora e a seção inversora temos o Barramento DC, formado por capacitores, tem como objetivo filtrar as ondulações de tensão originadas pela retificação, tornando-as mais constante.

Na Seção Inversora, após o sinal ser retificado e filtrado, o sinal é convertido novamente em um sinal alternado. Um algoritmo, previamente implementado,

determina o comportamento dos IGBT's, que podem operar como chave aberta ou como chave fechada. Seu funcionamento é binário, quando 1 o transistor opera como chave fechada, quando 0, o transistor opera como chave aberta.

Para melhor compreensão da inversão, podemos fazer uma analogia com um circuito monofásico. O circuito da Figura 3.8, chamado de ponte H, gera uma tensão monofásica alternada através de uma alimentação contínua.

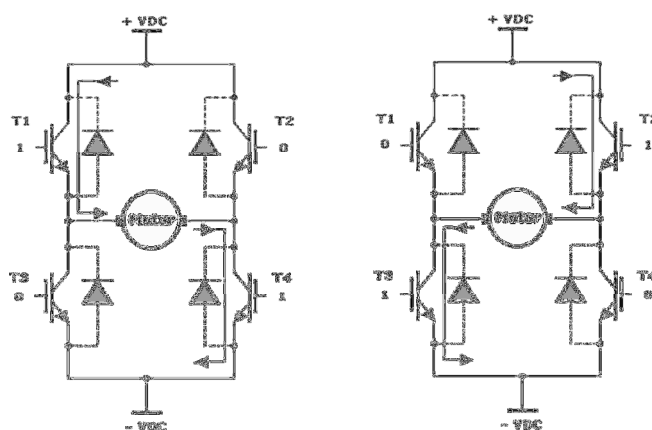


Figura 3.8 – Esquema de uma ponte H.

(FONTE: SILVA, 2009)

Em se tratando de cargas indutivas como um inversor de frequência, geralmente ocorre de aparecerem tensões inversas elevadas, que podem danificar os IGBT's. Os diodos conectados em paralelo com o coletor e o emissor protegem o circuito evitando que uma tensão reversa seja aplicada ao componente.

Na figura 3.9 é apresentada a sequencia lógica aplicada aos transistores. Com esta lógica o sentido da corrente no motor é alterado em cada um dos estados, fazendo com que o sinal seja novamente alternado.

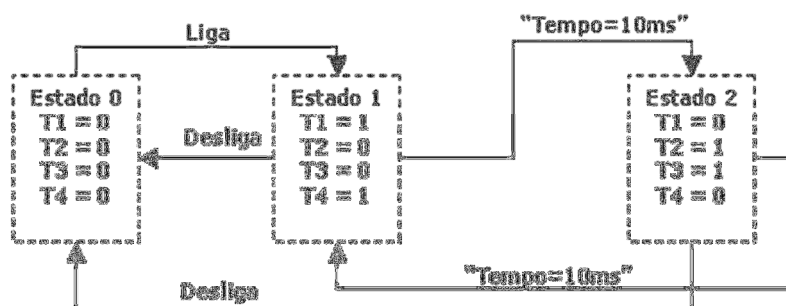


Figura 3.9 – Lógica de controle aplicada aos transistores de um inversor.

(FONTE: SILVA, 2009)

Devido ao comportamento dos transistores serem similar ao de chaves, a tensão de saída é uma onda quadrada. Os pulsos, no entanto, variam conforme a sequência implementada. O aumento da frequência desses transistores aumenta a velocidade do motor, sendo o contrário igualmente válido.

A Figura 3.10 mostra dois estados, mais o estado desligado. Dessa maneira, obtém-se, na carga, um sinal que possui a frequência como sendo o inverso do período, de maneira que se tem 10ms de sinal positivo e 10ms de sinal negativo, com um total de 20ms e uma frequência de 50Hz. Caso o período de transição for reduzido, a frequência aumentará e, caso contrário, diminuirá (Dias, 2015).

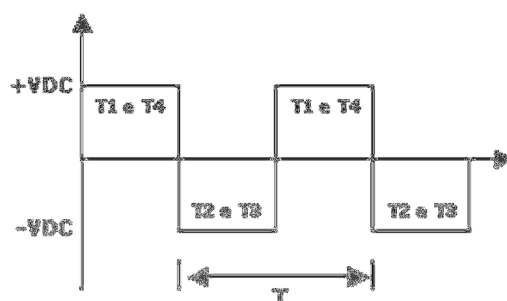


Figura 3.10 – Sinal na carga.

(FONTE: SILVA, 2009)

Para que a saída do sinal seja mais próximo possível de um sinal senoidal, trifásico, com defasagem  $120^\circ$  a lógica de controle precisa distribuir os pulsos de disparos pelos 6 IGBT's. Para que os transistores conduza por  $120^\circ$ , somente dois transistores poderão ser ativados por vez, sendo um do grupo positivo (T1, T3 e T5) e um do grupo negativo (T4, T6 e T2) (Silva, 2009).

Com este arranjo temos 06 combinações possíveis, conforme Tabela 3.1.

| Intervalo                 | IGBT1 | IGBT2 | IGBT3 | IGBT4 | IGBT5 | IGBT6 | VAN    | VBN    | VCN    |
|---------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|
| 0 – $60^\circ$            | 1     | 0     | 0     | 0     | 0     | 1     | +VDC/2 | -VDC/2 | 0      |
| $60^\circ$ – $120^\circ$  | 1     | 1     | 0     | 0     | 0     | 0     | +VDC/2 | 0      | -VDC/2 |
| $120^\circ$ – $180^\circ$ | 0     | 1     | 1     | 0     | 0     | 0     | 0      | +VDC/2 | -VDC/2 |
| $180^\circ$ – $240^\circ$ | 0     | 0     | 1     | 1     | 0     | 0     | -VDC/2 | +VDC/2 | 0      |
| $240^\circ$ – $300^\circ$ | 0     | 0     | 0     | 1     | 1     | 0     | -VDC/2 | 0      | +VDC/2 |
| $300^\circ$ – $360^\circ$ | 0     | 0     | 0     | 0     | 1     | 1     | 0      | -VDC/2 | +VDC/2 |

Tabela 3. 1 – Sequência do chaveamento trifásico

(FONTE: SILVA, 2009)

A Figura 3.11, demonstra o sinal alternado, com defasagem  $120^\circ$ , que é recriado devido à alternância provocada entre as fases da carga.

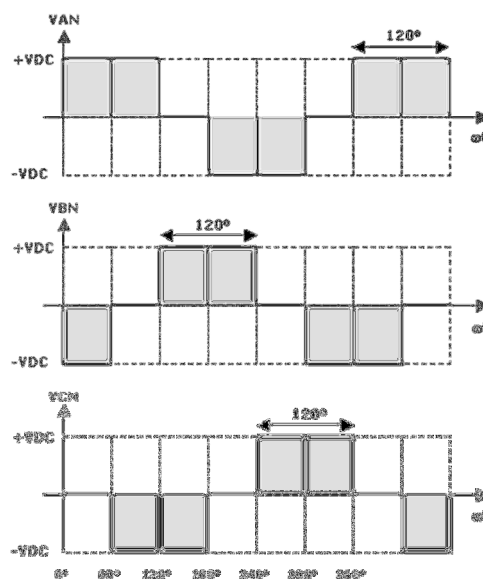


Figura 3.11 – Diagrama de tempo  
(FONTE: SILVA, 2009)

### 3.5.1 Modulação PWM

Para que o sinal fornecido pelo inversor assemelhe-se o máximo possível a um sinal senoidal, utiliza-se a chamada modulação por largura de pulso (PWM). O que se faz é sobrepor dois sinais de tensão (Figura 3.12), um de baixa frequência (que é a referência) e o outro de alta frequência (que é chamado de portadora), cuja composição resulta em um sinal com frequência e largura de pulso variável. (SILVA, 2003).

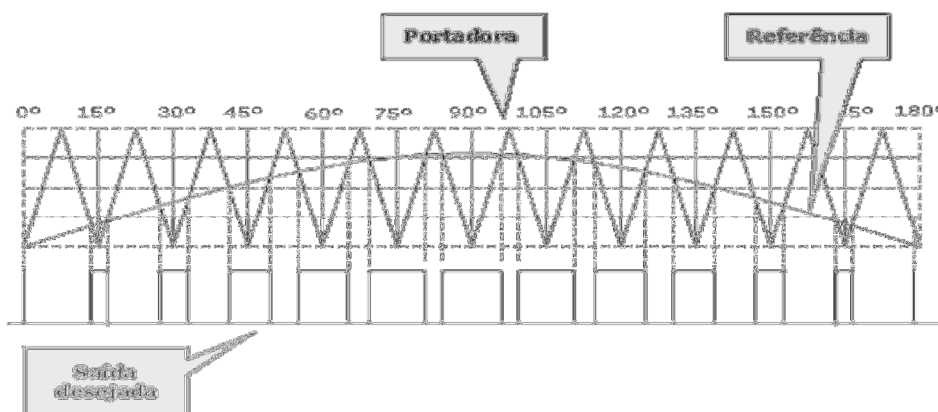


Figura 3.12 – Obtenção do sinal de saída  
(FONTE: SILVA, 2009)

A saída é modulada conforme o sinal de frequência note que quando mais a referência se aproxima do pico, mais largo o pulso e quando mais se afasta mais estreito fica. Agora se alterarmos a frequência da referência à frequência da saída modulada também será alterada, lembrando que nesta etapa, também ocorrerá à inversão de fase. (SILVA, 2009).

### **3.5.2 Tipos de inversores**

Existem basicamente dois principais tipos de inversores comercializados no mercado, o escalar e o vetorial. Ambos possuem a mesma estrutura de funcionamento, a diferença está no modo em que o torque é controlado.

Inversor escalar: A base do controle do torque é a relação tensão frequência, como visto anteriormente.

Inversor vetorial: Em baixas rotações o sistema escalar não possibilita ao motor entregar um bom torque, devido ao próprio rendimento do motor. Para compensar este problema, desenvolveu-se o inversor de frequência vetorial. Mais caro e mais complexo que o escalar, o inversor vetorial não obedece à relação tensão corrente fixada pelo programador, para compensar o torque faltante em baixas rotações o algoritmo de controle interfere automaticamente na relação tensão frequência.

Em alguns inversores vetoriais, para manter as necessidades de torque do motor, é adicionado um sensor, normalmente um encoder, para realizar a leitura da velocidade, esta leitura é processada pelo inversor, que interfere ou não na relação V/F, alterando a tensão sem alterar a frequência ou alterando a frequência sem alterar a tensão. Esse processo é conhecido como malha fechada (Dias, 2015).

## **3.6 Soft-Starter**

Outro tipo de chave estática utilizada no processo de partida de motores de indução trifásicos são as chaves soft-starters.

Assim como os inversores de frequência, as chaves soft-starters são compostas por tiristores e comandadas por dispositivos eletrônicos microcontrolados, e são capazes de suavizar a partida e a frenagem de motores.

A chave opera controlando o ângulo de disparo dos tiristores, variando assim a tensão que é aplicada ao motor.

Na Figura 3.13 é apresentado o esquema básico de funcionamento da chave soft-starter.

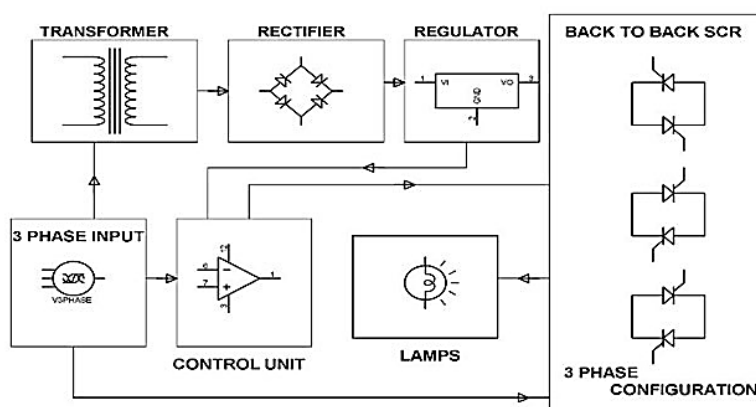


Figura 3.13 – Esquema básico de funcionamento da chave soft-starter.

(FONTE: <https://www.saladaeletrica.com.br/o-que-e-um-soft-starter/>, acesso em 22/11/2019)

### 3.6.1 Controle da soft-starter

O termo soft-starter é utilizado para designar circuitos eletrônicos utilizados no acionamento de motores elétricos. Estas chaves estáticas operam controlando os tiristores e ajustando o nível de tensão aplicada ao motor, tornando possível o ajuste do torque e da corrente de partida em função da demanda da carga.

A Figura 3.14 descreve o comportamento da tensão, relacionando-as aos ângulos de disparo dos tiristores, em 4 situações. Podemos observar que quanto menor o ângulo de disparo menor o valor de tensão

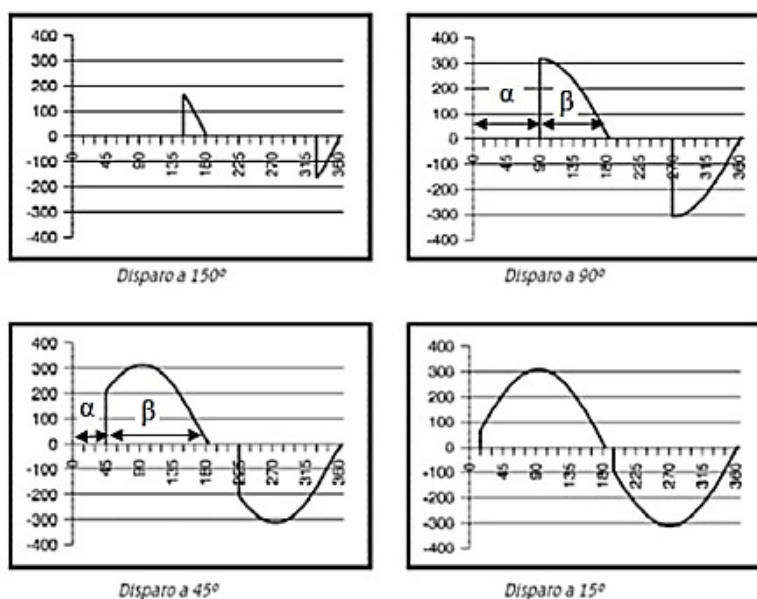


Figura 3.14 – Comportamento da onda de tensão.

(AMARAL, 2013)

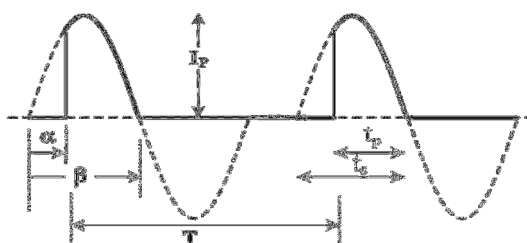
onde:

$\alpha$  = ângulo de disparo (ângulo que libera a senoide para começar a conduzir

$\beta$  = ângulo de condução (intervalo angular entre o ângulo de disparo e a próxima passagem da senoide por zero).

Esses recortes provocados na senoide de tensão criando uma onda parcialmente senoidal é o que proporcional um menor valor médio eficaz de tensão na saída da soft-starter e consequentemente um valor médio eficaz de corrente.

Abaixo é demonstrado o cálculo da corrente proveniente de um pulso senoidal recortado:



$$d = \frac{t_s}{T} = \frac{\pi}{T} \quad \lambda = \frac{t_p}{t_s} = \frac{t_p}{\pi} \quad t_s = \pi$$

$$\frac{I_{AVE}}{I_P} = d \left[ \cos(\alpha) - \frac{\cos(\beta)}{\pi} \right] \quad e \quad \frac{I_{RMS}}{I_P} = \frac{\sqrt{d}}{2} \sqrt{\frac{2(\beta - \alpha) + \text{sen}(2\alpha) - \text{sen}(2\beta)}{\pi}}$$

$$\frac{I_{AVE}}{I_P} = \frac{d}{\pi} [1 + \cos((1 - \lambda)\pi)] \quad e \quad \frac{I_{RMS}}{I_P} = \frac{\sqrt{d}}{2} \sqrt{\left( 2\lambda + \frac{\text{sen}((1 - \lambda)2\pi)}{\pi} \right)}$$

onde:

$I_{AVE}$  = Valor médio da corrente

$I_{RMS}$  = Valor eficaz da corrente

Diferentemente dos inversores de frequência, as chaves soft-starters não controlam a velocidade do motor, apenas os níveis de tensão e corrente.

O objetivo desta categoria de chaves estáticas é suavizar a partida de motores, mas existem algumas diferenças entre os métodos e os benefícios que os acompanham.

As soft-starters podem ser divididas da seguinte maneira: controladores de torque, controladores de tensão em malha aberta, controladores de tensão em malha fechada e controladores de corrente em malha fechada.

Os controladores de torque promovem apenas a redução do torque de partida, e, dependendo do tipo, podem controlar uma ou duas fases. Entretanto, como consequência não existe controle sobre a corrente de partida, como ocorrem nos outros tipos mais modernos de soft-starters.

Os controladores de torque com apenas uma fase são indicados para aplicações em cargas pequenas, por causarem um aquecimento extra no instante de partida ao manter as outras bobinas sob tensão nominal, e devem ser utilizados com contator e relé de sobrecarga. O controle trifásico, por sua vez, deve ser usado quando ocorrem partidas frequentes ou em motores que acionam cargas de alta inércia.

Os controladores com duas fases devem ser usados com um relé de sobrecarga, e podem partir e frear o motor sem um contator. No entanto, a tensão continua presente no motor mesmo que ele não esteja rodando, e por este motivo, é importante garantir o funcionamento dos sistemas de proteção e segurança.

Os controladores de tensão em malha aberta atuam nas três fases e têm todos os benefícios fornecidos pelos soft-starters. Estes sistemas são pré-configurados para controlar a tensão aplicada no motor e não possuem realimentação de corrente. O controle da partida é obtido configurando parâmetros como tensão inicial, tempo de rampa e tempo de rampa duplo.

Os controladores de tensão em malha aberta também devem ser usados com relés de sobrecarga e contadores, se necessário.

Os controladores de tensão em malha fechada são uma variante do sistema de malha aberta, que recebem realimentação da corrente motor e para controlar a rampa de partida do motor quando a corrente de limite configurada pelo usuário é atingida. O usuário tem as mesmas configurações do sistema de malha aberta com a adição do limite de corrente.

O feedback de corrente do motor também pode ser utilizado para fornecer informações ao sistema de proteção quando este é baseado na corrente, incluindo sobrecarga, desbalanceamento de fases, e subcorrente, entre outros.

As chaves soft-starters controladoras de corrente em malha fechada são mais avançadas e, diferentemente do sistema de tensão em malha fechada, usam a corrente como referência principal. As vantagens dessa aproximação são controle preciso da corrente de partida e fácil ajuste.

### **3.6.2 Princípio de funcionamento**

As chaves soft-starters são compostas por pontes de tiristores (SCR – Silicon Controlled Rectifier ou TRIAC – Triode for Alternating Current) que são acionadas por microcontroladores.

Para os dispositivos SCR, é feita a configuração antiparalelo, com a finalidade de obter o fluxo de corrente nos dois sentidos, assim como acontece nos dispositivos TRIAC.

A chave controla a tensão aplicada à carga ajustando o ângulo de disparo dos tiristores, variando assim a tensão eficaz sobre o motor. No entanto, diferentemente dos inversores de frequência, a chave soft-starter não altera a frequência do sinal da rede, não mantendo desta forma o controle sobre a velocidade do eixo do motor.

É importante lembrar que o torque produzido pelo motor acionado pela chave soft-starter deve ser maior que o torque resistente da carga.

Na Figura 3.15 observa-se em formato de diagrama de blocos o acionamento de um MIT através de uma chave soft-starter.

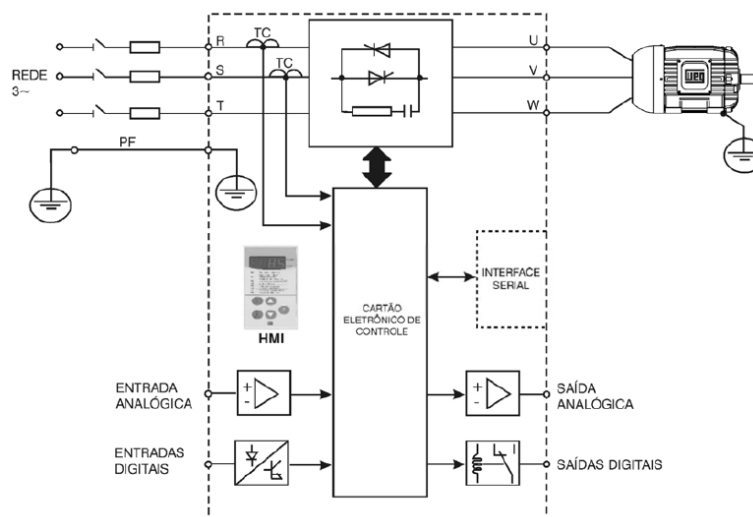


Figura 3.15 – Diagrama da chave soft-starter.

(FONTE: WEG – CTT – Módulo 1, Comando e Proteção, versão 3)

O MIT é acionado por um pulso inicial de tensão, que é ajustado conforme a demanda do motor, dependente do carregamento, e gradualmente o valor dos pulsos de tensão aumenta até atingir o seu valor máximo: 100% da tensão nominal da rede elétrica de alimentação. No processo de parada do motor, o processo inverso acontece. A tensão de saída da soft-starter é gradualmente reduzida até o zero.

A aceleração ou desaceleração é realizada suavemente, desta maneira evita-se estresses mecânicos e elétricos nas partes móveis do motor e do sistema ao qual ele é acoplado.

Durante o funcionamento em condições nominais, a chave utiliza de um sistema de by-pass, que desvia os tiristores do sinal da rede até que um comando seja acionado e o circuito precise voltar a funcionar.

### 3.6.3 Características e Funções

Como as chaves soft-starters são microcontroladas facilmente é possível reprogramá-las e alterar funções, como a inclinação da rampa de tensão.

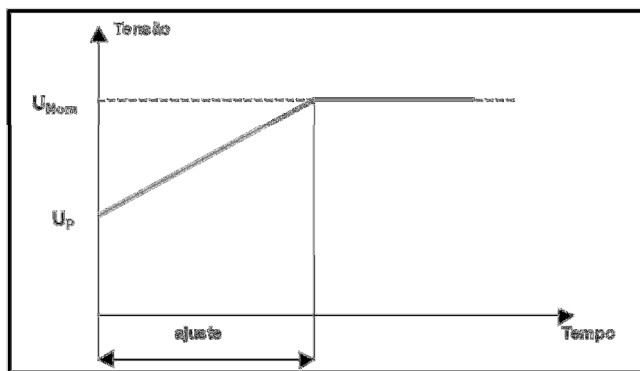


Figura 3.16 – Rampa de aceleração da soft-starter

(FONTE: WEG – CTT – Módulo 1, Comando e Proteção, versão 3)

Na Figura 3.16, pode-se observar a inclinação ajustável da rampa de tensão. Os valores limites para o acionamento, conforme mencionado anteriormente, são funções da aplicação e do projeto do motor.

#### 3.6.3.1 Rampa de Tensão de Aceleração

Controlando o ângulo de disparo da ponte de tiristores, as chaves soft-starters geram na saída uma tensão eficaz que é gradual e suavemente aumentada até atingir a tensão da rede.

A resposta do sistema, entretanto, não é linear como a que foi observada na Figura 3.16, anteriormente apresentada. A forma com que o conjunto motor e carga responderão depende das características dinâmicas do próprio sistema, como o momento de inércia da carga refletida ao eixo do motor e o sistema de acoplamento, entre outros.

### 3.6.3.2 Rampa de Tensão na Desaceleração

A chave soft-starter oferece duas possibilidades para realizar a parada do motor, por inércia ou controlando os ângulos de disparo e reduzindo a tensão até zero.

No primeiro caso, a chave zera instantaneamente a tensão, de modo que não há mais a produção de torque no eixo do motor, e este perde velocidade até dissipar a energia cinética e parar completamente.

No segundo caso, a parada é realizada controlando a tensão, e assim como existe a rampa de tensão no processo de aceleração, a chave reduz a tensão progressivamente até o zero.

A Figura 3.17 mostra a rampa de desaceleração da soft-starter onde é possível observar a tensão sendo reduzida gradualmente no período de tempo ajustado.

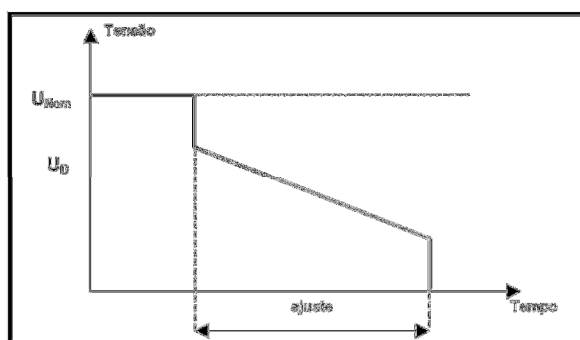


Figura 3.77 – Rampa de desaceleração da soft-starter  
(FONTE: WEG – CTT – Módulo 1, Comando e Proteção, versão 3)

A desaceleração progressiva é importante para cargas sensíveis, pois evita movimentos como o “golpe de aríete” que podem prejudicar toda a sua estrutura.

### 3.6.3.3 Limitação de Corrente

Quando o motor aciona uma carga com inércia elevada, pode-se utilizar a função de limitação de corrente, que faz com que a chave soft-starter ofereça somente a corrente necessária para acelerar a carga, garantindo assim o acionamento suave.

Na Figura 3.18 podemos observar graficamente como esta função é executada.

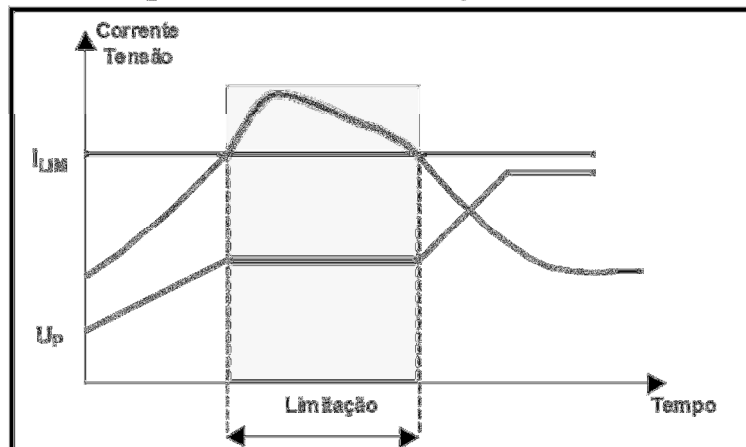


Figura 3.88 – Atuação do limitador de corrente.

(FONTE: WEG – CTT – Módulo 1, Comando e Proteção, versão 3)

Esta função é útil quando o motor está conectado a uma rede que opera no limite de sua capacidade.

### 3.6.3.4 Proteções

Alguns tipos de soft-starters oferecem ainda opções de proteção para os motores. As funções de proteção mais comuns, de acordo com o Módulo 1 – Comando e Proteção do Centro de Treinamento de Clientes da WEG, são:

- Sobrecorrente imediata na saída;
- Subcorrente imediata;
- Sobrecarga na saída ( $I \times t$ );
- Sobretemperatura nos tiristores;
- Sequência de fases invertida;
- Falta de fase na rede;
- Falta de fase no motor;
- Falhas nos tiristores;
- Erros de programação;
- Erros na CPU ou de comunicação serial.

Qualquer ocorrência registrada é informada no display em uma mensagem de erro para que os usuários possam tomar as devidas providências de correção dos defeitos.

### **3.6.4 Aplicações**

As chaves soft-starters ganharam espaço no segmento industrial por sua versatilidade e praticidade no acionamento de motores de indução trifásicos.

Elas podem ser utilizadas em diversos tipos de aplicação, dentre as quais se destacam as bombas, os compressores e ventiladores.

As bombas centrífugas são as melhores aplicações para as chaves soft-starters. Para aplicação em bombas, a rampa de tensão iguala as curvas da carga e do motor, adequando o torque do motor à carga, e a corrente de partida é reduzida a aproximadamente 2,5 vezes a corrente nominal.

A aplicação para compressores, por sua vez, reduz a manutenção destes equipamentos e evita que eles sejam desligados acidentalmente em funcionamento normal.

Para grandes ventiladores, as chaves soft-starters devem se utilizar da função de limitação de corrente na partida, pois o acionamento é realizado sem carga.

Outras aplicações como misturadores podem apresentar um conjugado de partida alto, devido ao momento de inércia do material envolvido no processo.

### **3.6.5 Dimensionamento**

Ao dimensionar uma chave soft-starter, deve-se levar em consideração algumas variáveis, como a capacidade de produzir um conjugado que irá vencer o conjugado resistente e retirar a carga da inércia.

Para definir os critérios de projeto, deve-se levantar informações sobre o motor, como corrente nominal, potência nominal, tensão, número de polos, fator de serviço e a curva do conjugado em função da rotação; e sobre a carga, como o tipo de acoplamento, se a partida ocorrerá com ou sem carga e a quantidade de partidas por hora.

### 3.7 Comparação entre as Chaves de Partida

Após este breve estudo dos tipos mais comuns de chave de suavização da partida para motores de indução trifásicos, infere-se que as melhores formas de controlar o acionamento destas máquinas elétricas são através de chaves estáticas, sejam elas soft-starters ou inversores de frequência.

A Figura 3.19 apresenta as correntes obtidas por BRUNA, CONTESSI, et.al. (2012) em estudos comparativos entre as chaves de acionamento suave. Percebe-se, enfatizando o que já foi explanado neste estudo, que as melhores respostas do sistema à partida se dão na utilização de chaves estáticas.

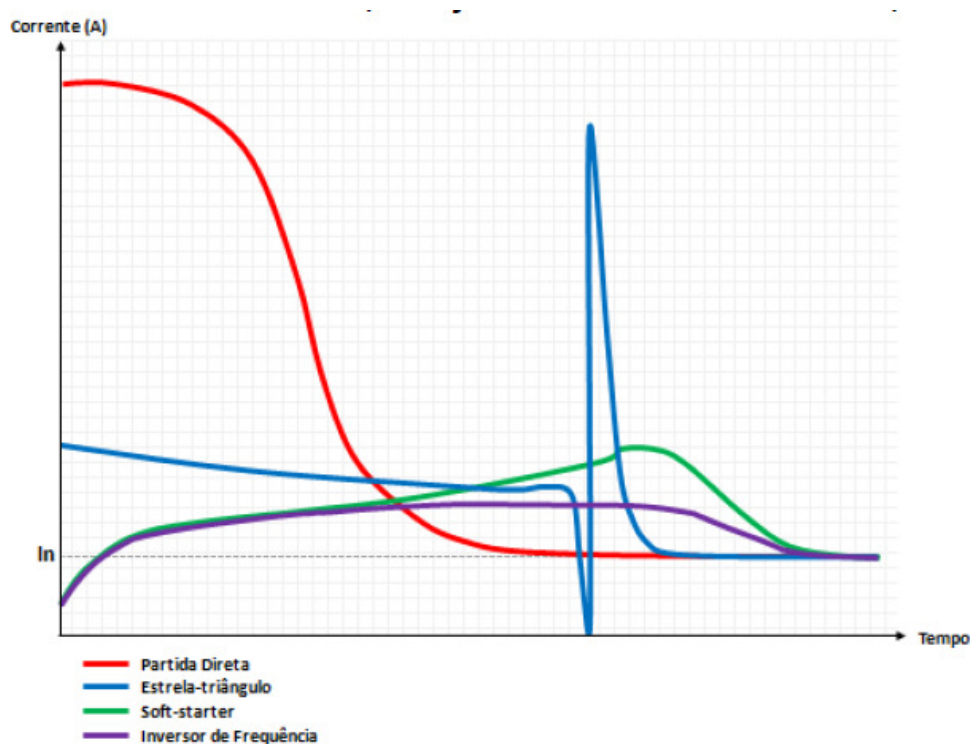


Figura 3.99 – Comparação entre as correntes de acionamento direto e utilizando chaves de suavização.

(FONTE: BRUNA, CONTESSI, et.al., 2012)

Sabe-se que este tipo de chave pode trazer consigo outros tipos de problemas, como a injeção de harmônicos na rede e a circulação de correntes de modo comum em capacitâncias parasitas formadas entre os condutores, o motor e a carga com a terra.

Entretanto, mesmo causando alguns problemas secundários, as chaves estáticas, em especial a chave soft-starter, apresentam vantagens que justificam a sua utilização.

O capítulo a seguir tratará de apresentar a simulação computacional onde foram obtidas as curvas de tensão e corrente do acionamento de um MIT da fabricante VOGES, modelo VTOP 90L de 4cv, 2 polos, operando em 60 Hz e tensão nominal de 380V, com corrente nominal de 6,07 Ampères e corrente de partida de 48,6 A (Figura 3.20). Seu rotor é do tipo gaiola de esquilo, e sua velocidade nominal é de 3480 rpm.

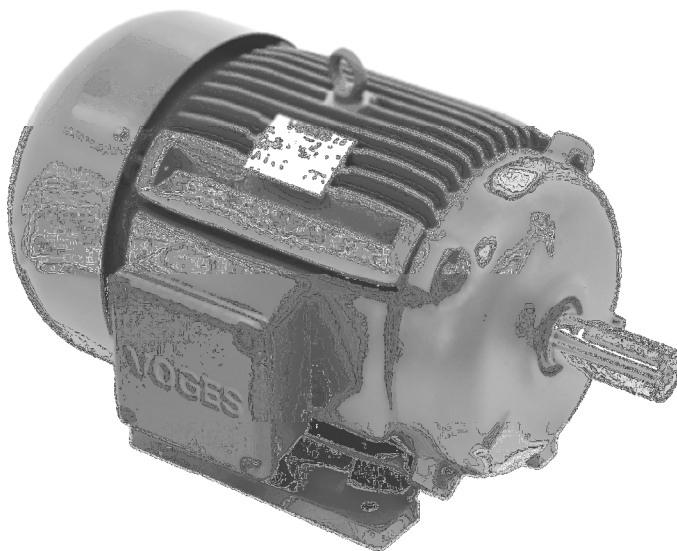


Figura 3.20 – MIT VOGES VTOP 90L  
(FONTE: Catálogo do fabricante)

## CAPÍTULO 4

### SIMULAÇÃO NO AMBIENTE MATLAB/SIMULINK® DA PARTIDA DE UM MIT UTILIZANDO SOFT STARTER

Com o auxílio da ferramenta Simulink integrada ao ambiente MATLAB, foi realizado a simulação da partida de um MIT. O modelo computacional utilizado neste trabalho com o objetivo de plotar as curvas de tensão e corrente e comparar com os resultados experimentais, foi uma adaptação do simulador desenvolvido no ambiente MATLAB/Simulink® por FREITAS, SILVA E ALVARENGA.

Através da diagramação de blocos é possível modelar sistemas dinâmicos diversos. A biblioteca do Simulink fornece uma grande variedade de blocos para simulação de circuitos elétricos. Para o desenvolvimento da modelagem dos circuitos eletrônicos envolvidos, tais como fontes, elementos passivos (resistores, capacitores e indutores), chaves estáticas (tiristores), entre outros, foi utilizada a biblioteca SimPowerSystems do Simulink. Outra grande vantagem da ferramenta é possibilitar a análises do comportamento destes circuitos, o que torna o Simulink uma excelente ferramenta de Engenharia.

A Figura 4.1 mostra o diagrama de blocos utilizado para a simulação da soft-starter.

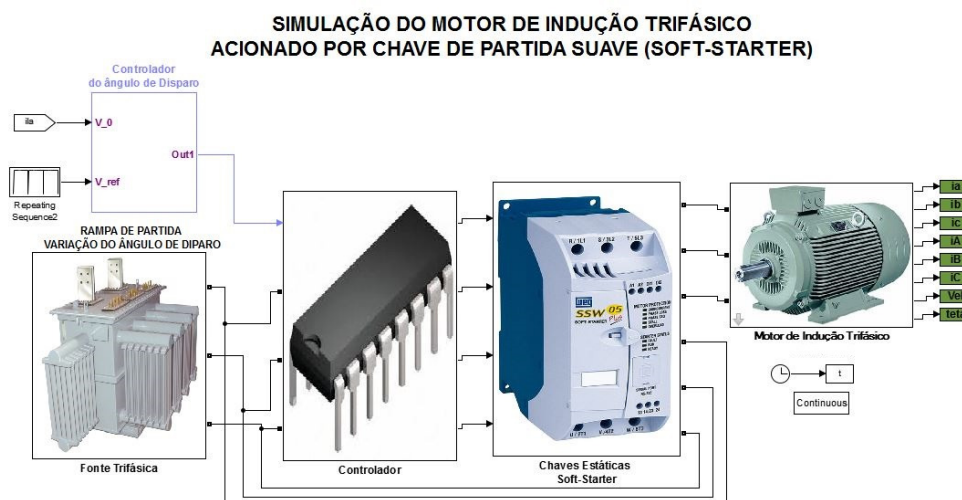


Figura 4. 1 – Diagrama de blocos utilizado para simulação da soft-starter  
(FONTE: FREITAS, SILVA E ALVARENGA, 2011)

O bloco Fonte Trifásica é composto por fontes senoidais defasadas de  $120^\circ$  elétricos (Figura 4.2), com amplitude e frequência fixas de 220 V eficaz e 60 Hz.

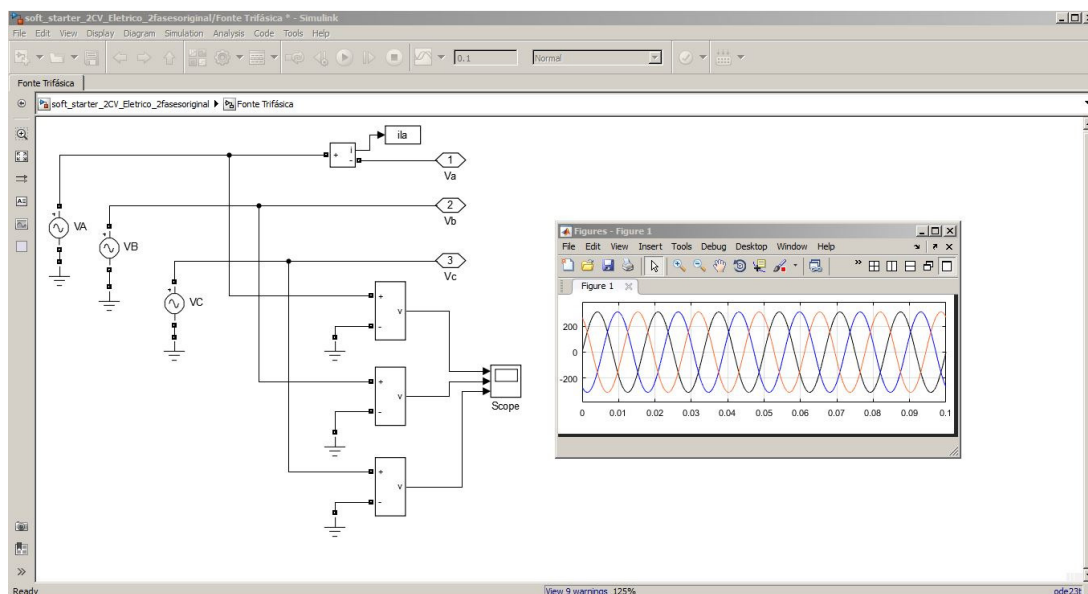


Figura 4. 2 – Componentes do bloco Fonte Trifásica  
(FONTE: AUTOR)

No bloco Controlador está contida toda a lógica de controle dos TRIACs (Figura 4.3).

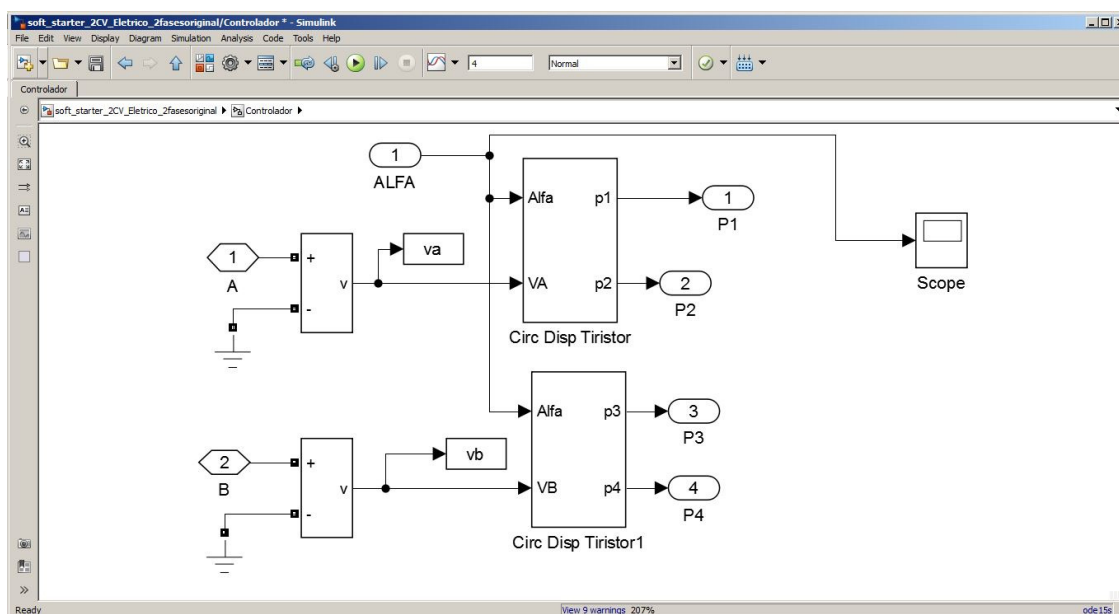


Figura 4. 3 – Componentes do bloco Controlador  
(FONTE: AUTOR)

Este bloco contém a estratégia empregada pelo circuito integrado TCA 780. Nele é feita a sincronização dos sinais gerados com a frequência do sinal de alimentação (rede). Na entrada do bloco temos o sinal senoidal da tensão e uma variável nomeada ALFA, que será utilizada para ajustar o ângulo de disparo. A saída desse bloco fornece os pulsos de disparo para os TRIACs. A estratégia implementada pode ser vista na Figura 4.4.

Veremos mais adiante, no bloco Chave Estática Soft Starter, que serão utilizados dois tiristores por fase para emular os Triacs e cada tiristor tem seu respectivo gatilho, portando no Bloco Circ Disp Tiristor, para cada fase será gerado dois pulsos de disparo. A saída P1 corresponde aos pulsos de disparo sincronizados com o semiciclo positivo da senoide de tensão da fase 1 e a saída P2 corresponde aos pulsos de disparo sincronizados com o semiciclo negativo desta mesma senoide.

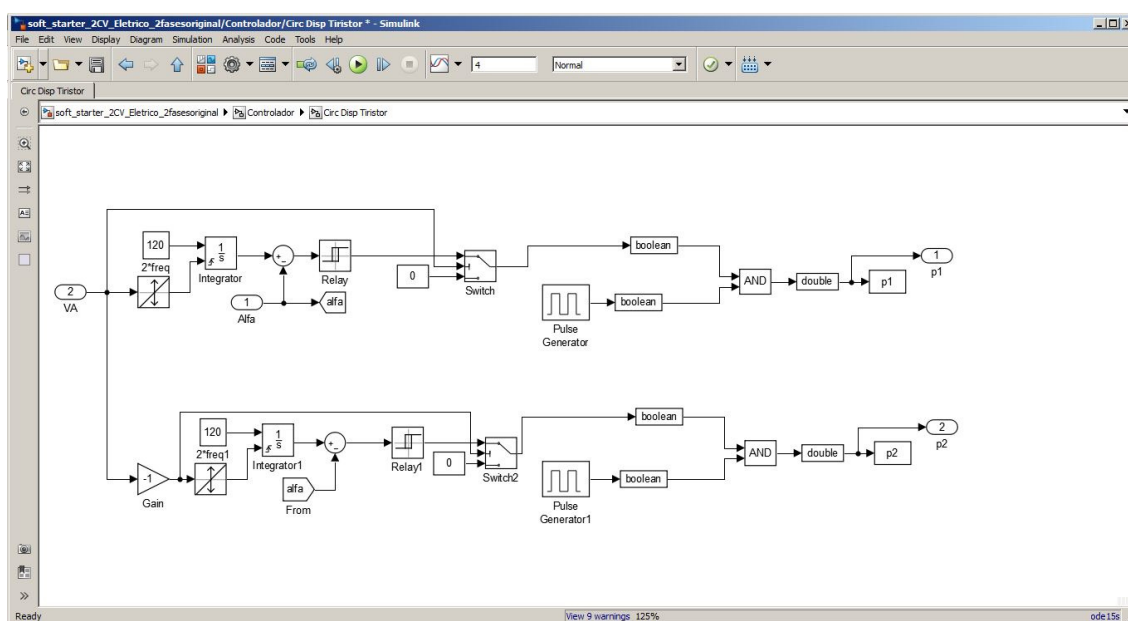


Figura 4. 4 – Geração de pulsos de disparo para tiristores - Fase A  
(FONTE: AUTOR)

Logo na entrada do bloco Circ Disp Tiristor temos a tensão uma das fases da rede. O gráfico apresentado na Figura 4.5 é obtido através do componente Scope, este componente foi conectado em vários pontos do circuito para demonstrar de forma detalhada a geração dos pulsos de disparo.

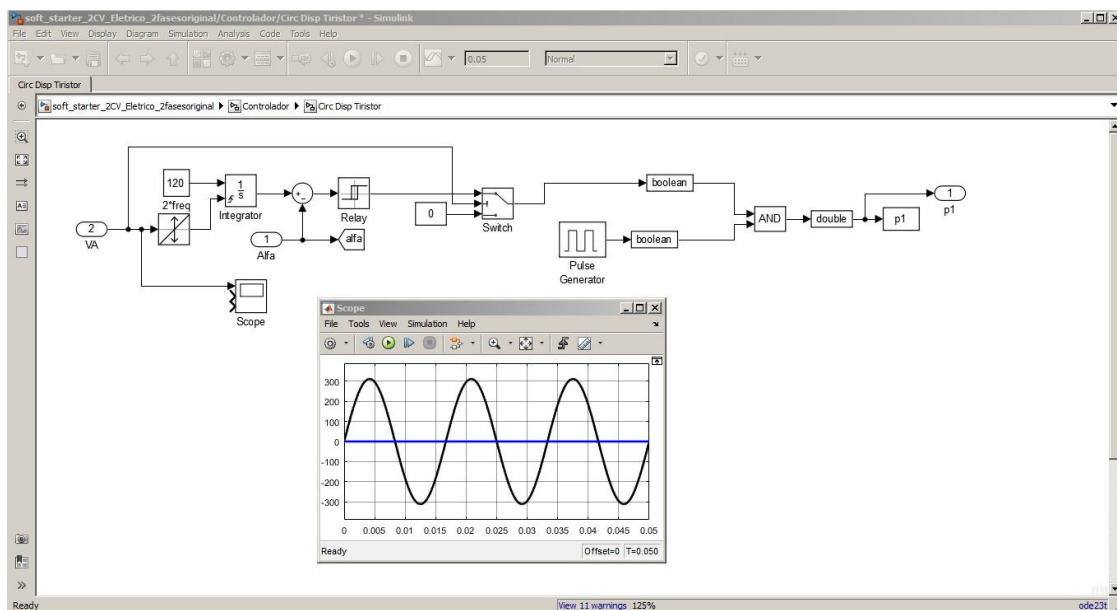


Figura 4. 5 – Tensão de entrada Bloco Circ Disp Tiristor – Fase A  
(FONTE: AUTOR)

Na Figura 4.6 o Scope foi conectado após o componente Hit Crossing. Este componente é responsável pela detecção da passagem por zero garantindo a sincronização dos pulsos. A saída deste componente fornece pulsos unitários no instante da passagem da senoide pelo zero.

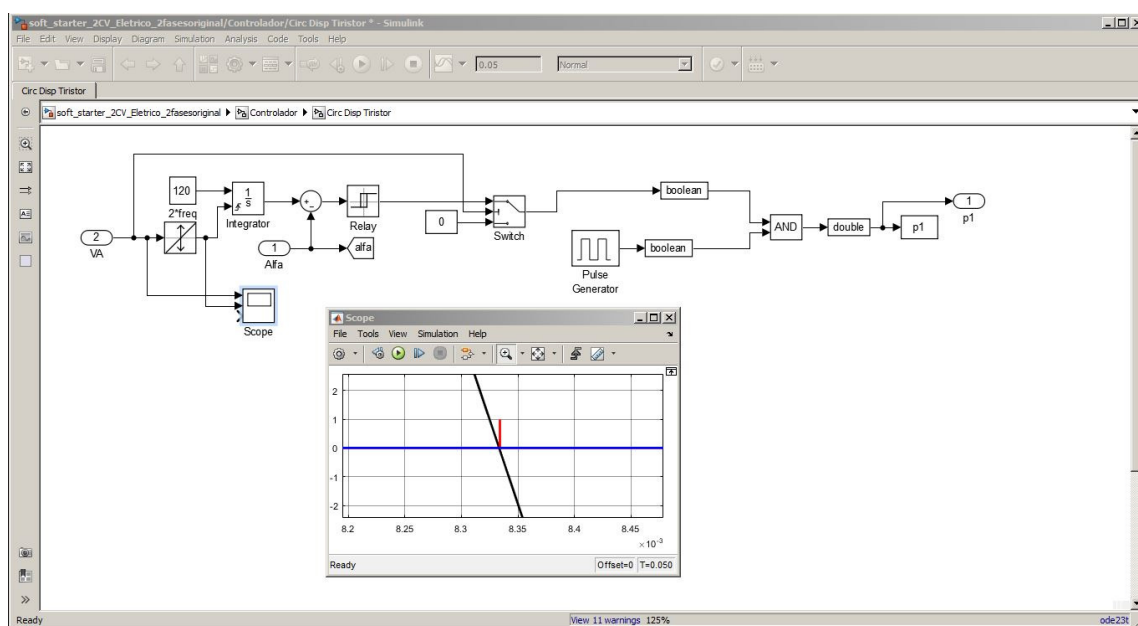


Figura 4. 6 – Detecção da passagem por zero  
(FONTE: AUTOR)

Após a detecção da passagem por zero, o sinal passa pelo componente Integrator, configurado para reset em duas vezes o valor da frequência. Esta configuração possibilita que um sinal dente de serra, sincronizado com a rede, seja gerado com repetição de intervalo de meio período (Figura 4.7).

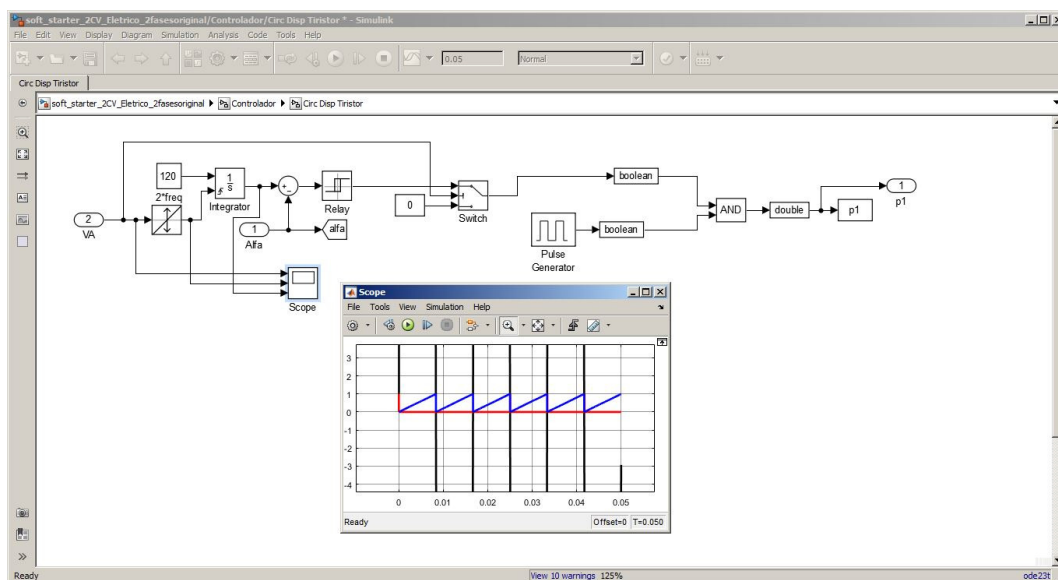


Figura 4. 7 – Sinal dente de serra sincronizado com a rede  
(FONTE: AUTOR)

O próximo passo foi possibilitar o deslocamento do sinal dente de serra no eixo y através da subtração da variável de entrada ALFA (Figura 4.8).

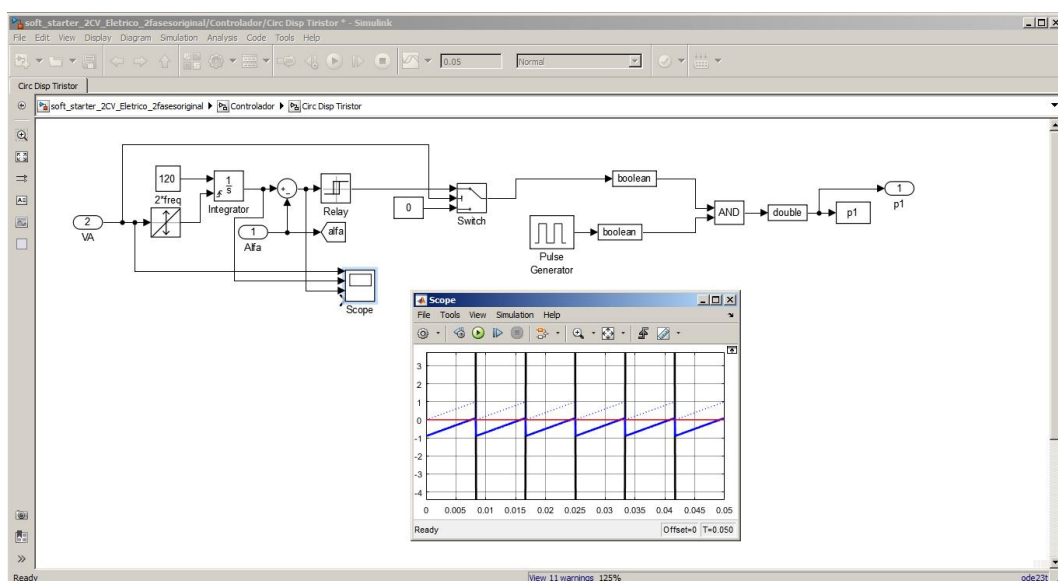


Figura 4. 8 – Deslocamento do sinal dente de serra no eixo y  
(FONTE: AUTOR)

O componente Relay foi adicionado na sequencia, a saída deste bloco fornece um sinal alto sempre que o sinal de entrada possuir um valor superior à zero, gerando assim um degrau unitário (Figura 4.9).

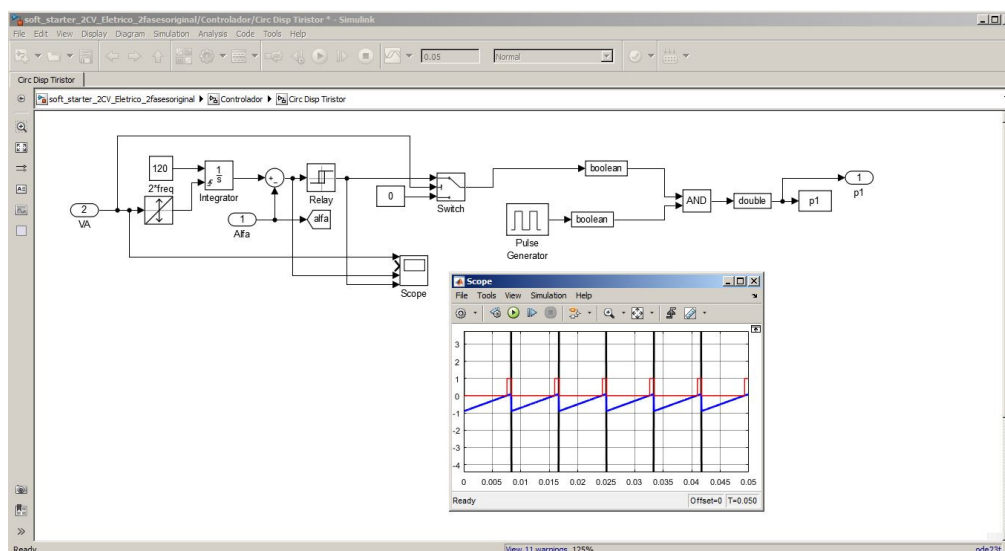


Figura 4. 9 – Degrau unitário gerado a partir do sinal dente de serra  
(FONTE: AUTOR)

No gráfico da Figura 4.10 podemos notar como o deslocamento do sinal no eixo y, através do controle da variável ALFA, altera a largura do pulso gerado na saída do componente Relay. Portanto com a variação de ALFA é possível controlar o ajuste do ângulo de disparo dos tiristores.

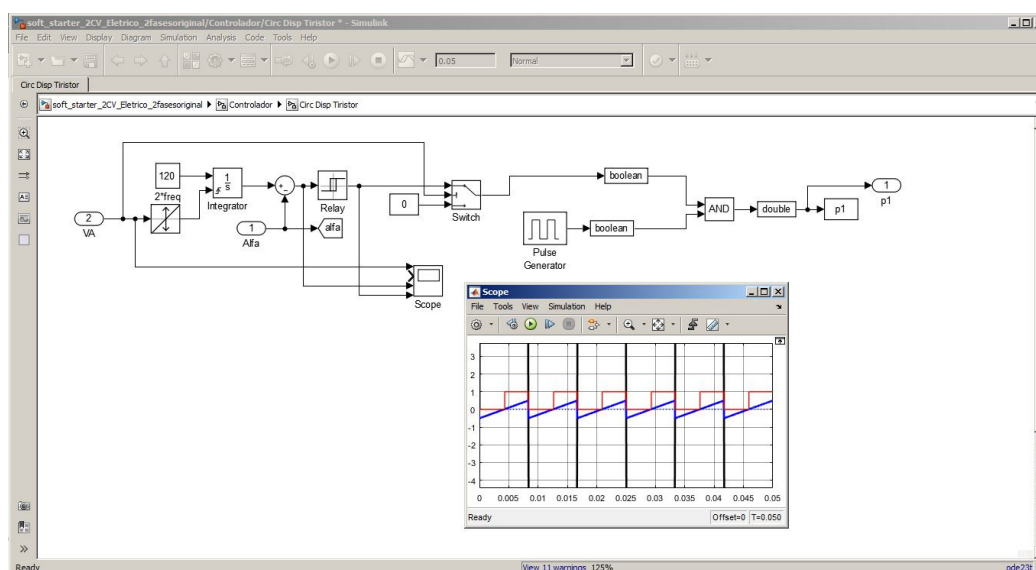


Figura 4. 10 – Ajuste do ângulo de disparo dos tiristores  
(FONTE: AUTOR)

O componente Switch realiza um filtro, permitindo a passagem do sinal somente quando o valor da senoide for maior ou igual à zero. O resultado é a obtenção de um degrau unitário somente para os semicilos positivos da senoide. (Figura 4.11).

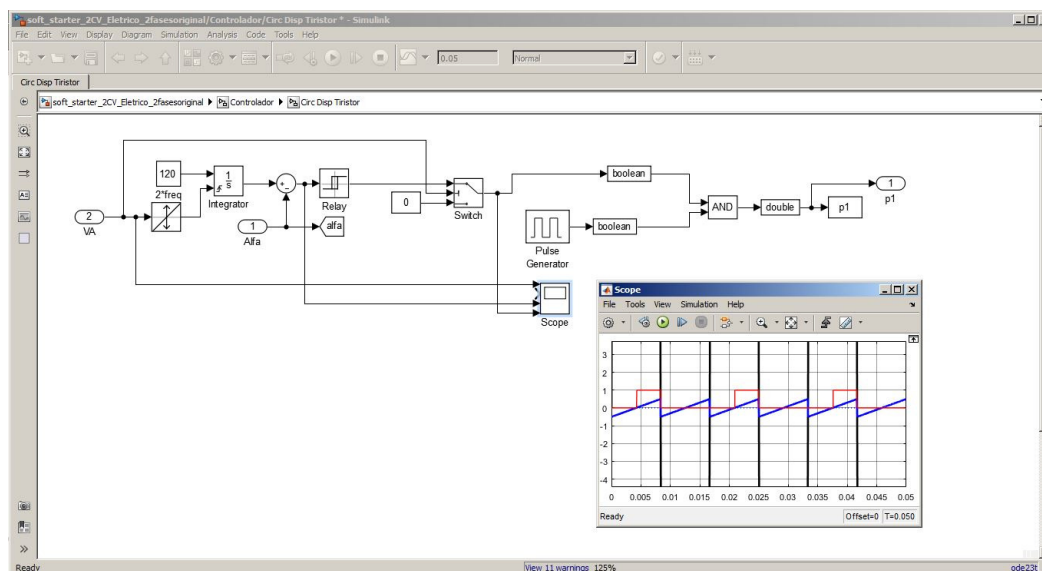


Figura 4. 11 – Degrau unitário gerado a partir do sinal dente de serra  
(FONTE: AUTOR)

Como mencionado anteriormente para cada fase teremos dois pulsos de disparo. O processo de geração do pulso de disparo P2 é semelhante ao P1, porém o valor da tensão de entrada é invertido antes do processo fazendo com que os pulsos de disparo P2 sejam sincronizados com o semiciclo negativo da senoide.

Para acoplar o circuito de disparo ao gate dos Triacs, normalmente são utilizados transformadores de pulsos a fim de promover isolamento elétrico entre os circuitos de disparo e de força. Neste caso, se utilizado pulsos largos para o disparo dos Triacs, o núcleo do transformador de pulso tende a saturar. Para evitar essa saturação, usa-se um esquema chamado de disparo por pulsos de alta frequência. O pulso largo é transformado em um trem de pulsos de alta frequência. (ALMEIDA, 2013).

Para geração do trem de pulso foi utilizado o componente Pulse Generator configurado com amplitude unitária e frequência de 20kHz. Através de uma operação lógica, componente AND, o trem de pulso é agregado ao sinal.

Através da Figura 4.12 podemos observar que após a operação o trem de pulsos é gerado na mesma largura do degrau unitário.

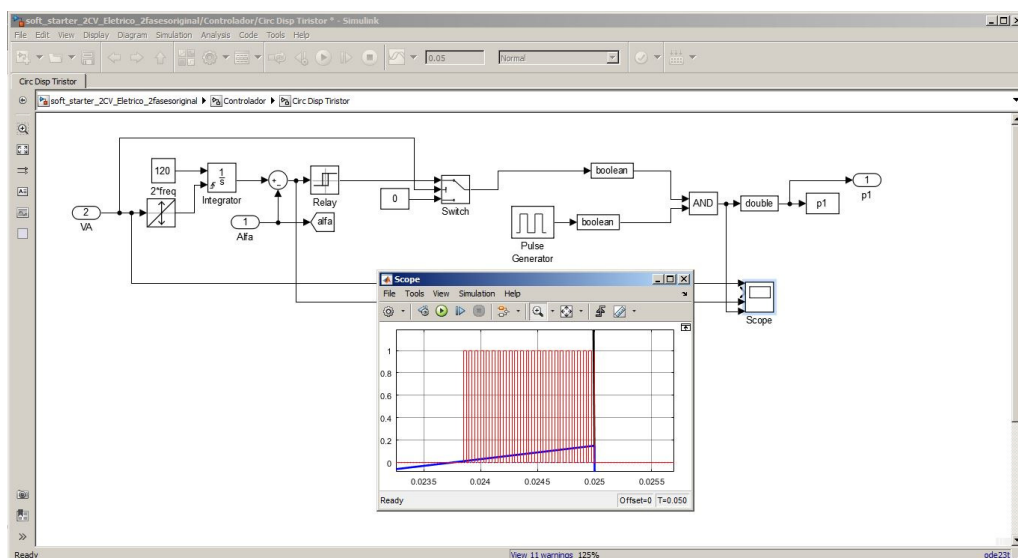


Figura 4. 12 – Trem de pulsos de alta frequência  
(FONTE: AUTOR)

No bloco Chaves Estáticas Soft-Starter estão alocados os dispositivos semicondutores, ou seja, os Tiristores devidamente dispostos em antiparalelo (Figura 4.13). Cada componente Thyristor possui duas entradas, a entrada gate, para o pulso de disparo correspondente e a outra entrada para a tensão da fase. A saída do componente é a tensão que será utilizada para alimentação do motor.

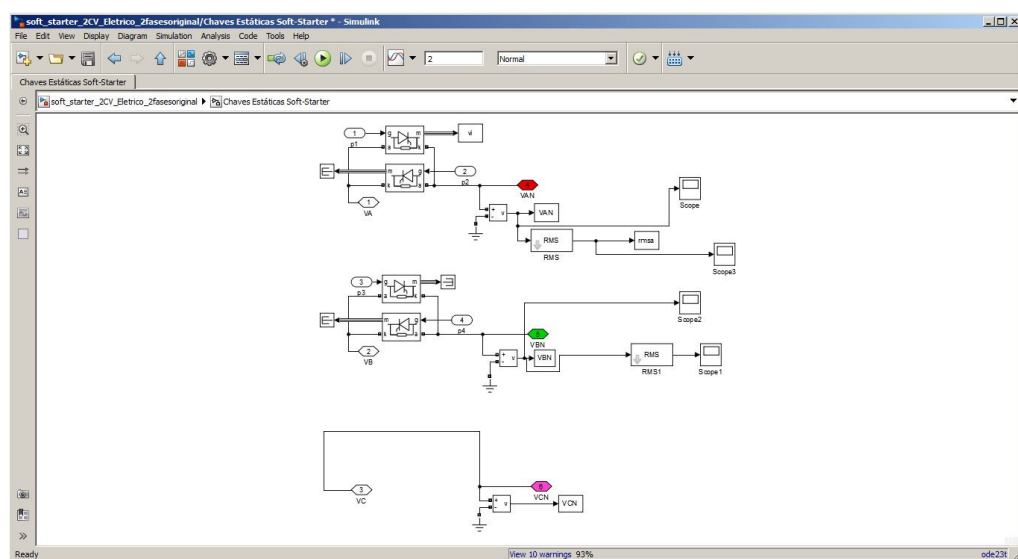


Figura 4. 13 – Bloco Chaves Estáticas – Soft-Starter  
(FONTE: AUTOR)

Um detalhe importante a ser observado, é que a soft-starter utilizada na prática emprega a técnica de controle em apenas duas das três fases do MIT, por questões de economia e simplificação do controle, e por isso, esta mesma condição foi replicada na simulação.

A modelagem do MIT foi realizada no eixo de referência abc, conforme apresentada no Anexo A. A partir das equações obtidas, foi desenvolvido no ambiente Simulink o modelo apresentado na figura 4.14, que representa um MIT genérico com rotor em gaiola, cujos parâmetros podem ser definidos pelo usuário.

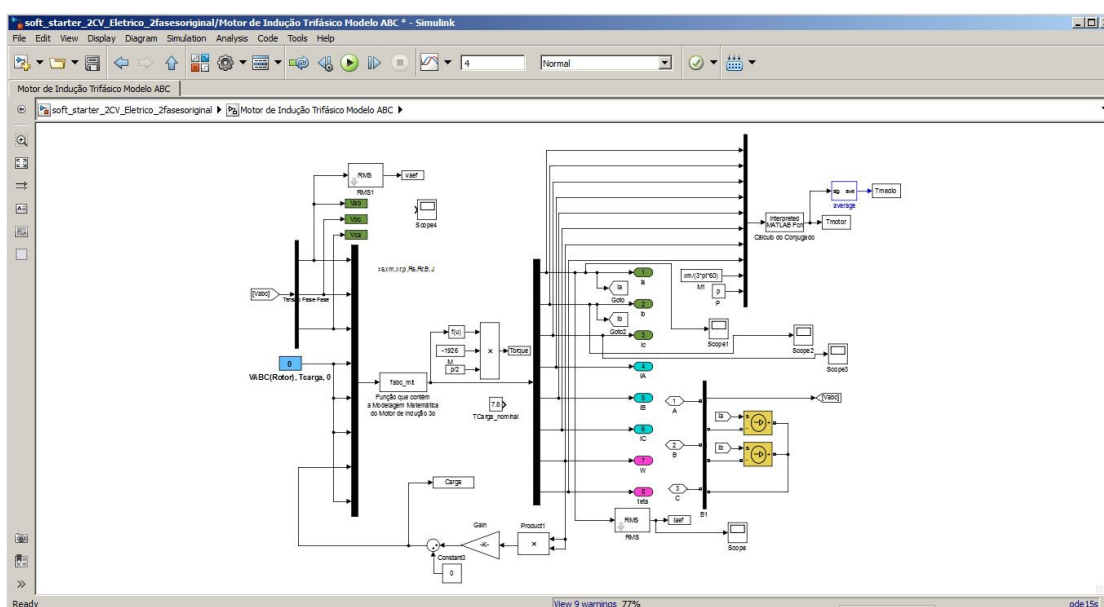


Figura 4. 14 – Modelo do MIT no ambiente Simulink.  
(FONTE: AUTOR)

A equação matricial do MIT no eixo de referência abc, codificada para a linguagem do Matlab, apresentada abaixo está inserida no bloco denominado “fabc\_mit”.

```
%S-function para o modelo do motor de indução trifásico, no domínio da fase.
function [sys, y0] = fmotor(t,y,u,flag,xs,xm,xr,p,Rs,Rr,B,J)

f=60;
Le = (1.5*xs + xm)/(3*pi*f);
Lr = (1.5*xr + xm)/(3*pi*f);
Me = -0.5 * (Le - (xs/(2*pi*f)));
Mr = -0.5 * (Lr - (xr/(2*pi*f)));
M = xm / (3*pi*f);
Lss = Le - Me;
Lrr = Lr - Mr;

if abs(flag) == 1,

MASr = M*cos((p/2)*y(8));
MBsr = M*cos((p/2)*y(8) + (2*pi/3));
```

```

MCsr = M*cos((p/2)*y(8) - (2*pi/3));
x1 = - M*(p/2)*sin((p/2)*y(8))*y(4);
x2 = - M*(p/2)*sin((p/2)*y(8) + (2*pi/3))*y(5);
x3 = - M*(p/2)*sin((p/2)*y(8) - (2*pi/3))*y(6);
x4 = - M*(p/2)*sin((p/2)*y(8))*y(5);
x5 = - M*(p/2)*sin((p/2)*y(8) + (2*pi/3))*y(6);
x6 = - M*(p/2)*sin((p/2)*y(8) - (2*pi/3))*y(4);
x7 = - M*(p/2)*sin((p/2)*y(8))*y(6);
x8 = - M*(p/2)*sin((p/2)*y(8) + (2*pi/3))*y(4);
x9 = - M*(p/2)*sin((p/2)*y(8) - (2*pi/3))*y(5);

A = zeros(8,8);
A(1,1) = Rs;
A(1,4) = - M*(p/2)*y(7)*sin((p/2)*y(8));
A(1,5) = - M*(p/2)*y(7)*sin((p/2)*y(8) + (2*pi/3));
A(1,6) = - M*(p/2)*y(7)*sin((p/2)*y(8) - (2*pi/3));
A(2,2) = Rs;
A(2,4) = - M*(p/2)*y(7)*sin((p/2)*y(8) - (2*pi/3));
A(2,5) = - M*(p/2)*y(7)*sin((p/2)*y(8));
A(2,6) = - M*(p/2)*y(7)*sin((p/2)*y(8) + (2*pi/3));
A(3,3) = Rs;
A(3,4) = - M*(p/2)*y(7)*sin((p/2)*y(8) + (2*pi/3));
A(3,5) = - M*(p/2)*y(7)*sin((p/2)*y(8) - (2*pi/3));
A(3,6) = - M*(p/2)*y(7)*sin((p/2)*y(8));
A(4,1) = - M*(p/2)*y(7)*sin((p/2)*y(8));
A(4,2) = - M*(p/2)*y(7)*sin((p/2)*y(8) - (2*pi/3));
A(4,3) = - M*(p/2)*y(7)*sin((p/2)*y(8) + (2*pi/3));
A(4,4) = Rr;
A(5,1) = - M*(p/2)*y(7)*sin((p/2)*y(8) + (2*pi/3));
A(5,2) = - M*(p/2)*y(7)*sin((p/2)*y(8));
A(5,3) = - M*(p/2)*y(7)*sin((p/2)*y(8) - (2*pi/3));
A(5,5) = Rr;
A(6,1) = - M*(p/2)*y(7)*sin((p/2)*y(8) - (2*pi/3));
A(6,2) = - M*(p/2)*y(7)*sin((p/2)*y(8) + (2*pi/3));
A(6,3) = - M*(p/2)*y(7)*sin((p/2)*y(8));
A(6,6) = Rr;
A(7,1) = x1 + x2 + x3;
A(7,2) = x4 + x5 + x6;
A(7,3) = x7 + x8 + x9;
A(7,7) = -B;
A(8,7) = 1;

L = zeros(8,8);
L(1,1) = Lss;
L(1,4) = MASr;
L(1,5) = MBsr;
L(1,6) = MCsr;
L(2,2) = Lss;
L(2,4) = MCsr;
L(2,5) = MASr;
L(2,6) = MBsr;
L(3,3) = Lss;
L(3,4) = MBsr;
L(3,5) = MCsr;
L(3,6) = MASr;
L(4,1) = MASr;
L(4,2) = MCsr;
L(4,3) = MBsr;
L(4,4) = Lrr;
L(5,1) = MBsr;
L(5,2) = MASr;
L(5,3) = MCsr;
L(5,5) = Lrr;
L(6,1) = MCsr;
L(6,2) = MBsr;
L(6,3) = MASr;
L(6,6) = Lrr;
L(7,7) = -J;
L(8,8) = -1;

sys=-inv(L)*A*y+inv(L)*u;

elseif flag == 3,
sys = y;

elseif flag == 0,

```

```

y0 = [0;0;0;0;0;0;0;0];
sys = [8 0 8 8 0 0]';

else
sys = [];

end

```

No bloco Motor de Indução Trifásico também é possível preencher os parâmetros do motor. Para obtenção dos parâmetros de circuito equivalente da máquina foi considerado um MIT cujos dados já eram conhecidos e informados na Tabela 4.1.

#### ***Motor VOGES VTop modelo V90 L2***

|                                                             |                               |
|-------------------------------------------------------------|-------------------------------|
| <b>Potência:</b>                                            | 4CV (3kW)                     |
| <b>Número de pólos:</b>                                     | 2                             |
| <b>Fator de Potência:</b>                                   | 0,85                          |
| <b>Categoria:</b>                                           | N                             |
| <b>Rotação nominal:</b>                                     | 3480 rpm                      |
| <b>Resistência do estator, <math>R_s</math>:</b>            | 1.213 $\Omega$                |
| <b>Resistência do rotor, <math>R_r</math>:</b>              | 1.096 $\Omega$                |
| <b>Reatância de dispersão do estator, <math>X_s</math>:</b> | 2.79 $\Omega$                 |
| <b>Reatância de dispersão do rotor <math>X_r</math>:</b>    | 3.83 $\Omega$                 |
| <b>Reatância de magnetização, <math>X_m</math>:</b>         | 88.754 $\Omega$               |
| <b>Coefficiente de atrito viscoso, B</b>                    | 0.008 Nm/rad/s                |
| <b>Momento de inércia, J</b>                                | 0.0195 Nm.s <sup>2</sup> /rad |

Tabela 4.2 - Dados do MIT  
(FONTE: FREITAS 2011)

Os valores de resistência do rotor, resistência do estator, reatância do rotor, reatância do estator, reatância de magnetização, número de polos do motor, coeficiente de atrito viscoso e momento de inércia também são vistos na Figura 4.15, que representa a janela de entrada de dados do bloco Motor de Indução Trifásico.

Block Parameters: Motor de Indução Trifásico Modelo ABC

Subsystem (mask)

Parameters

Reactância do Estator ( $X_s$ )  
2.79

Reactância de Magnetização ( $X_m$ )  
88.754

Reactância do Rotor ( $X_r$ )  
3.83

Número de Pólos do Motor  
2

Resistência do Estator ( $R_s$ )  
1.213

Resistência do Rotor ( $R_r$ )  
1.096

Coeficiente de Atrito Viscoso  
0.008

Momento de Inércia  
0.0195

OK Cancel Help Apply

Figura 4. 15 – Tela para preenchimento dos parâmetros do motor  
(FONTE: AUTOR)

Após executar a simulação podemos imprimir os gráficos com as respectivas curvas de tensão e corrente para compararmos as curvas registradas no experimento prático.

O primeiro gráfico plotado foi o de pulsos de disparo dos Triac's, mostrados na Figura 4.16.

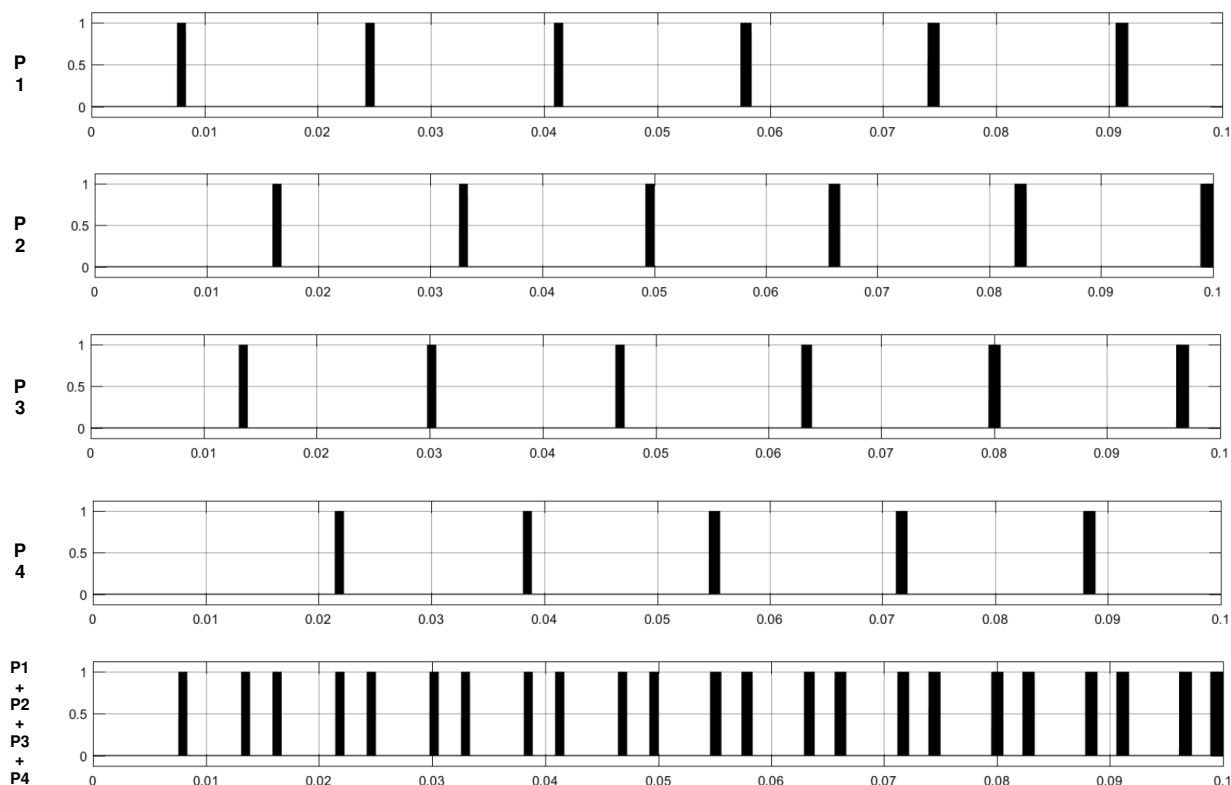


Figura 4. 16 – Pulsos de disparo dos Tiristores  
(FONTE: AUTOR)

Para a simulação foi utilizado à variação de ALFA entre 0.7 e 0.1 e com objetivo de diminuir o tempo de processamento da simulação, foi adotado um intervalo de 2 segundos para a rampa de aceleração da soft-starter (Figura 4.17).

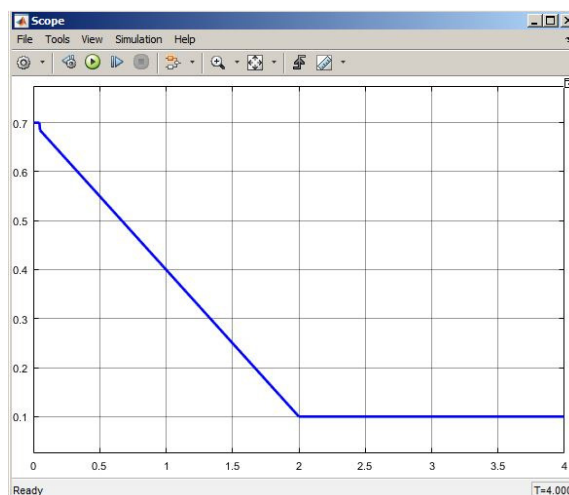


Figura 4. 17 – Variação do ALFA no tempo  
(FONTE: AUTOR)

As Figuras 4.18 a 4.22 apresentam as curvas de tensão de fase juntamente com o zoom no instante após a partida do MIT e também após o término do tempo ajustado na rampa de aceleração.

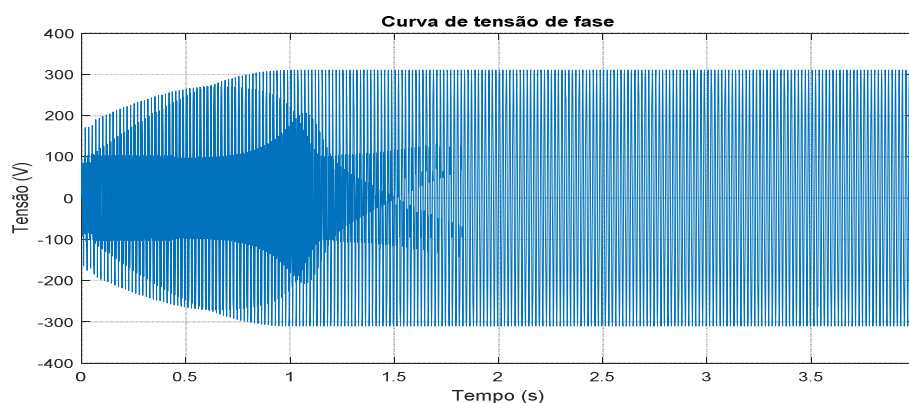


Figura 4.18 – Curva de tensão da - Fase A.  
Duração da amostra = 4s,  $V_{pico} = 311 \text{ V}$   
(FONTE: AUTOR)

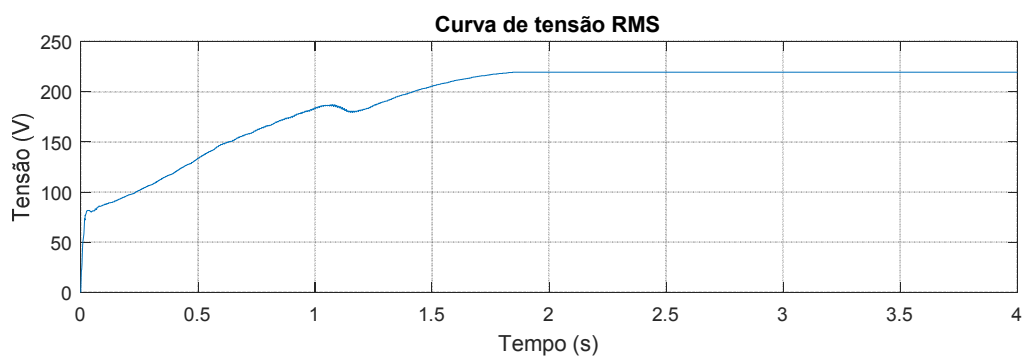


Figura 4.19 - Curva de tensão RMS - Fase A  
 Duração da amostra = 4s, RMS Max = 220 V  
 (FONTE: AUTOR)

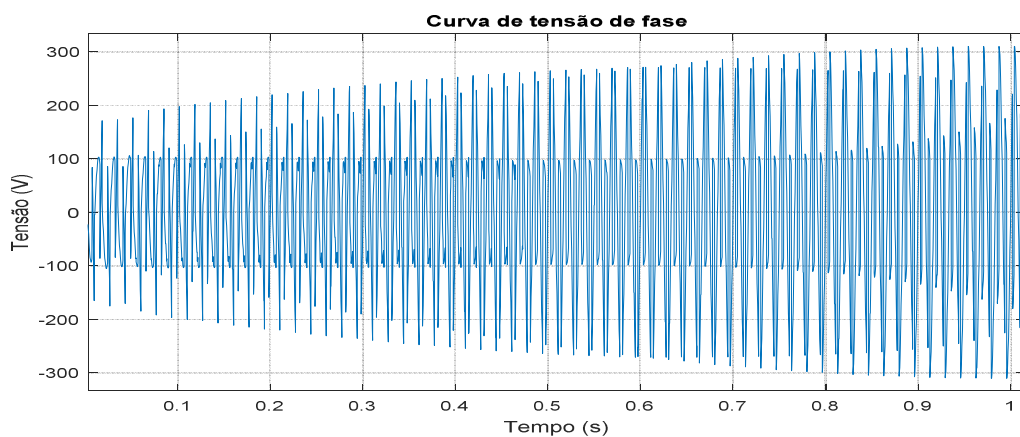


Figura 4.20 - Curva de tensão com “zoom” no instante da partida- Fase A  
 Duração da amostra = 1s,  $V_{pico} = 310$  V  
 (FONTE: AUTOR)

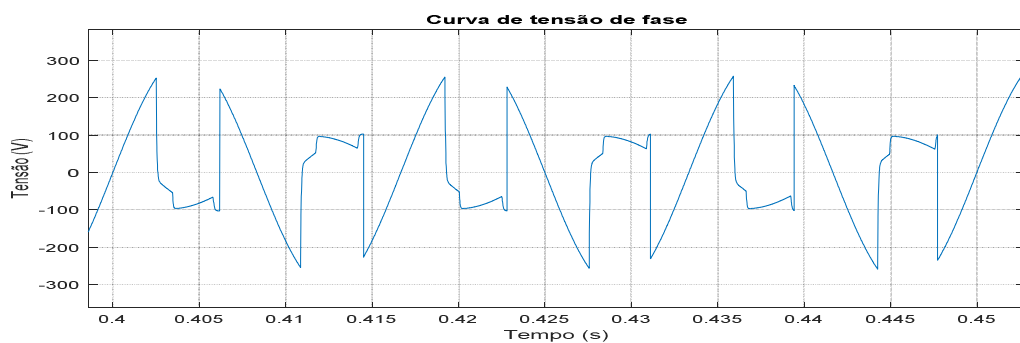


Figura 4.21 – Curva de tensão com “zoom” no instante da partida – Fase A  
 Duração da amostra =  $t$  entre 0.4 e 0.45s,  $V_{pico} = 255$  V  
 (FONTE: AUTOR)

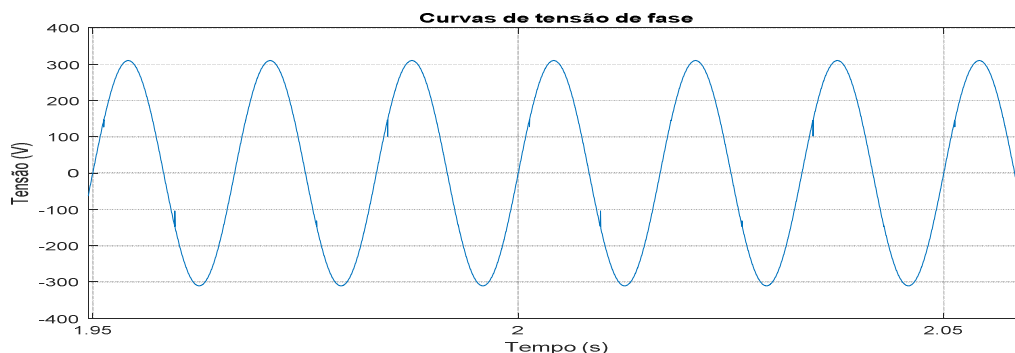


Figura 4.22 – Curva de tensão após o tempo ajustado na rampa de aceleração – Fase A  
 Duração da amostra = t entre 1.95 e 2.05 s,  $V_{\text{pico}} = 311 \text{ V}$   
 (FONTE: AUTOR)

As Figuras 4.23 a 4.27 apresentam as curvas de corrente de fase juntamente com o zoom no instante após a partida do MIT e também após o término do tempo ajustado na rampa de aceleração.

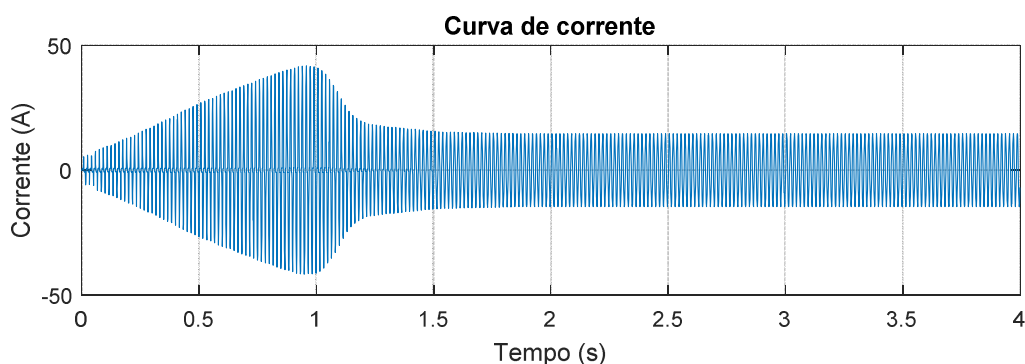


Figura 4.23 – Curva de corrente de fase – Fase A  
 Duração da amostra = 4s,  $I_{\text{pico}} = 40 \text{ A}$   
 (FONTE: AUTOR)

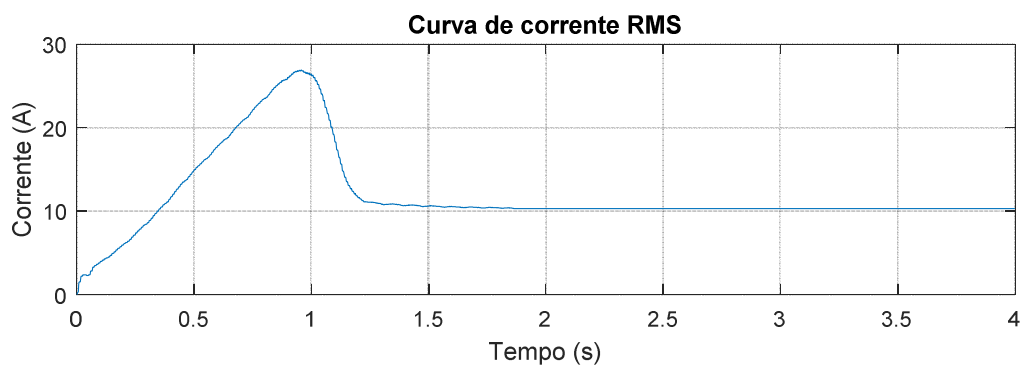


Figura 4.24 - Curva de corrente RMS – Fase A  
 Duração da amostra = 4s,  $\text{RMS Max} = 27 \text{ A}$   
 (FONTE: AUTOR)

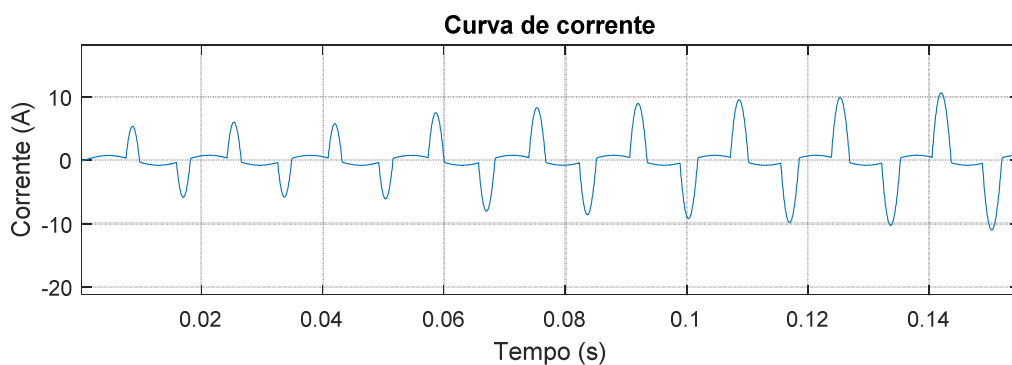


Figura 4.25 – Curvas de corrente com “zoom” no instante da partida – Fase A

Duração da amostra = 0.15s,  $I_{\text{pico}} = 12 \text{ A}$

(FONTE: AUTOR)

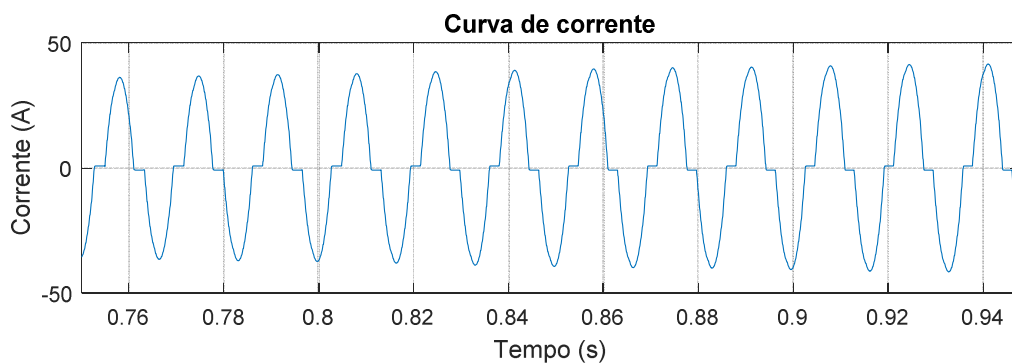


Figura 4.26 – Curvas de corrente com “zoom” logo após o instante de partida – Fase A

Duração da amostra = t entre 0.76 e 0.94s,  $I_{\text{pico}} = 40 \text{ A}$

(FONTE: AUTOR)

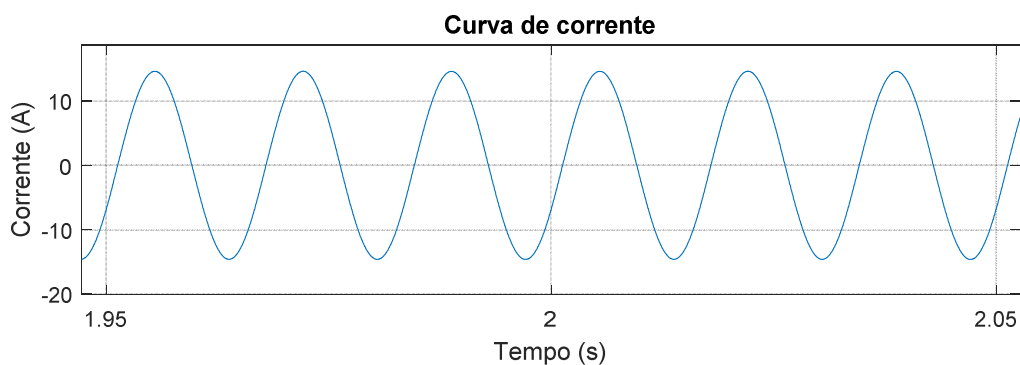


Figura 4.27 – Curvas de corrente após o tempo ajustado na rampa de aceleração – Fase A

Duração da amostra = t entre 1.95 e 2.05s,  $I_{\text{pico}} = 14 \text{ A}$

(FONTE: AUTOR)

Após plotar os gráficos e observar brevemente as Figuras 4.20 e 4.21, podemos observar distorções na senoide provocadas pelos chaveamentos dos tiristores de acordo com o ângulo de disparo. Esses chaveamentos produzem um “recorte” na senoide alterando o valor eficaz da tensão aplicada ao motor. Consequentemente, como podemos observar nas figuras 4.25 e 4.26, as alterações na senoide de tensão provocam também alterações na senoide de corrente. Estas alterações quando feita de forma automática pela soft-starter, ajustando o ângulo de disparo de acordo com a rampa de aceleração, proporciona ao sistema uma corrente com variação suave.

Nas figuras 4.22 e 4.27 podemos notar que quando a motor atinge o regime permanente (próximo a 2 segundos), as formas de onda de tensão e corrente são praticamente senoidas novamente, até que o sistema de by-pass seja acionado e a tensão aplicada no motor seja exatamente a tensão da rede.

## CAPÍTULO 5

### RESULTADOS EXPERIMENTAIS DA PARTIDA DE UM MIT UTILIZANDO SOFT STARTER

Para realizar o estudo comparativo proposto neste trabalho foi necessário reproduzir em laboratório a partida de um MIT utilizando um dispositivo controlador de tensão soft-starter.

Para a montagem da prática foram utilizados, além da chave soft-starter, outros dispositivos elétricos, que serão descritos no tópico a seguir, bem como os ajustes realizados nas configurações da soft-starter e por fim as etapas da atividade.

#### 5.1 Materiais

##### 5.1.1 Disjuntores

Com a finalidade de proteger o motor e também a chave soft-starter foram conectados após a fonte de alimentação dois disjuntores termomagnéticos, sendo um disjuntor termomagnético tripolar de 10 A (Figura 5.1) para proteção do circuito de alimentação do motor e o outro um disjuntor bipolar de 6 A (Figura 5.2) para proteger o circuito de comando e alimentação da soft-starter.



Figura 5. 1 - Disjuntor Tripolar de 10A.  
(FONTE: AUTOR)

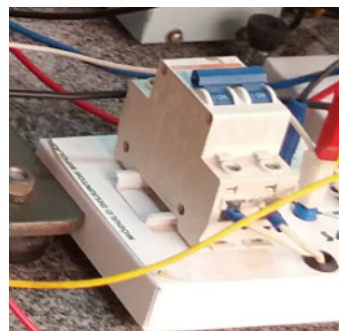


Figura 5. 2 – Disjuntor Bipolar de 6A.  
(FONTE: AUTOR)

Segundo Nascimento (2012), a utilização de disjuntores termomagnéticos, é uma alternativa eficaz por não demandar substituição após seu acionamento, como acontece com os fusíveis, que precisam ser trocados após exposição a correntes anormais de sobrecarga e de curto-circuito.

Outra desvantagem da utilização de fusíveis é que se o problema ocorre em apenas uma das fases e o elo fusível se rompe, o sistema passa com apenas duas fases.

### 5.1.2 Contator Tripolar

Para compor os circuitos de força e de comando foi utilizado um contator tripolar (Figura 5.3), para possibilitar a criação de um contato selo permitindo que o sistema permaneça energizado após liberação do botão de partida.

Após a energização de uma bobina presente neste dispositivo a força magnética gerada sobrepõe à força mecânica das molas obrigando os contatos móveis trocarem de posição (MAMEDE, 2017); contatos normalmente abertos se fecham e contatos normalmente fechados se abrem.

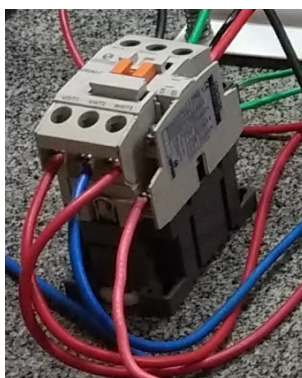


Figura 5. 3 – Contator.  
(FONTE: AUTOR)

### 5.1.3 Botões de comando

Para o acionamento da partida do motor, e também para a parada do mesmo, foram utilizados botões de comando distintos (Figura 5.4). O primeiro botão,

o de partida, é um contato normalmente aberto que ao ser pressionado fecha o circuito alimentando a entrada digital da chave soft-starter.

Quanto ao botão de parada, foi utilizado um contato normalmente fechado. Quando este é acionado a alimentação da entrada digital da chave soft-starter é interrompida.

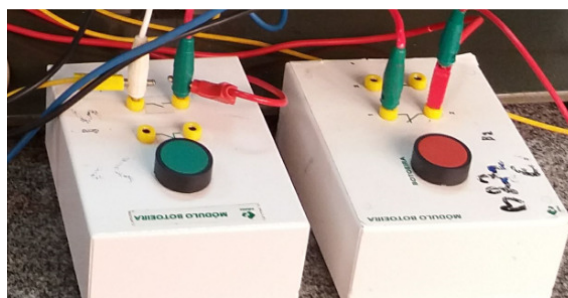


Figura 5. 4 – Botões de comando de partida e parada do motor  
(FONTE: AUTOR)

#### 5.1.4 Motor trifásico

Neste experimento, foi utilizado um motor de indução trifásico da VOGES com potência de 4CV (3kW) – 2 polos, 60 Hz 220 V acionando um ventilador industrial. OS dados já eram conhecidos e estão representados na Tabela 5.1. Estes foram os mesmos dados utilizados na simulação, como pode ser observado na Figura 4.15 apresentada no capítulo anterior.

| <b><i>Motor VOGES VTop modelo V90 L2</i></b> |                  |
|----------------------------------------------|------------------|
| <b>Potência:</b>                             | 4CV (3kW)        |
| <b>Número de pólos:</b>                      | 2                |
| <b>Fator de Potência:</b>                    | 0,85             |
| <b>Categoria:</b>                            | N                |
| <b>Rotação nominal:</b>                      | 3480 rpm         |
| <b>Resistência do estator:</b>               | 1,2133 $\Omega$  |
| <b>Resistência do rotor:</b>                 | 1,0966 $\Omega$  |
| <b>Resistência de magnetização:</b>          | 1302,9 $\Omega$  |
| <b>Reatância de dispersão do estator:</b>    | 2,797 $\Omega$   |
| <b>Reatância de dispersão do rotor:</b>      | 3,8355 $\Omega$  |
| <b>Reatância de magnetização:</b>            | 88,7541 $\Omega$ |

Tabela 5. 3 - Dados do MIT  
(FONTE: FREITAS 2011)

Conforme apresentado na Figura 5.5, o motor possui seis terminais acessíveis, possibilitando realizar o seu fechamento em delta, para conexão em 220V, ou em estrela, para conexão em 380V.

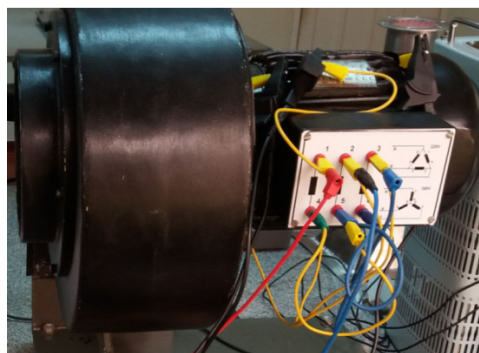


Figura 5. 5 – Motor  
(FONTE: AUTOR)

Para a realização deste experimento foi utilizada a tensão de 380V proporcionando uma corrente nominal de 6,07 A.

#### 5.1.5 Soft-Starter

A soft-starter utilizada foi à da série SSW-05 Plus da fabricante WEG instalada em uma bancada didática para facilitar a realização das conexões (Figura 5.6). Nesta mesma bancada também está instalada uma IMH (interface homem máquina) para possibilitar a programação e operação remota da SSW-05.

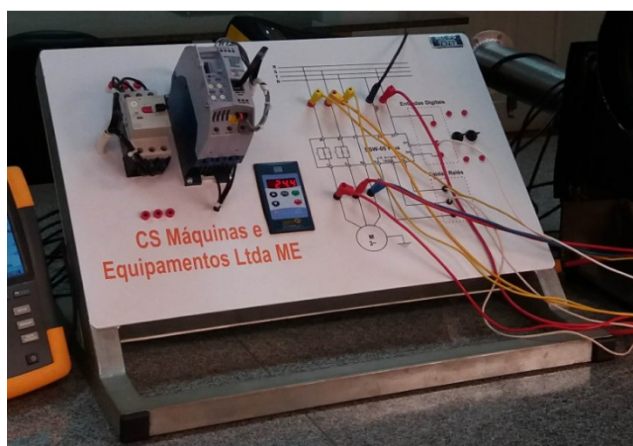


Figura 5. 6 – SSW-05 instalada em bancada didática.  
(FONTE: AUTOR)

O modelo utilizado é SSW050010T2246TPZ, cada dígito do modelo está relacionado a uma característica, conforme consta na tabela 5.2.

| <b>SSW05</b>                    | <b>0010</b>                     | <b>T</b>                         | <b>2246</b>                                   | <b>T</b>                                                 | <b>P</b>               | <b>Z</b>      |
|---------------------------------|---------------------------------|----------------------------------|-----------------------------------------------|----------------------------------------------------------|------------------------|---------------|
| Soft-Starter<br>WEG Série<br>05 | Corrente nominal de saída: 10 A | Alimentação Trifásica de Entrada | Tensão de Alimentação de entrada: 220V a 460V | Idioma do Manual: Trilingue Português, Inglês e Espanhol | Versão da SSW-05: Plus | Fim de código |

Tabela 5. 4 – Características do modelo da soft-starter  
(FONTE: Catálogo do Fabricante)

Os parâmetros foram adequadamente ajustados através da IHM com o objetivo de proporcionar uma rampa de aceleração através da variação da tensão durante a partida, conforme ilustrado na Figura 5.7.

No instante da partida é aplicado um degrau de tensão equivalente a 30% da tensão nominal. A partir deste instante a tensão aplicada no MIT cresce linearmente durante 20s, tempo parametrizado para a conclusão da partida.

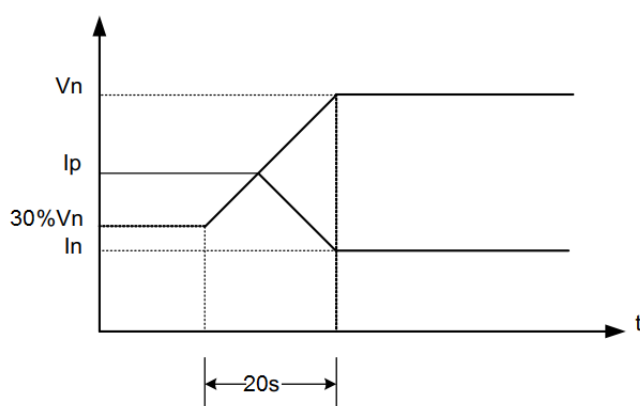


Figura 5. 7 – Forma de rampa de aceleração do MIT durante a partida através da soft-starter.  
(FONTE: FREITAS, SILVA E ALVARENGA, 2011)

Uma configuração importante a ser realizada na SSW-05 é o ajuste da corrente do motor, pois este parâmetro irá definir as proteções do motor acionadas pela soft-starter. O ajuste desta função tem importância direta nas seguintes proteções do motor: Sobrecarga, Sobrecorrente, Rotor Bloqueado, Falta de Fase.

Exemplo do cálculo:

SSW-05 Plus utilizada: 10A

Corrente nominal do motor utilizado (conexão estrela): 6,07 A

$$\text{Ajuste da corrente do motor} = \frac{I_{\text{motor}}}{I_{\text{SSW-05 Plus}}}$$

$$\text{Ajuste da corrente do motor} = \frac{6,07 \text{ A}}{10 \text{ A}}$$

$$\text{Ajuste da corrente do motor} = 0,607$$

Portanto deve ser ajustado em 60,7%.

Para possibilitar a configuração dos parâmetros através da IHM, primeiramente deve-se liberar a alteração do conteúdo dos parâmetros, definindo o valor 5 para o parâmetro P000.

É possível definir também por onde devem ser realizadas as configurações, pela IHM remota ou Trimpot e Dip Switch presente no painel frontal do equipamento. Na ocasião foi definido o valor 1 para o parâmetro P220 fazendo com que os ajustes no Trimpot e Dip Switch fossem ignorados. A tensão inicial, tempos de rampas, relação de corrente e habilitação das proteções foram programados diretamente na IHM através dos parâmetros P101, P102, P104, P105 e P106. A tabela 5.3 apresenta toda a configuração realizada na SSW-05 Plus.

| <b>Parâmetro / Descrição</b>                          | <b>Valor</b> |
|-------------------------------------------------------|--------------|
| P000 – Parâmetro de acesso                            | 5            |
| P101 – Tensão inicial (%Un)                           | 30           |
| P102 - Tempo da rampa de aceleração (s)               | 20           |
| P104 - Tempo da rampa de desaceleração (s)            | 0            |
| P105 - Ajuste da corrente do motor (%)                | 60           |
| P220 - Parametrização via IHM/ (Trimpot e Dip Switch) | 1            |

Tabela 5. 5 – Parâmetros configurados na soft-starter

(FONTE: AUTOR)

### 5.1.6 Diagramas elétricos

A montagem foi realizada de acordo com o diagrama elétrico, apresentado na Figura 5.8, conforme sugere o manual do fabricante.

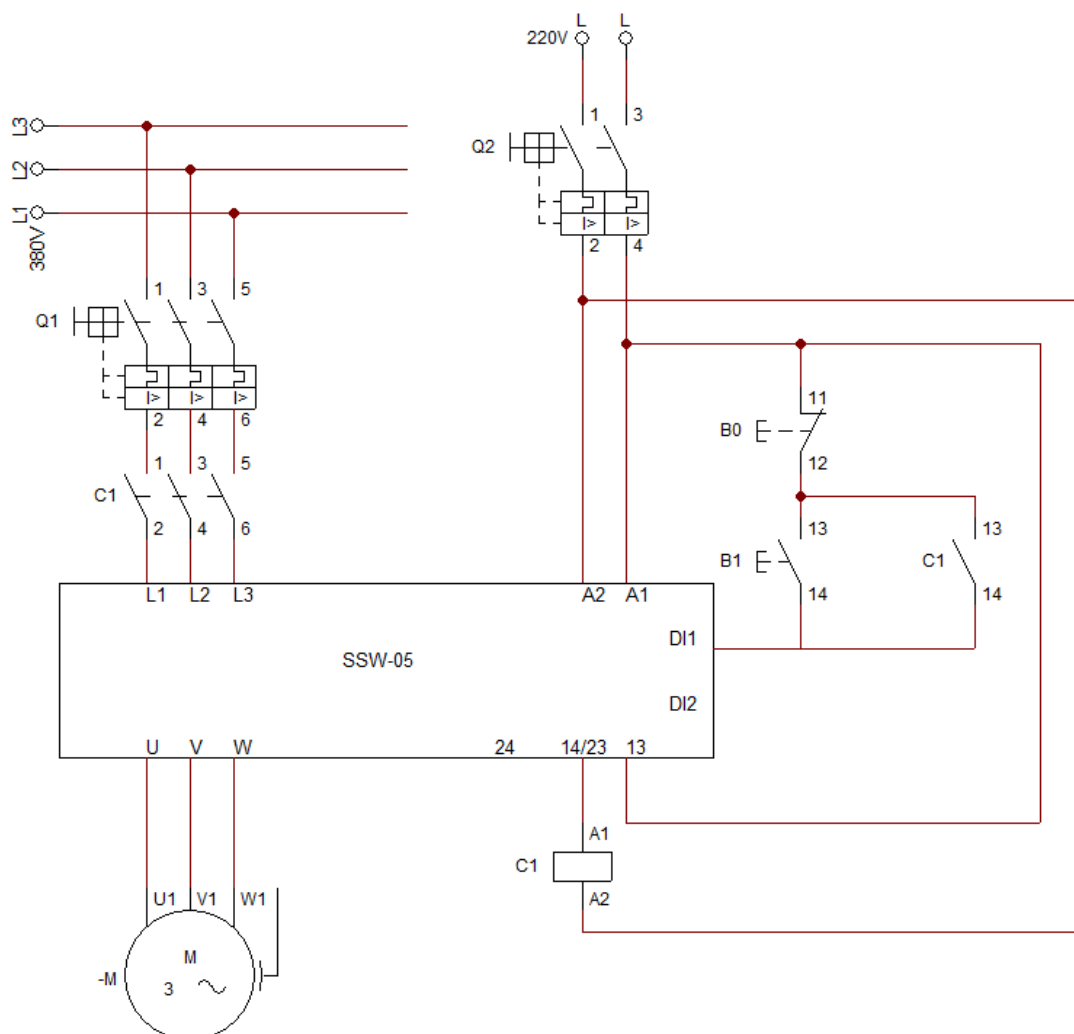


Figura 5. 8 – Diagrama Elétrico de Ligação.  
(FONTE: AUTOR)

### 5.1.7 Analisador de qualidade de energia

Para esse estudo comparativo, foi utilizado a opção de análise Inrush presente no analisador de energia PowerPad 8335 da fabricante AEMC® Instruments, que possibilita a realização das medições e obtenção das curvas de tensões e correntes, durante a partida do motor.

Utilizando o software DataView do próprio equipamento em um microcomputador é possível acompanhar as curvas em tempo real e gravá-las para análises mais detalhadas.

Na Figura 5.9 é apresentado a montagem para registro das curvas de tensão e corrente no momento de partida do MIT utilizando uma soft-starter.



Figura 5. 9 – Montagem para registro das curvas de tensão e corrente no momento de partida do MIT utilizando uma soft-starter

(FONTE: AUTOR)

As Figuras 5.10 e 5.11 ilustram a forma de onda da tensão de fase em condições de partida do MIT. Figura 5.10 apresenta a tensão aplicada ao motor durante aproximadamente 1s. Figura 5.11 ampliação (zoom) de 15 vezes, representando uma janela de aproximadamente 65ms, no eixo dos tempos, da área selecionada na janela superior, relativa aos instantes da partida. Da mesma forma, a Figura 5.13 e 5.14 ilustram a corrente de fase do motor com a mesma ampliação no eixo dos tempos. Observa-se que, em função da tensão recortada através do disparo dos tiristores, tanto a tensão aplicada no motor quanto a corrente assumem formas de onda não senoidais.

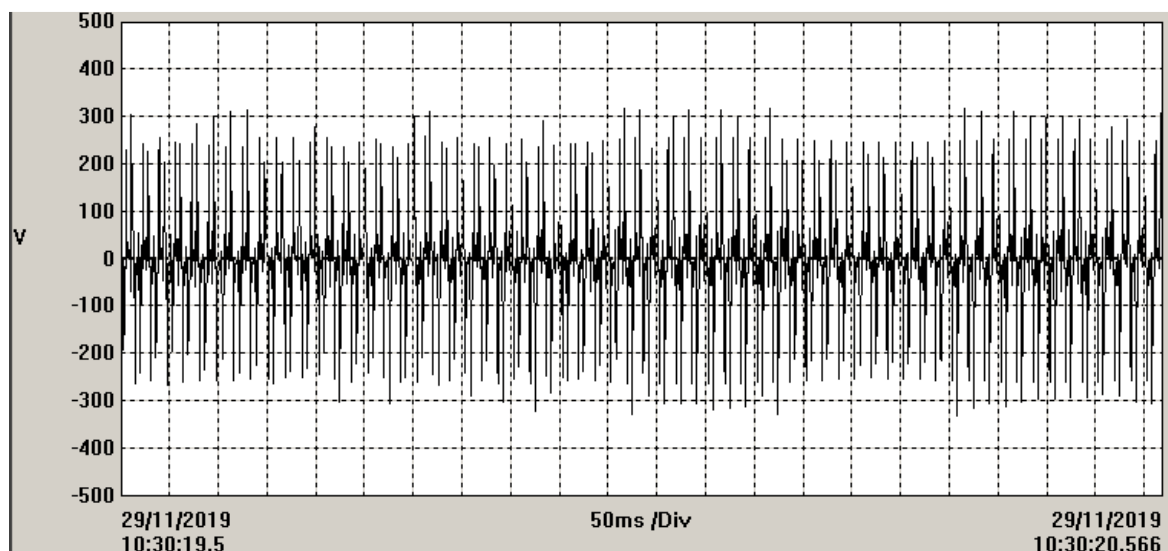


Figura 5. 10 – Curva de tensão de fase – Fase A

Duração da amostra = 1s,  $V_{\text{pico}} = 311 \text{ V}$

(FONTE: AUTOR)

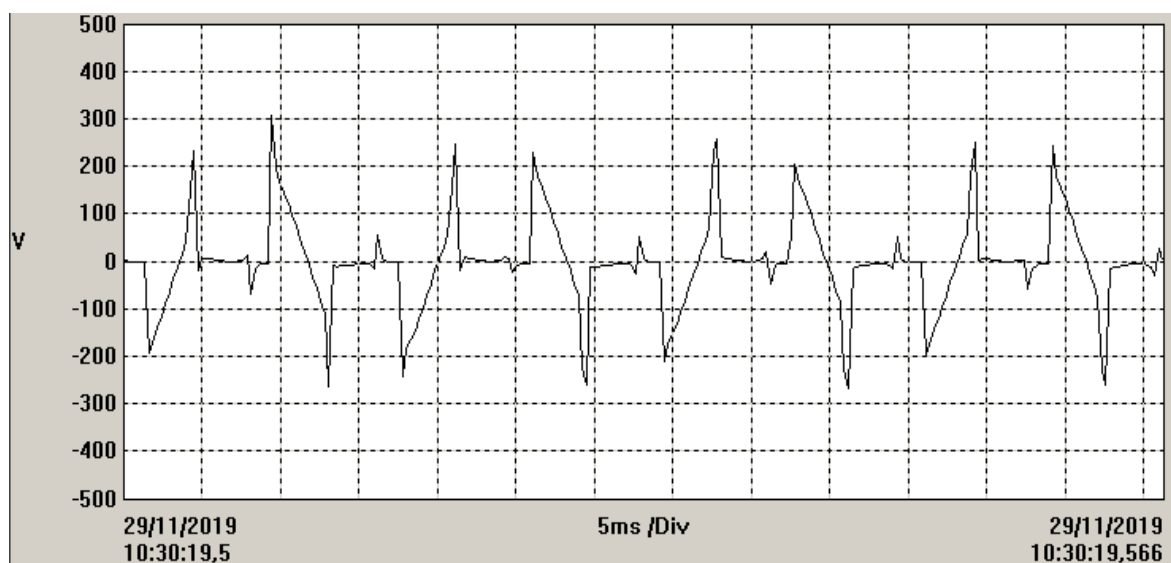


Figura 5. 11 – Tensão de fase do MIT com “zoom” nos instantes iniciais da partida – Fase A

Duração da amostra = 65ms,  $V_{\text{pico}} = 300 \text{ V}$

(FONTE: AUTOR)

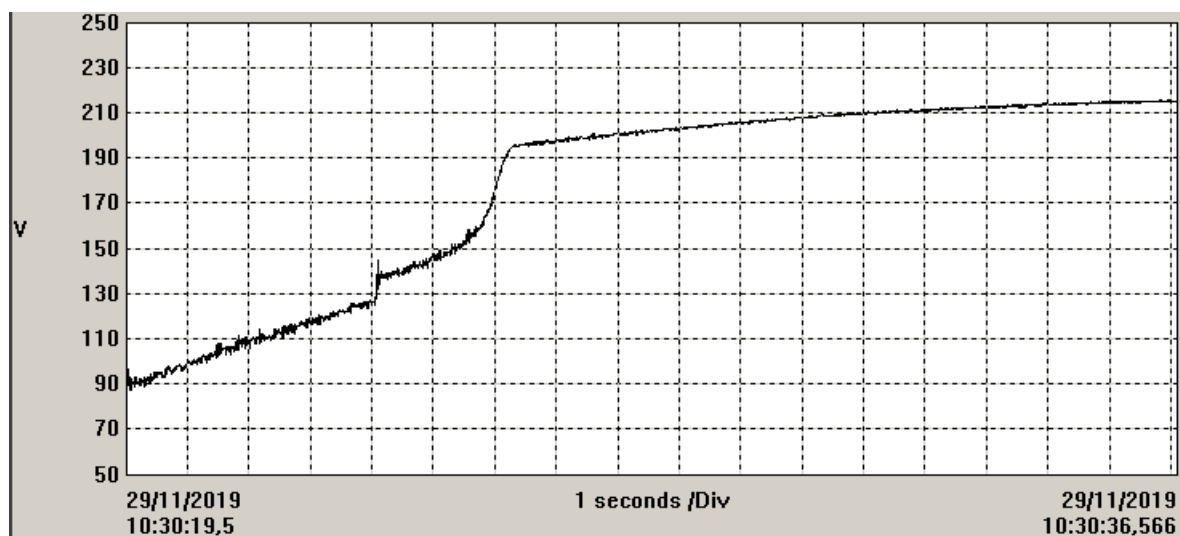


Figura 5. 12 – Tensão de fase RMS – Fase A

Duração da amostra = 17s, RMS Max = 222 V

(FONTE: AUTOR)

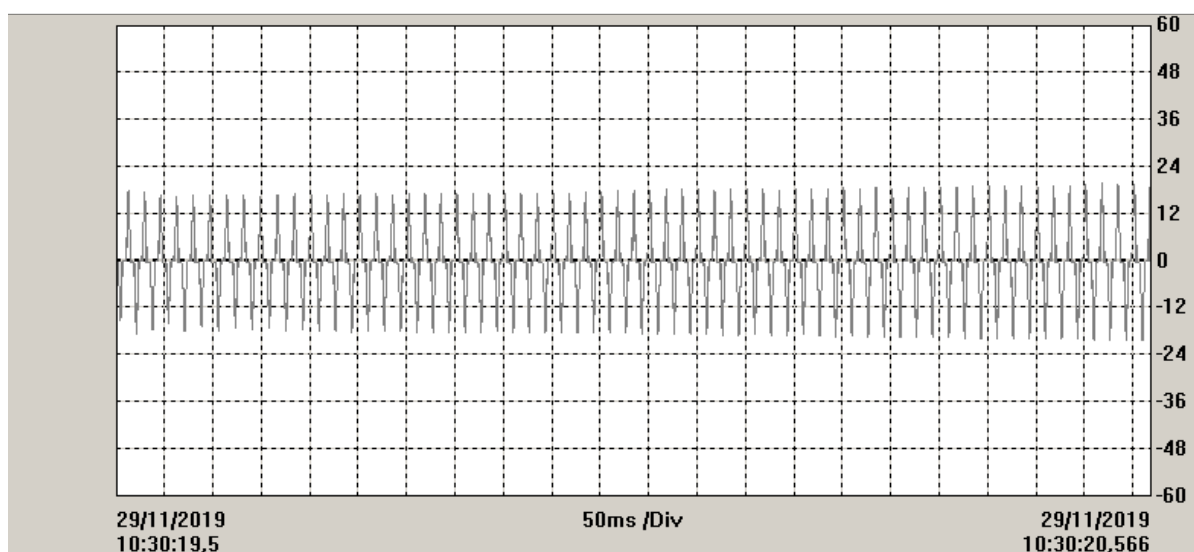


Figura 5. 13 – Curva de corrente de fase – Fase A

Duração da amostra = 1s, Ipico = 15 A

(FONTE: AUTOR)

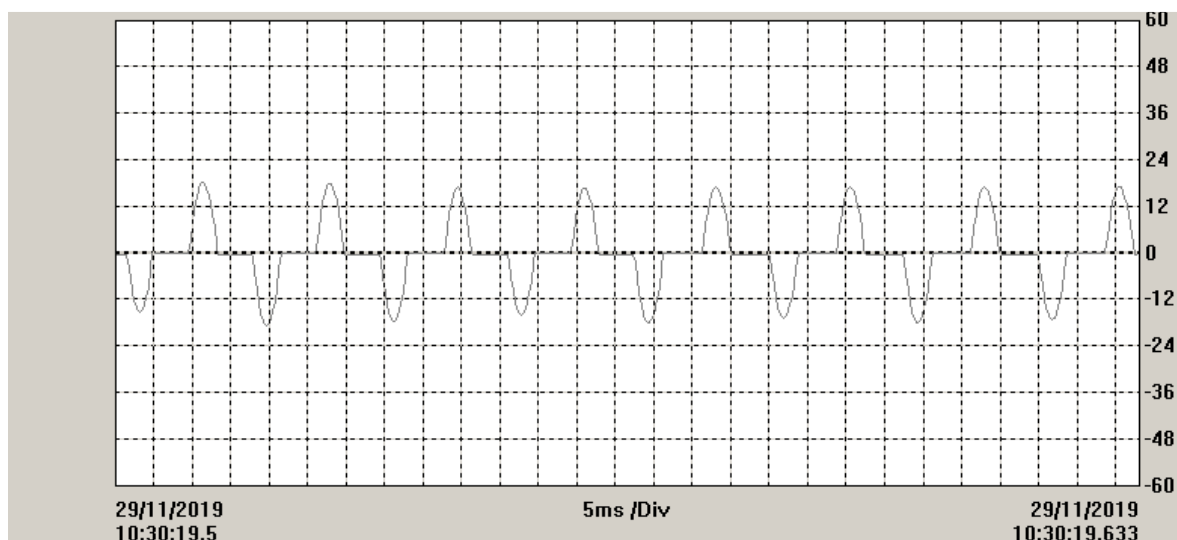


Figura 5. 14 – Corrente de fase do MIT com “zoom” nos instantes iniciais da partida – Fase A

Duração da amostra = 1s,  $I_{pico} = 15$  A

(FONTE: AUTOR)

As Figuras 5.15 a 5.18 mostram, respectivamente, a tensão e corrente de fase num instante de tempo ligeiramente maior que o das figuras anteriores, aproximadamente igual a 5s após o início da partida suave. Mais uma vez foi aplicada uma janela para ampliação de 15 vezes, tornando evidente o espectro não senoidal da forma de onda de tensão e corrente.

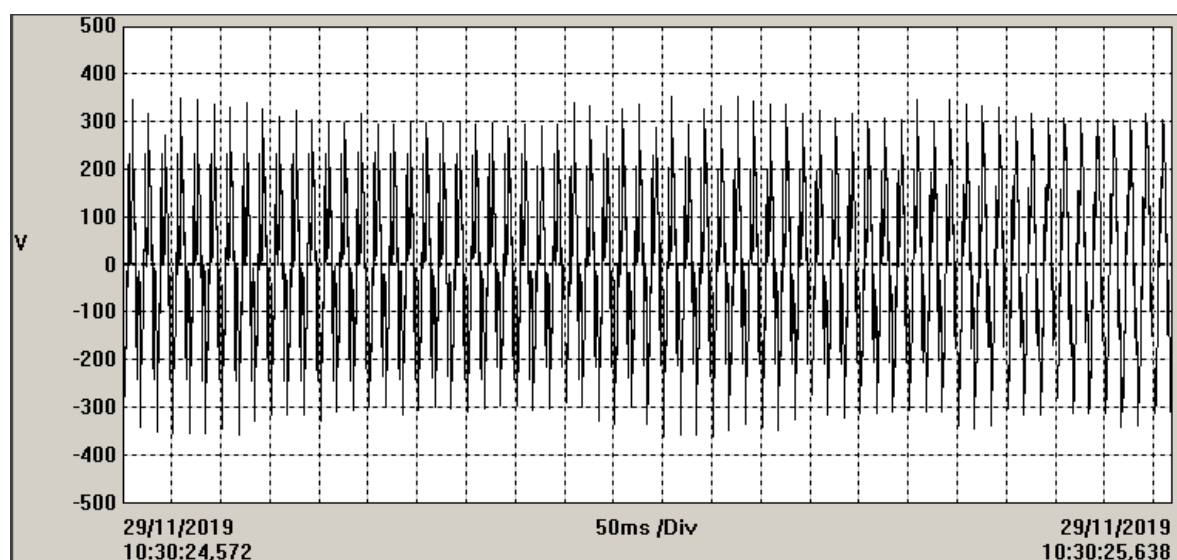


Figura 5. 15 – Tensão de fase do MIT em um instante de tempo aproximadamente igual a 5s após o início da partida – Fase A

Duração da amostra = 1s,  $V_{pico} = 374$  V

(FONTE: AUTOR)

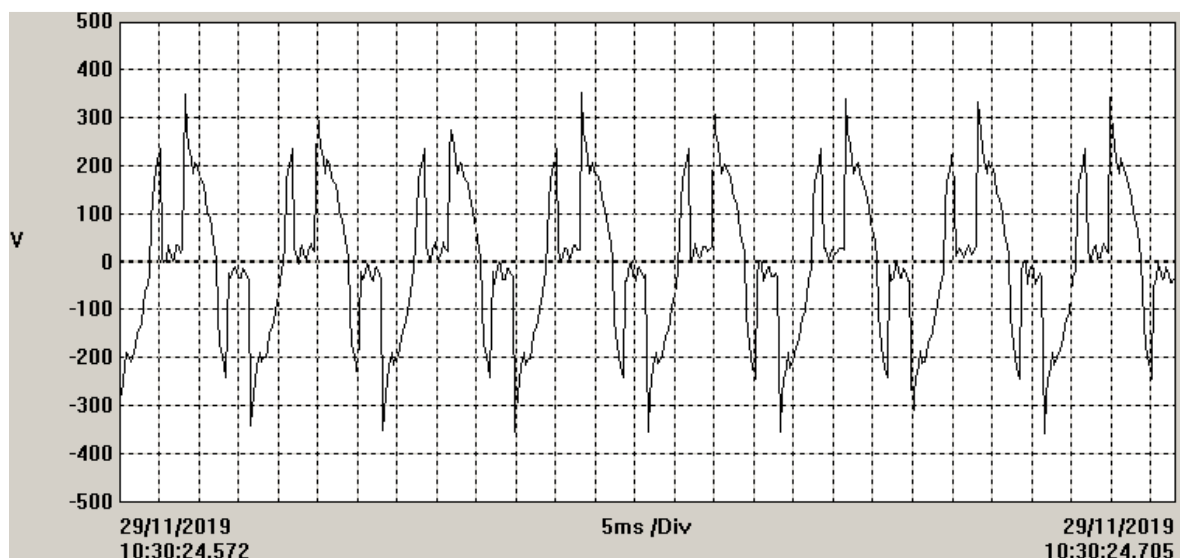


Figura 5. 16 – Tensão de fase do MIT com “zoom” em um instante de tempo aproximadamente igual a 5s após o início da partida – Fase A  
 Duração da amostra = 65ms,  $V_{\text{pico}} = 374 \text{ V}$   
 (FONTE: AUTOR)

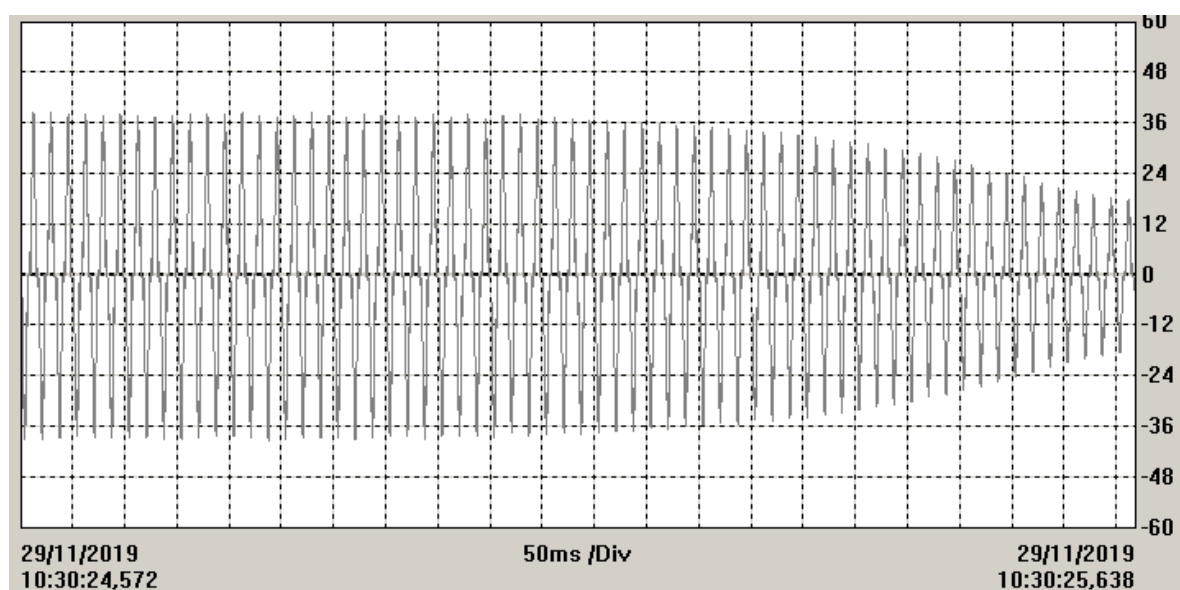


Figura 5. 17 – Corrente de fase do MIT em um instante de tempo aproximadamente igual a 5s após o início da partida – Fase A  
 Duração da amostra = 1s,  $I_{\text{pico}} = 39 \text{ A}$   
 (FONTE: AUTOR)

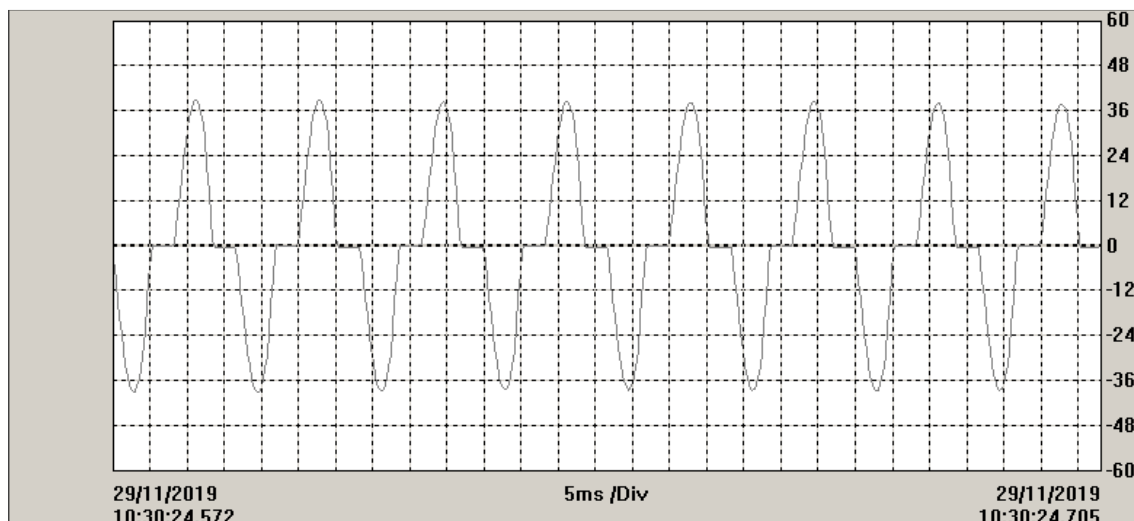


Figura 5. 18 – Corrente de fase do MIT com “zoom” em um instante de tempo aproximadamente igual a 5s após o início da partida – Fase A  
 Duração da amostra = 65ms,  $I_{pico} = 39\text{ A}$   
 (FONTE: AUTOR)

As Figuras 5.19 a 5.22, por sua vez, ilustram respectivamente, as formas de onda de tensão e corrente com ampliação na mesma janela de 32ms para um instante aproximadamente igual a 10s após o início da partida. É interessante observar que a redução gradativa do ângulo de disparo dos tiristores torna os sinais de tensão e corrente cada vez mais próximos de uma função perfeitamente senoidal.

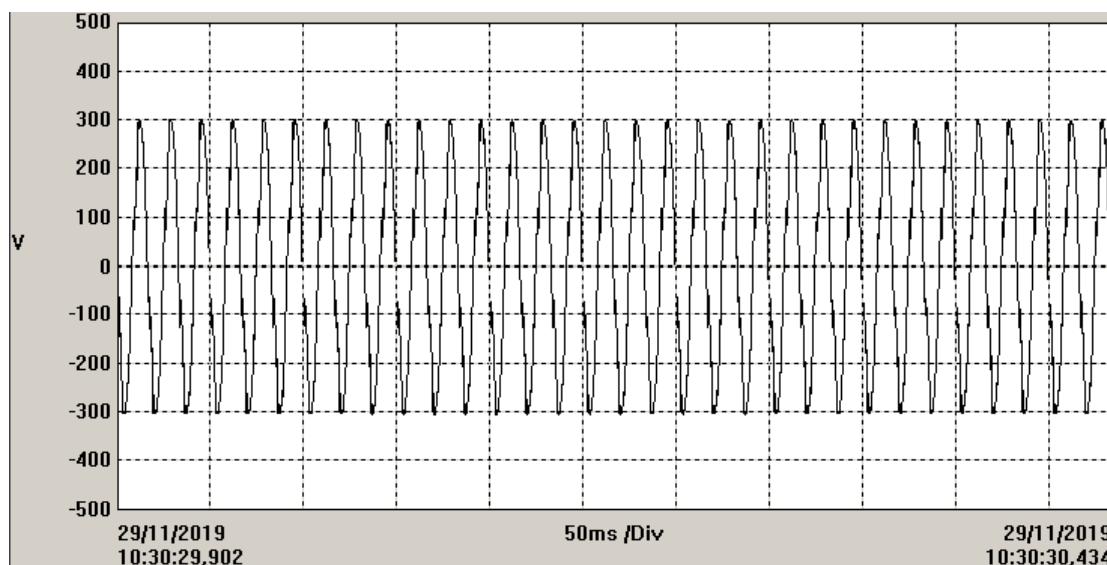


Figura 5. 19 – Tensão de fase do MIT em um instante de tempo aproximadamente igual a 10s após o início da partida – Fase A  
 Duração da amostra = 1s,  $V_{pico} = 300\text{ V}$   
 (FONTE: AUTOR)

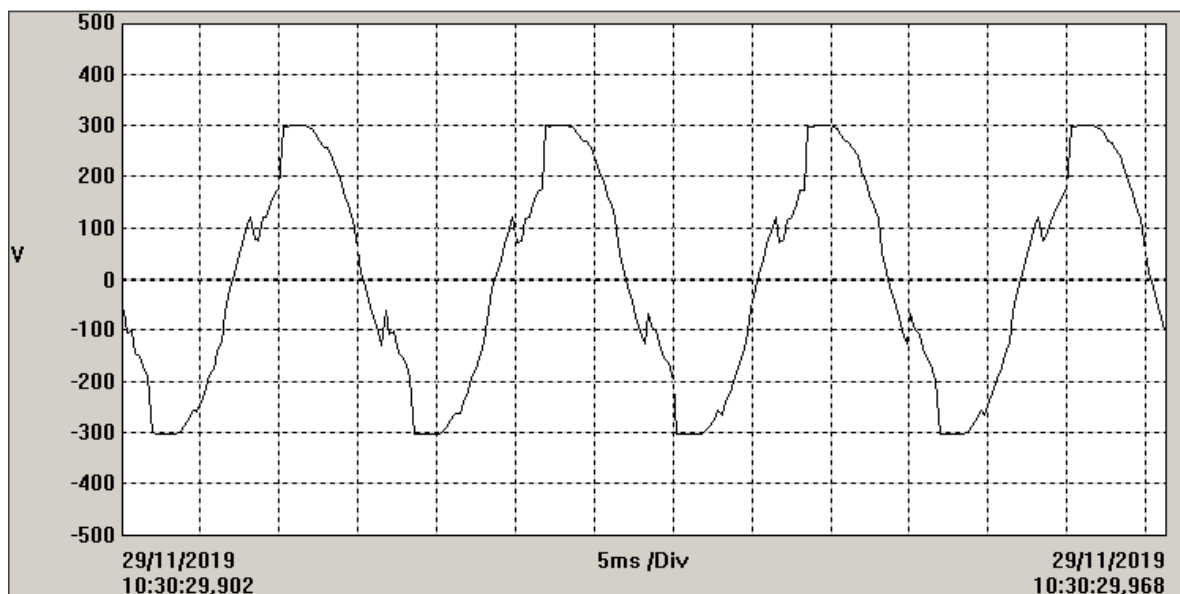


Figura 5. 20 – Tensão de fase do MIT com “zoom” em um instante de tempo aproximadamente igual a 10s após o início da partida – Fase A  
 Duração da amostra = 65ms,  $V_{pico} = 300\text{ V}$   
 (FONTE: AUTOR)

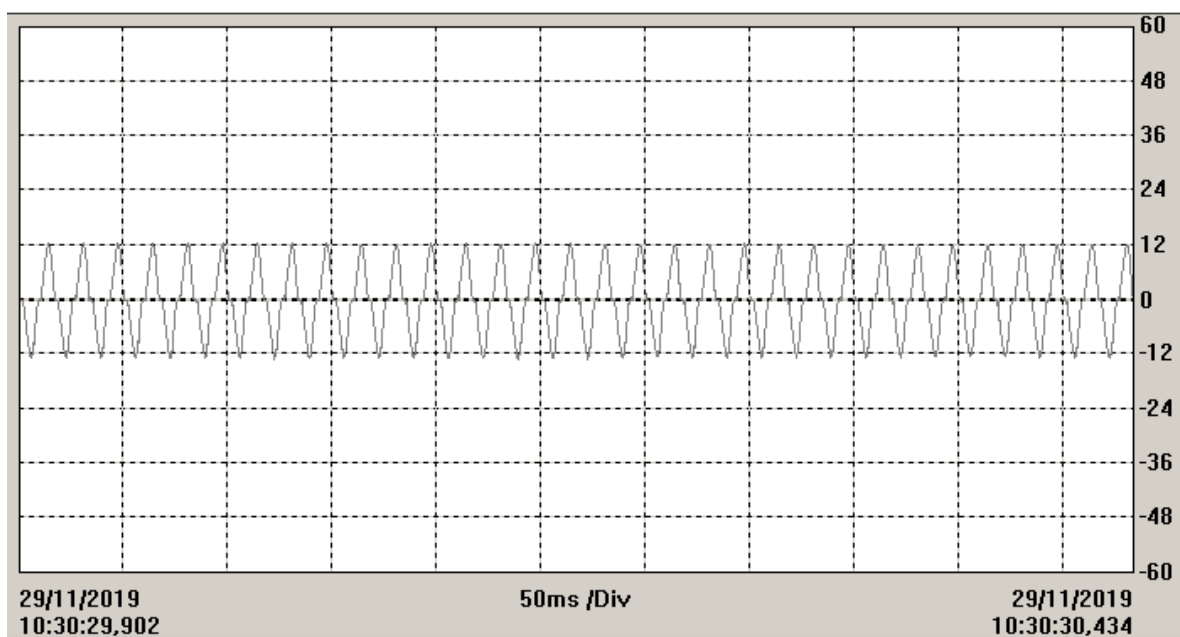


Figura 5. 21 – Corrente de fase do MIT em um instante de tempo aproximadamente igual a 10s após o início da partida – Fase A  
 Duração da amostra = 1s,  $I_{pico} = 12\text{ A}$   
 (FONTE: AUTOR)

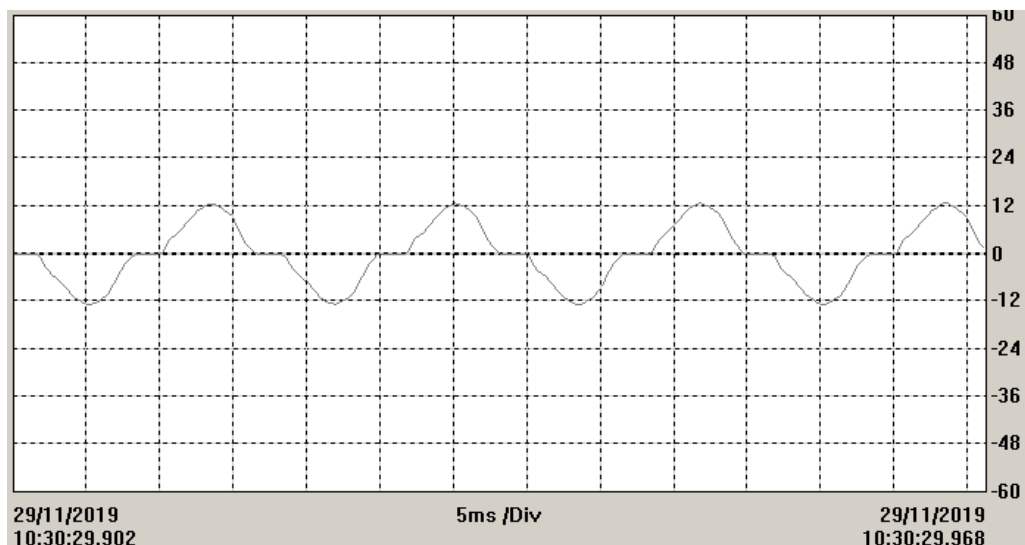


Figura 5. 22 – Corrente de fase do MIT com “zoom” em um instante de tempo aproximadamente igual a 10s após o início da partida – Fase A  
 Duração da amostra = 65ms,  $I_{\text{pico}} = 12 \text{ A}$   
 (FONTE: AUTOR)

Passado o tempo da rampa de aceleração ajustado (20s) é comum à operação de “by-pass” dos tiristores, conectando o motor diretamente a rede. Esta prática possibilita a utilização da soft-starter para partir outros possíveis motores presentes na planta. Podemos observar nas Figuras 5.23 a 5.26 que após os 20s as formas de onda das tensões e correntes voltam a ser praticamente senoidais.

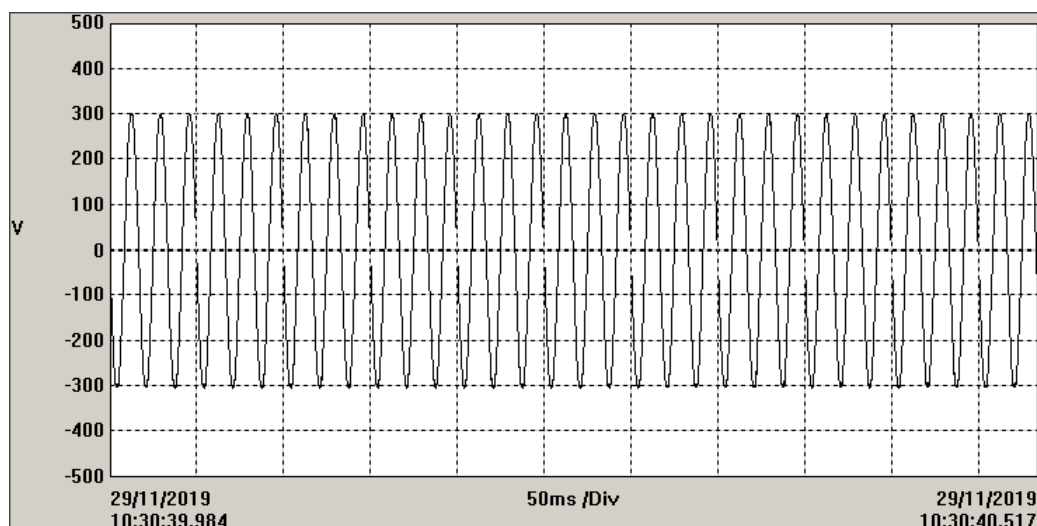


Figura 5. 23 – Tensão de linha do MIT em um instante de tempo aproximadamente igual a 20s após o início da partida – Fase A  
 Duração da amostra = 1s,  $V_{\text{pico}} = 300 \text{ V}$   
 (FONTE: AUTOR)

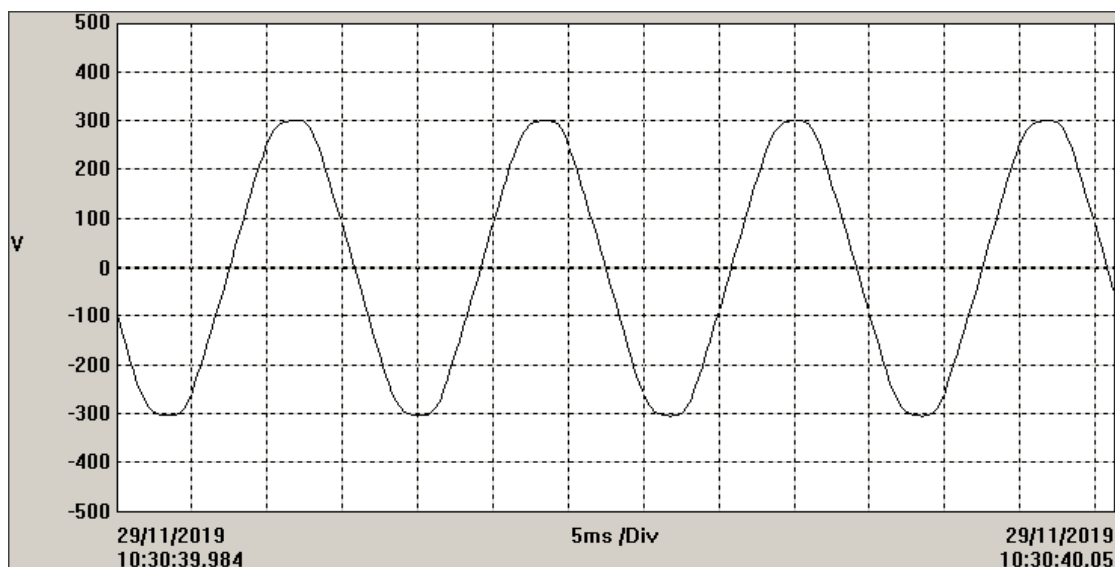


Figura 5. 24 – Tensão de linha do MIT com “zoom” em um instante de tempo aproximadamente igual a 20s após o início da partida – Fase A  
 Duração da amostra = 65ms,  $V_{pico} = 300 \text{ V}$   
 (FONTE: AUTOR)

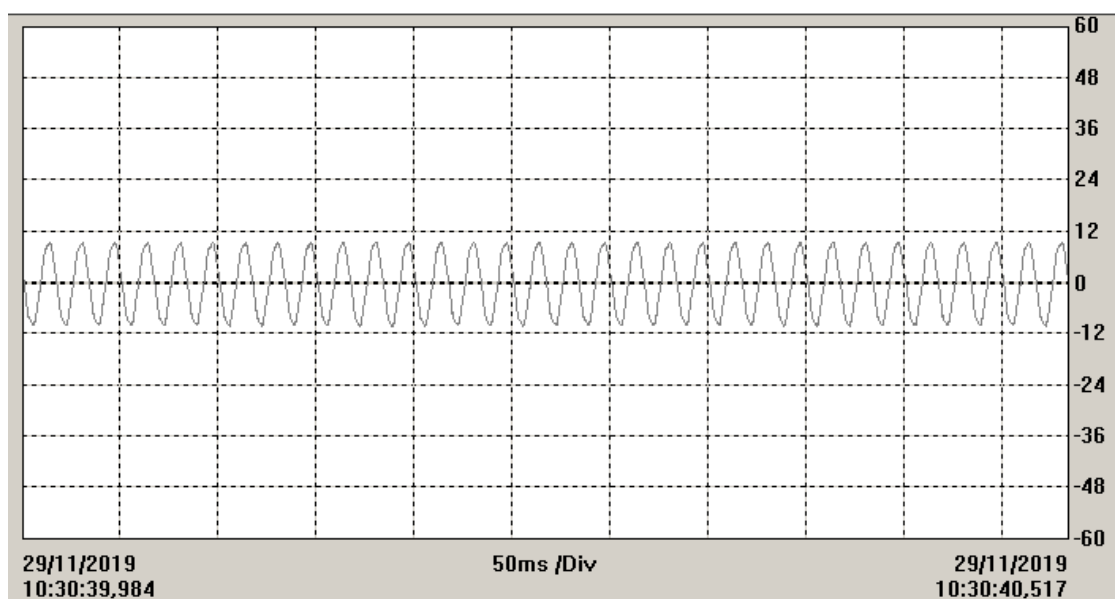


Figura 5. 25 – Corrente de fase do MIT em um instante de tempo aproximadamente igual a 20s após o início da partida – Fase A  
 Duração da amostra = 1s,  $I_{pico} = 10 \text{ A}$   
 (FONTE: AUTOR)

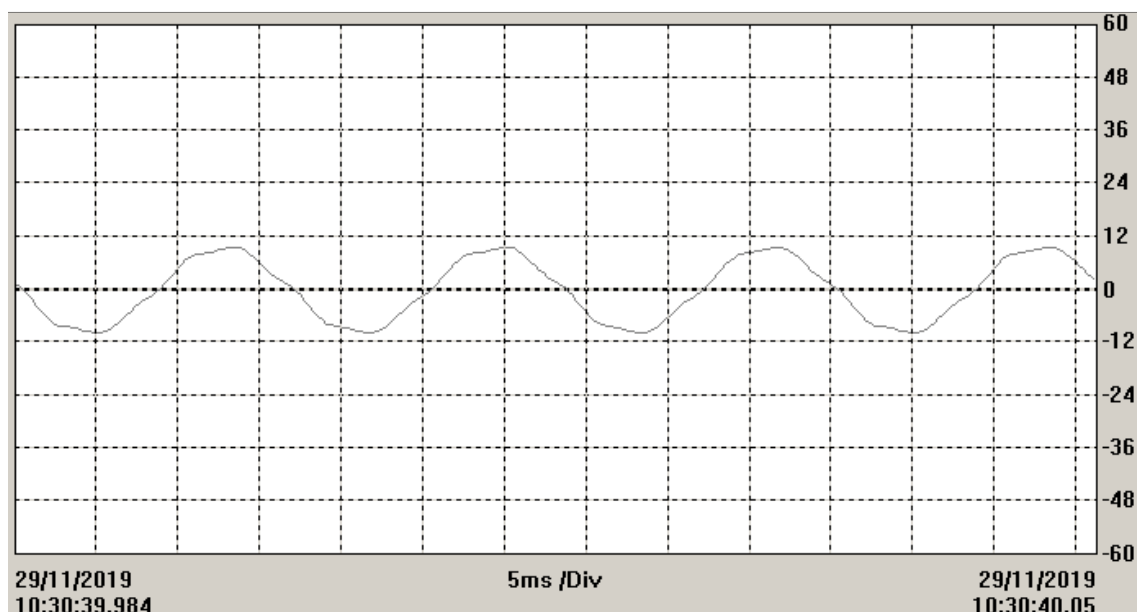


Figura 5. 26 – Corrente de fase do MIT com “zoom” em um instante de tempo aproximadamente igual a 20s após o início da partida – Fase A  
 Duração da amostra = 65ms,  $I_{pico} = 10\text{ A}$   
 (FONTE: AUTOR)

Após a realização do experimento, e de posse dos gráficos plotados na simulação foi possível realizar a comparação das amostras.

As mesmas distorções presentes no modelo simulado, também estão presentes nas curvas coletadas através do analisador de qualidade. Ao observar as Figuras 5.11 e 5.14 podemos perceber as distorções nas senoides de tensão e corrente. Na Figura 5.12 podemos observar ainda a evolução gradual no eixo do tempo da tensão RMS o que por consequência implicará em uma corrente com variação suave.

Na Figura 5.20 notamos as formas de ondas senoidais, com pequenas deformações, devido ao ângulo de disparo dos Triac's estar assumindo valores cada vez menores para entregar ao motor um valor médio de tensão cada vez maior, proporcionando assim a partida suave.

Ao término da rampa de aceleração, a forma de onda da tensão e a corrente assumem novamente as formas de onda da rede de alimentação (Figuras 5.23 e 5.25).

## **CAPÍTULO 6**

### **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Foram obtidas experimentalmente as tensões e correntes no motor de indução em função do uso do sistema de partida suave. Os resultados foram confrontados com aqueles obtidos através de simulação computacional a partir do modelo desenvolvido no ambiente MATLAB/SIMULINK de forma a validar o modelo.

Os testes realizados em laboratório foram de grande importância para a validação do modelo de simulação da partida suave do motor de indução trifásico apresentado no MATLAB/Simulink®.

Os experimentos foram realizados utilizando-se uma chave soft-starter comercialmente disponível, modelo SSW-05 da WEG, um motor de indução trifásico VOGES de 2 polos e 4CV além dos dispositivos de proteção e controle já apresentados.

Os resultados demonstram que é possível utilizar o ambiente MATLAB/Simulink®, que permite montar um modelo digital a partir do modelo físico e assim simular a partida do MIT através da soft-starter, obter gráficos, prever o seu funcionamento no período transitório bem como realizar análises mais detalhadas do seu comportamento.

Além do mais é possível utilizar a simulação para dimensionar e projetar a partida de um ou vários motores dependendo da planta a ser analisada e assim escolher o melhor método, através da comparação dos resultados.

Esse modelo de simulação computacional também pode ser aproveitado em aulas práticas, contribuindo com o aprendizado, melhorando o entendimento dos alunos, ou até mesmo instigando-os, com o objetivo de uma melhor compreensão em máquinas elétricas.

#### **6.1 Sugestões para Trabalhos Futuros**

Para trabalhos futuros pode ser realizado um estudo comparativo entre ensaios de laboratório e simulações no ambiente MATLAB/Simulink® de um modelo do MIT acionado por inversor de frequência. Também pode ser realizado análises

harmônicas na corrente de linha para observações em relação à Norma Internacional IEEE Std 519-1992 e PRODIST – Módulo 8.

## REFERÊNCIAS

ALMEIDA, José Luis Antunes de. **Dispositivos Semicondutores – Tiristores – Controle de Potência em CC e CA, 13ª. ed.** . Editora Érica, 2013.

AMARAL, Bruno Anibal Moura. **Diagnóstico de Avarias em Motores Elétricos.** Lisboa, 2014.

AMARAL, R. S. **Aplicação da Soft-Starter para acionamento de motores de indução acoplados a diferentes tipos de cargas mecânicas.** 2013. Disponível em <[http://repositorio.roca.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/1849/1/CT\\_CEAUT\\_III\\_2013\\_02.pdf](http://repositorio.roca.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/1849/1/CT_CEAUT_III_2013_02.pdf)>. Acesso em 25 de outubro de 2020

AZEVEDO, Vinícius Lima; MENDES, Luiz Eduardo. **Análise transitória do motor de indução trifásico.** 2010.

BRITO, Claudio Marzo Cavalcanti de. **Modelagem Computacional de Métodos de Partida de um Motor de Indução Trifásico no Simulink/Matlab.** In: Congresso de pesquisa e inovação da rede Norte Nordeste de Educação Tecnológica. 2007.

BRUNA, B. P. D.; CONTESSI, G.; ROSSETTI, M., *et.al.* **Estudo de Acionamento das Chaves de Partidas Elétricas e Eletrônicas para Motores Elétricos.** Rev. Técnico Científica (IFSC), v3, n1, 2012.

DIAS, L. L. **Inversores de Frequência: Aspectos Construtivos e Aplicações na Mineração.** Trabalho de Conclusão de Curso, Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais. Belo Horizonte, 2015.

CARDOSO, A.; MARTINS, A.; ADOLFO, LUCAS, GILMAR. **Apostila Motores Síncronos e Assíncronos** do Curso Técnico em Eletromecânica SENAI-SAMA, 2012.

CELG Distribuição; **NTC 04: Fornecimento de Energia Elétrica em Tensão Secundária de Distribuição.** Revisão 4. Goiânia – GO, 2016.

CHAPMAN, Stephen J. **Fundamentos de Máquinas Elétricas,** 5ª ed. Tradução AMGH Editora LTDA, 2013.

FEIT/ENDESA. **Efeitos da Instalação de Equipamentos Soft-Starters e Inversores na Qualidade da Tensão de Sistemas Elétricos,** relatório 04/08 - Desenvolvimento De Um Modelo Do Mit Acionado Por Controlador De Tensão Trifásico (Partida Suave), No Ambiente Matlab/Simulink® - P&D FEIT/ENDESA Cachoeira Dourada. Universidade Estadual de Minas Gerais, 2009.

FRANCHI, Claiton Moro. **Acionamentos Elétricos:** 4. ed. São Paulo: Editora Érica, 2008.

FREITAS, M. A. A. DA SILVA, W. G.; ALVARENGA, B.; **Modelagem do Motor de Indução Trifásico com Partida Suave (Soft-Starters) no ambiente**

**MATLAB/SIMULINK.** VI Congresso de Inovação Tecnológica em Engenharia Elétrica. Fortaleza – CE, 2011.

KOSOW, I.L.; **Máquinas Elétricas e Transformadores.** Editora Globo – 1985.

LIMA, A. E.; SANTOS, C. M.; FRITOLLI, E. A.; RODRIGUES, M. V. S.; **Análise Comparativa de Acionamentos CC e CA em Sistemas de Tração.** 11ª Semana de Tecnologia Metroferroviária – Fórum Técnico. AEAMESP, 2005.

MAMEDE F., J.; **Instalações Elétricas Industriais.** 9ª ed. LTC, 2017.

NASCIMENTO, G.; **Comandos Elétricos Teoria e Atividades:** 1ª ed. São Paulo: Editora Érica, 2012.

ROSA, ALEX DA. **Simulação de um Soft-Starter para acionamento de motores de indução.** Trabalho de Graduação, Universidade Federal do Goiás, 2003.

SILVA, A, M. **Controle de Velocidade e Torque de Motores Trifásicos.** Revista Mecatrônica Atual, nº 8. Rio de Janeiro. Editora Saber, 2003.

SILVA, C. **Inversor de Frequência.** Setembro, 2009. Disponível em <<https://drive.google.com/file/d/1wp9VmjlN7PVQWrT2ZSJBV0WBa418XF8M/view>>. Acesso em 15 de outubro de 2020.

SEGUNDO, A. K. R., RODRIGUES, C. L. C. **Eletrônica de Potência e Acionamentos Elétricos,** Apostila. Instituto Federal de Minas Gerais. Ouro Preto, 2015.

TEIXEIRA, L. M.; **Análise Computacional do Motor de Indução Trifásico: Regime Transitório e Permanente.** Trabalho de Conclusão de Curso, Universidade de São Paulo – São Carlos, 2009.

TOTVS - A voz da Indústria. **Caminho Até a Indústria 4.0: os Destaques das Revoluções Industriais.** Abril, 2019. Disponível em: <<https://avozdaindustria.com.br/ind-stria-40-totvs/caminho-ind-stria-40-os-destaques-das-revolu-es-industriais>>. Acesso em 20 de novembro de 2019.

WEG – Centro de Treinamento de Clientes. **Módulo 1: Comando e Proteção.** Apostila, Versão 3.

WEG – Centro de Treinamento de Clientes. **Módulo 2: Variação de Velocidade.** Apostila, Versão 4.

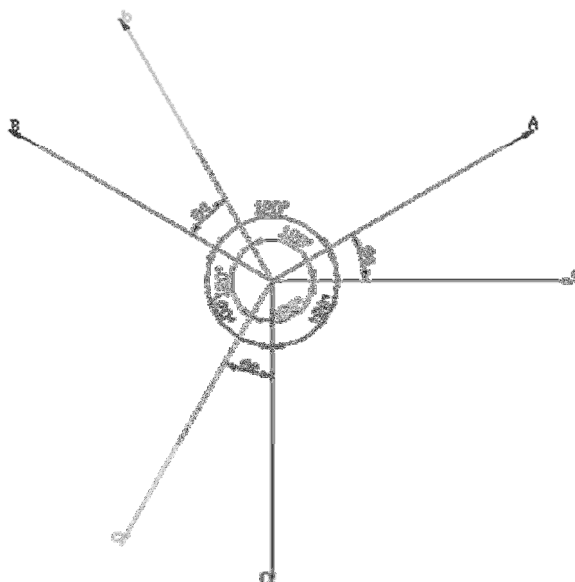
WEG. **Manual do Usuário Soft-Starter SSW-05.** Version 2.3X - 0899.5119 /10

## ANEXO A – Modelagem Matemática do Motor de Indução Trifásico

Inicialmente faremos as seguintes considerações:

- O circuito magnético é linear;
- As forças magnetomotrizes são uniformemente distribuídas;
- O entreferro é uniforme e não existem perdas no núcleo.

A figura a seguir mostra o diagrama fasorial do motor de indução trifásico com os enrolamentos de rotor (A, B, C) e do estator (a, b, c) cada qual defasados de  $120^\circ$  entre si, e o defasamento entre fases do rotor e estator é de um ângulo “ $\theta_e$ ” denominado ângulo elétrico.



A,B,C – Indicam os enrolamentos do rotor.

a,b,c – Indicam os enrolamentos do estator.

$\theta_e$  – Ângulo Elétrico entre os enrolamentos do estator e rotor.

$L_{ii}$  – Indutância própria.

$L_{ij}$  – Indutância mutua (Fase j referida a fase i)

Equações de tensão do estator:

$$v_a = R_a i_a + \frac{d\lambda_a}{dt} \quad (1)$$

$$v_b = R b i_b + \frac{d\lambda_b}{dt} \quad (2)$$

$$v_c = R c i_c + \frac{d\lambda_c}{dt} \quad (3)$$

Equações de tensão do rotor:

$$V_A = R A I_A + \frac{d\lambda_A}{dt} \quad (4)$$

$$V_B = R B I_B + \frac{d\lambda_B}{dt} \quad (5)$$

$$V_C = R C I_C + \frac{d\lambda_C}{dt} \quad (6)$$

Equações de fluxo do estator:

$$\lambda_a = L_{aa} i_a + L_{ab} i_b + L_{ac} i_c + L_{aA} I_A + L_{aB} I_B + L_{aC} I_C \quad (7)$$

$$\lambda_b = L_{bb} i_b + L_{ba} i_a + L_{bc} i_c + L_{bA} I_A + L_{bB} I_B + L_{bC} I_C \quad (8)$$

$$\lambda_c = L_{cc} i_c + L_{ca} i_a + L_{cb} i_b + L_{cA} I_A + L_{cB} I_B + L_{cC} I_C \quad (9)$$

Equações de fluxo do rotor:

$$\lambda_A = L_{AA} I_A + L_{AB} I_B + L_{AC} I_C + L_{Aa} i_a + L_{Ab} i_b + L_{Ac} i_c \quad (10)$$

$$\lambda_B = L_{BB} I_B + L_{BA} I_A + L_{BC} I_C + L_{Ba} i_a + L_{Bb} i_b + L_{Bc} i_c \quad (11)$$

$$\lambda_C = L_{CC} I_C + L_{CA} I_A + L_{CB} I_B + L_{Ca} i_a + L_{Cb} i_b + L_{Cc} i_c \quad (12)$$

Equação das indutâncias mutua:

$$L_{ab} = L_{ab} \cos(120^\circ) i_b ; L_{ac} = L_{ac} \cos(240^\circ) i_c ; L_{ba} = L_{ba} \cos(120^\circ) i_a$$

$$L_{bc} = L_{bc} \cos(120^\circ) i_c ; L_{ca} = L_{ca} \cos(240^\circ) i_a ; L_{cb} = L_{cb} \cos(120^\circ) i_b$$

$$L_{aA} = L_{aA} \cos(\theta_e) I_A ; L_{aB} = L_{aB} \cos(\theta_e + 120^\circ) I_B ; L_{aC} = L_{aC} \cos(\theta_e + 240^\circ) I_C$$

$$LbA = LbA \cos(\theta_e - 120^\circ) IA ; LbB = LbB \cos(\theta_e) IB ; LbC = LbC \cos(\theta_e + 120^\circ) IC$$

$$LcA = LcA \cos(\theta_e + 120^\circ) IA ; LcB = LcB \cos(\theta_e - 120^\circ) IB ; LcC = LcC \cos(\theta_e) IC$$

$$LAB = LAB \cos(120^\circ) IB ; LAC = LAC \cos(240^\circ) IC ; LBA = LBA \cos(120^\circ) IA$$

$$LBC = LBC \cos(120^\circ) IC ; LCA = LCA \cos(240^\circ) IA ; LCB = LCB \cos(120^\circ) IB$$

$$LAa = LAa \cos(\theta_e) ia ; LAb = LAb \cos(\theta_e - 120^\circ) ib ; LAc = LAc \cos(\theta_e + 120^\circ) ic$$

$$LBa = LBa \cos(\theta_e + 120^\circ) ia ; LBb = LBb \cos(\theta_e) ib ; LBc = LBc \cos(\theta_e - 120^\circ) ic$$

$$LCa = LCa \cos(\theta_e + 240^\circ) ia ; LCb = LCb \cos(\theta_e + 120^\circ) ib ; LCc = LCc \cos(\theta_e) ic$$

Substituindo as equações de indutâncias mútuas nas equações (7), (8), (9), (10), (11) e (12) teremos:

$$\lambda_a = Laaia + Lab \cos(120^\circ) ib + Lac \cos(240^\circ) ic + LaA \cos(\theta_e) IA + LaB \cos(\theta_e + 120^\circ) IB + LaC \cos(\theta_e + 240^\circ) IC \quad (13)$$

$$\lambda_b = Lbbib + Lba \cos(120^\circ) ia + Lbc \cos(120^\circ) ic + LbA \cos(\theta_e - 120^\circ) IA + LbB \cos(\theta_e) IB + LbC \cos(\theta_e + 120^\circ) IC \quad (14)$$

$$\lambda_c = Lccic + Lca \cos(240^\circ) ia + Lcb \cos(120^\circ) ib + LcA \cos(\theta_e + 120^\circ) IA + LcB \cos(\theta_e - 120^\circ) IB + LcC \cos(\theta_e) IC \quad (15)$$

$$\lambda_A = LAAiA + LAB \cos(120^\circ) IB + LAC \cos(240^\circ) IC + LAa \cos(\theta_e) ia + LAb \cos(\theta_e - 120^\circ) + LAc \cos(\theta_e + 120^\circ) ic \quad (16)$$

$$\lambda_B = LBBiB + LBA \cos(120^\circ) IA + LBC \cos(120^\circ) IC + LBa \cos(\theta_e + 120^\circ) ia + LBb \cos(\theta_e) ib + LBc \cos(\theta_e - 120^\circ) ic \quad (17)$$

$$\lambda_C = LCCiC + LCA \cos(240^\circ) IA + LCB \cos(120^\circ) IB + LCa \cos(\theta_e + 240^\circ) ia + LCb \cos(\theta_e + 120^\circ) + LCc \cos(\theta_e) ic \quad (18)$$

Sabendo-se que:

$$\theta_e = \left( \frac{p}{2} \theta_{mec} \right) \quad (19)$$

Sabe-se também que:

$$L_{aa} = L_{bb} = L_{cc} = L_s \quad (20)$$

$$L_{AA} = L_{BB} = L_{CC} = L_R \quad (21)$$

$$L_{ab} = L_{ba} = L_{ac} = L_{ca} = L_{bc} = L_{cb} = L_{Ms} \quad (22)$$

$$L_{AB} = L_{BA} = L_{AC} = L_{CA} = L_{BC} = L_{CB} = L_{MR} \quad (23)$$

$$L_{aA} = L_{bB} = L_{cC} = L_{MsR} \cos\left(\frac{p}{2} \theta_{mec}\right) \quad (24)$$

$$L_{bA} = L_{cC} = L_{bB} = L_{MsR} \cos\left(\frac{p}{2} \theta_{mec} - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (25)$$

$$L_{cA} = L_{aB} = L_{bC} = L_{MsR} \cos\left(\frac{p}{2} \theta_{mec} + \frac{2\pi}{3}\right) \quad (26)$$

Substituindo as equações (19), (20), (21), (22), (23) e (24) nas equações (13), (14), (15), (16), (17), (18), e fazendo  $\theta_{mec} = \theta$ , teremos:

$$\begin{aligned} \lambda_a = & L_{sia} + L_{Ms} \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) i_b + L_{Ms} \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) i_c + L_{MsR} \cos\left(\frac{p}{2} \theta\right) I_A + \\ & + L_{MsR} \cos\left(\frac{p}{2} \theta + \frac{2\pi}{3}\right) I_B + L_{MsR} \cos\left(\frac{p}{2} \theta - \frac{2\pi}{3}\right) I_C \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lambda_b = & L_{sib} + L_{Ms} \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) i_a + L_{Ms} \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) i_c + L_{MsR} \cos\left(\frac{p}{2} \theta - \frac{2\pi}{3}\right) I_A + \\ & + L_{MsR} \cos\left(\frac{p}{2} \theta\right) I_B + L_{MsR} \cos\left(\frac{p}{2} \theta + \frac{2\pi}{3}\right) I_C \end{aligned}$$

$$\lambda_c = Ls_{ic} + LMs \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right)ia + LMs \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)ib + LMsR\left(\frac{p}{2}\theta + \frac{2\pi}{3}\right)IA +$$

$$+ LMsR \cos\left(\frac{p}{2}\theta - \frac{2\pi}{3}\right)IB + LMsR \cos\left(\frac{p}{2\theta}\right)IC$$

$$\lambda_A = L RiA + LMR \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)IB + LMR \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right)IC + LMsR \cos\left(\frac{P}{2}\theta\right)ia +$$

$$+ LMsR \cos\left(\frac{P}{2}\theta - \frac{2\pi}{3}\right)ib + LMsR \cos\left(\frac{P}{2}\theta + \frac{2\pi}{3}\right)ic$$

$$\lambda_B = L RiB + LMR \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)IA + LMR \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)IC + LMsR \cos\left(\frac{P}{2}\theta + \frac{2\pi}{3}\right)ia +$$

$$+ LMsR \cos\left(\frac{P}{2}\theta\right)ib + LMsR \cos\left(\frac{P}{2}\theta - \frac{2\pi}{3}\right)ic$$

$$\lambda_C = L RiC + LMR \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right)IA + LMR \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)IB + LMsR \cos\left(\frac{P}{2}\theta + \frac{2\pi}{3}\right)ia +$$

$$+ LMsR \cos\left(\frac{P}{2}\theta - \frac{2\pi}{3}\right)ib + LMsR \cos\left(\frac{P}{2}\theta\right)ic$$

Desenvolvendo as equações dos fluxos e resolvendo se possível:

$$\lambda_a = Ls_{ia} - \frac{1}{2} LMs_{ib} - \frac{1}{2} LMs_{ic} + LMsR \cos\left(\frac{p}{2}\theta\right)IA +$$

$$+ LMsR \cos\left(\frac{p}{2}\theta + \frac{2\pi}{3}\right)IB + LMsR \cos\left(\frac{p}{2}\theta - \frac{2\pi}{3}\right)IC$$

$$\lambda_b = Ls_{ib} - \frac{1}{2} LMs \cos ia - \frac{1}{2} LMs_{ic} + LMsR \cos\left(\frac{p}{2}\theta - \frac{2\pi}{3}\right)IA +$$

$$+ LMsR \cos\left(\frac{p}{2}\theta\right)IB + LMsR \cos\left(\frac{p}{2}\theta + \frac{2\pi}{3}\right)IC$$

$$\lambda_c = Ls_{ic} - \frac{1}{2} LMs_{ia} - \frac{1}{2} LMs_{ib} + LMsR \left(\frac{p}{2}\theta + \frac{2\pi}{3}\right)IA +$$

$$+ LMsR \cos\left(\frac{p}{2}\theta - \frac{2\pi}{3}\right)IB + LMsR \cos\left(\frac{p}{2\theta}\right)IC$$

$$\lambda A = LRIA - \frac{1}{2}LMRIB - \frac{1}{2}LMRIC + LMsR \cos\left(\frac{P}{2}\theta\right)ia + \\ + LMsR \cos\left(\frac{P}{2}\theta - \frac{2\pi}{3}\right)ib + LMsR \cos\left(\frac{P}{2}\theta + \frac{2\pi}{3}\right)ic$$

$$\lambda B = LRIB - \frac{1}{2}LMRIA - \frac{1}{2}LMRIC + LMsR \cos\left(\frac{P}{2}\theta + \frac{2\pi}{3}\right)ia + \\ + LMsR \cos\left(\frac{P}{2}\theta\right)ib + LMsR \cos\left(\frac{P}{2}\theta - \frac{2\pi}{3}\right)ic$$

$$\lambda C = LRIC - \frac{1}{2}LMRIA - \frac{1}{2}LMRIB + LMsR \cos\left(\frac{P}{2}\theta + \frac{2\pi}{3}\right)ia + \\ + LMsR \cos\left(\frac{P}{2}\theta + \frac{2\pi}{3}\right)ib + LMsR \cos\left(\frac{P}{2}\theta\right)ic$$

Trabalhando um pouco mais as equações dos fluxos:

$$\lambda a = Lsia - \frac{1}{2}LMs (ib + ic) + LMsR \cos\left(\frac{p}{2}\theta\right)IA + \\ + LMsR \cos\left(\frac{p}{2}\theta + \frac{2\pi}{3}\right)IB + LMsR \cos\left(\frac{p}{2}\theta - \frac{2\pi}{3}\right)IC \quad (27)$$

$$\lambda b = Lsib - \frac{1}{2}LMs (ia + ic) + LMsR \cos\left(\frac{p}{2}\theta - \frac{2\pi}{3}\right)IA + \\ + LMsR \cos\left(\frac{p}{2}\theta\right)IB + LMsR \cos\left(\frac{p}{2}\theta + \frac{2\pi}{3}\right)IC \quad (28)$$

$$\lambda c = Lsic - \frac{1}{2}LMs (ia + ib) + LMsR \cos\left(\frac{p}{2}\theta + \frac{2\pi}{3}\right)IA + \\ + LMsR \cos\left(\frac{p}{2}\theta - \frac{2\pi}{3}\right)IB + LMsR \cos\left(\frac{p}{2}\theta\right)IC \quad (29)$$

$$\lambda B = LRIB - \frac{1}{2}LMR (IA + IC) + LMsR \cos\left(\frac{P}{2}\theta + \frac{2\pi}{3}\right)ia + \\ + LMsR \cos\left(\frac{P}{2}\theta\right)ib + LMsR \cos\left(\frac{P}{2}\theta - \frac{2\pi}{3}\right)ic \quad (30)$$

(31)

$$\lambda C = LRIC - \frac{1}{2} LMR (IA + IB) + LMsR \cos\left(\frac{P}{2}\theta + \frac{2\pi}{3}\right)ia + \\ + LMsR \cos\left(\frac{P}{2}\theta + \frac{2\pi}{3}\right)ib + LMsR \cos\left(\frac{P}{2}\theta\right)ic$$

Como para análise considera-se o sistema equilibrado, então pode-se fazer as seguintes considerações:

$$ia + ib + ic = 0$$

$$\text{e} \quad (32)$$

$$IA + IB + IC = 0$$

Em decorrência das considerações teremos:

$$ia + ib = -ic \quad (33)$$

$$ia + ic = -ib \quad (34)$$

$$ib + ic = -ia \quad (35)$$

e também:

$$IA + IB = -IC \quad (36)$$

$$IA + IC = -IB \quad (37)$$

$$IB + IC = -IA \quad (38)$$

Substituindo as equações (33), (34), (35), (36), (37) e (38) nas equações (27), (28), (29) (30), (31) e (32), tem-se:

$$\lambda a = Lsia + \frac{1}{2} LMsia + LMsR \cos \left( \frac{p}{2} \theta \right) IA +$$

$$+ LMsR \cos \left( \frac{p}{2} \theta + \frac{2\pi}{3} \right) IB + LMsR \cos \left( \frac{p}{2} \theta - \frac{2\pi}{3} \right) IC$$

$$\lambda b = Lsib + \frac{1}{2} LMsib + LMsR \cos \left( \frac{p}{2} \theta - \frac{2\pi}{3} \right) IA +$$

$$+ LMsR \cos \left( \frac{p}{2} \theta \right) IB + LMsR \cos \left( \frac{p}{2} \theta + \frac{2\pi}{3} \right) IC$$

$$\lambda c = Lsic + \frac{1}{2} LMsic + LMsR \cos \left( \frac{p}{2} \theta + \frac{2\pi}{3} \right) IA +$$

$$+ LMsR \cos \left( \frac{p}{2} \theta - \frac{2\pi}{3} \right) IB + LMsR \cos \left( \frac{p}{2} \theta \right) IC$$

$$\lambda A = LRIA + \frac{1}{2} LMRIA + LMsR \cos \left( \frac{P}{2} \theta \right) ia +$$

$$+ LMsR \cos \left( \frac{P}{2} \theta - \frac{2\pi}{3} \right) ib + LMsR \cos \left( \frac{P}{2} \theta + \frac{2\pi}{3} \right) ic$$

$$\lambda B = LRIB + \frac{1}{2} LMRIB + LMsR \cos \left( \frac{P}{2} \theta + \frac{2\pi}{3} \right) ia +$$

$$+ LMsR \cos \left( \frac{P}{2} \theta \right) ib + LMsR \cos \left( \frac{P}{2} \theta - \frac{2\pi}{3} \right) ic$$

$$\lambda C = LRIC + \frac{1}{2} LMRIC + LMsR \cos \left( \frac{P}{2} \theta + \frac{2\pi}{3} \right) ia +$$

$$+ LMsR \cos \left( \frac{P}{2} \theta - \frac{2\pi}{3} \right) ib + LMsR \cos \left( \frac{P}{2} \theta \right) ic$$

Colocando as correntes em evidência nos dois primeiros termos das equações dos fluxos, tem-se:

$$\lambda a = (Ls + \frac{1}{2} LMs) ia + LMsR \cos \left( \frac{p}{2} \theta \right) IA +$$

$$+ LMsR \cos \left( \frac{p}{2} \theta + \frac{2\pi}{3} \right) IB + LMsR \cos \left( \frac{p}{2} \theta - \frac{2\pi}{3} \right) IC \quad (39)$$

(40)

$$\begin{aligned}
\lambda b &= (L_s + \frac{1}{2} LMs) ib + LMsR \cos \left( \frac{p}{2} \theta - \frac{2\pi}{3} \right) IA + \\
&+ LMsR \cos \left( \frac{p}{2} \theta \right) IB + LMsR \cos \left( \frac{p}{2} \theta + \frac{2\pi}{3} \right) IC \\
\lambda c &= (L_s + \frac{1}{2} LMs) ic + LMsR \left( \frac{p}{2} \theta + \frac{2\pi}{3} \right) IA + \\
&+ LMsR \cos \left( \frac{p}{2} \theta - \frac{2\pi}{3} \right) IB + LMsR \cos \left( \frac{p}{2} \theta \right) IC
\end{aligned} \tag{41}$$

$$\begin{aligned}
\lambda A &= (LR + \frac{1}{2} LMR) IA + LMsR \cos \left( \frac{P}{2} \theta \right) ia + \\
&+ LMsR \cos \left( \frac{P}{2} \theta - \frac{2\pi}{3} \right) ib + LMsR \cos \left( \frac{P}{2} \theta + \frac{2\pi}{3} \right) ic
\end{aligned} \tag{42}$$

$$\begin{aligned}
\lambda B &= (LR + \frac{1}{2} LMR) IB + LMsR \cos \left( \frac{P}{2} \theta + \frac{2\pi}{3} \right) ia + \\
&+ LMsR \cos \left( \frac{P}{2} \theta \right) ib + LMsR \cos \left( \frac{P}{2} \theta - \frac{2\pi}{3} \right) ic
\end{aligned} \tag{43}$$

$$\begin{aligned}
\lambda C &= (LR + \frac{1}{2} LMR) IC + LMsR \cos \left( \frac{P}{2} \theta + \frac{2\pi}{3} \right) ia + \\
&+ LMsR \cos \left( \frac{P}{2} \theta + \frac{2\pi}{3} \right) ib + LMsR \cos \left( \frac{P}{2} \theta \right) ic
\end{aligned} \tag{44}$$

Sabe-se que:

$$[\lambda] = [L][I]$$

e também que:

$$\begin{bmatrix} \dot{\lambda} \end{bmatrix} = [L] \begin{bmatrix} \dot{I} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{L} \end{bmatrix} [I]$$

Derivando as equações dos fluxos teremos:

$$\begin{aligned}
\frac{d\lambda a}{dt} = & \left( L_s + \frac{1}{2} LMs \right) \frac{dia}{dt} + ia \left( \frac{d}{dt} \left( L_s + \frac{1}{2} LMs \right) \right) + LMsR \cos \left( \frac{p}{2} \theta \right) \frac{dIA}{dt} - \\
& - \frac{p}{2} LMsR \sin \left( \frac{p}{2} \theta \right) IA \frac{d\theta}{dt} + LMsR \cos \left( \frac{p}{2} \theta + \frac{2\pi}{3} \right) \frac{dIB}{dt} - \\
& - \frac{p}{2} LMsR \sin \left( \frac{p}{2} \theta + \frac{2\pi}{3} \right) IB \frac{d\theta}{dt} + LMsR \cos \left( \frac{p}{2} \theta - \frac{2\pi}{3} \right) \frac{dIC}{dt} - \\
& - \frac{p}{2} LMsR \sin \left( \frac{p}{2} \theta - \frac{2\pi}{3} \right) IC \frac{d\theta}{dt}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d\lambda b}{dt} = & \left( L_s + \frac{1}{2} LMs \right) \frac{dib}{dt} + ib \left( \frac{d}{dt} \left( L_s + \frac{1}{2} LMs \right) \right) + LMsR \cos \left( \frac{p}{2} \theta - \frac{2\pi}{3} \right) \frac{dIA}{dt} - \\
& - \frac{p}{2} LMsR \sin \left( \frac{p}{2} \theta - \frac{2\pi}{3} \right) IA \frac{d\theta}{dt} + LMsR \cos \left( \frac{p}{2} \theta \right) \frac{dIB}{dt} - \frac{p}{2} LMsR \sin \left( \frac{p}{2} \theta \right) IB \frac{d\theta}{dt} + \\
& + LMsR \cos \left( \frac{p}{2} \theta + \frac{2\pi}{3} \right) \frac{dIC}{dt} - \frac{p}{2} LMsR \sin \left( \frac{p}{2} \theta + \frac{2\pi}{3} \right) IC \frac{d\theta}{dt}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d\lambda c}{dt} = & \left( L_s + \frac{1}{2} LMs \right) \frac{dic}{dt} + ic \left( \frac{d}{dt} \left( L_s + \frac{1}{2} LMs \right) \right) + LMsR \cos \left( \frac{p}{2} \theta + \frac{2\pi}{3} \right) \frac{dIA}{dt} - \\
& - \frac{p}{2} LMsR \sin \left( \frac{p}{2} \theta + \frac{2\pi}{3} \right) IA \frac{d\theta}{dt} + LMsR \cos \left( \frac{p}{2} \theta - \frac{2\pi}{3} \right) \frac{dIB}{dt} - \\
& - \frac{p}{2} LMsR \sin \left( \frac{p}{2} \theta - \frac{2\pi}{3} \right) IB \frac{d\theta}{dt} + LMsR \cos \left( \frac{p}{2} \theta \right) \frac{dIC}{dt} - \frac{p}{2} LMsR \sin \left( \frac{p}{2} \theta \right) IC \frac{d\theta}{dt}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d\lambda A}{dt} = & \left( LR + \frac{1}{2} LMR \right) \frac{dIA}{dt} + IA \left( \frac{d}{dt} \left( LR + \frac{1}{2} LMR \right) \right) + LMsR \cos \left( \frac{p}{2} \theta \right) \frac{dia}{dt} - \\
& - \frac{p}{2} LMsR \sin \left( \frac{p}{2} \theta \right) ia \frac{d\theta}{dt} + LMsR \cos \left( \frac{p}{2} \theta - \frac{2\pi}{3} \right) \frac{dib}{dt} - \frac{p}{2} LMsR \sin \left( \frac{p}{2} \theta - \frac{2\pi}{3} \right) ib \frac{d\theta}{dt} + \\
& + LMsR \cos \left( \frac{p}{2} \theta + \frac{2\pi}{3} \right) \frac{dic}{dt} - \frac{p}{2} LMsR \sin \left( \frac{p}{2} \theta + \frac{2\pi}{3} \right) ic \frac{d\theta}{dt}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d\lambda_B}{dt} = & \left( LR + \frac{1}{2} LMR \right) \frac{dIB}{dt} + IB \left( \frac{d}{dt} \left( LR + \frac{1}{2} LMR \right) \right) + LMsR \cos\left(\frac{p}{2}\theta\right) \frac{dib}{dt} - \\
& - \frac{p}{2} LMsR \sin\left(\frac{p}{2}\theta\right) ib \frac{d\theta}{dt} + LMsR \cos\left(\frac{p}{2}\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \frac{dia}{dt} - \\
& - \frac{p}{2} LMsR \sin\left(\frac{p}{2}\theta + \frac{2\pi}{3}\right) ia \frac{d\theta}{dt} + LMsR \cos\left(\frac{p}{2}\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \frac{dic}{dt} - \\
& - \frac{p}{2} LMsR \sin\left(\frac{p}{2}\theta - \frac{2\pi}{3}\right) ic \frac{d\theta}{dt}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d\lambda_C}{dt} = & \left( LR + \frac{1}{2} LMR \right) \frac{dIC}{dt} + IC \left( \frac{d}{dt} \left( LR + \frac{1}{2} LMR \right) \right) + LMsR \cos\left(\frac{p}{2}\theta\right) \frac{dic}{dt} - \\
& - \frac{p}{2} \sin LMsR \left( \frac{p}{2}\theta \right) ic \frac{d\theta}{dt} + LMsR \cos\left(\frac{p}{2}\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \frac{dia}{dt} - \\
& - \frac{p}{2} LMsR \sin\left(\frac{p}{2}\theta - \frac{2\pi}{3}\right) ia \frac{d\theta}{dt} + LMsR \cos\left(\frac{p}{2}\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \frac{dic}{dt} - \\
& - \frac{p}{2} LMsR \sin\left(\frac{p}{2}\theta + \frac{2\pi}{3}\right) ic \frac{d\theta}{dt}
\end{aligned}$$

Substituindo a derivada das equações dos fluxos nas equações de tensão do rotor e estator:

$$\begin{aligned}
v_a = & Raia + \left( Ls + \frac{1}{2} LMs \right) \frac{dia}{dt} + LMsR \cos\left(\frac{p}{2}\theta\right) \frac{dIA}{dt} - \frac{p}{2} LMsR \sin\left(\frac{p}{2}\theta\right) IA \frac{d\theta}{dt} + \\
& + LMsR \cos\left(\frac{p}{2}\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \frac{dIB}{dt} - \frac{p}{2} LMsR \sin\left(\frac{p}{2}\theta + \frac{2\pi}{3}\right) IB \frac{d\theta}{dt} + \\
& + LMsR \cos\left(\frac{p}{2}\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \frac{dIC}{dt} - \frac{p}{2} LMsR \sin\left(\frac{p}{2}\theta - \frac{2\pi}{3}\right) IC \frac{d\theta}{dt}
\end{aligned} \tag{45}$$

$$\begin{aligned}
v_b = & Rbib + \left( Ls + \frac{1}{2} LMs \right) \frac{dib}{dt} + LMsR \cos\left(\frac{p}{2}\theta\right) \frac{dIB}{dt} - \frac{p}{2} LMsR \sin\left(\frac{p}{2}\theta\right) IB \frac{d\theta}{dt} + \\
& + LMsR \cos\left(\frac{p}{2}\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \frac{dIA}{dt} - \frac{p}{2} LMsR \sin\left(\frac{p}{2}\theta - \frac{2\pi}{3}\right) IA \frac{d\theta}{dt} + \\
& + LMsR \cos\left(\frac{p}{2}\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \frac{dIC}{dt} - \frac{p}{2} LMsR \sin\left(\frac{p}{2}\theta + \frac{2\pi}{3}\right) IC \frac{d\theta}{dt}
\end{aligned} \tag{46}$$

$$\begin{aligned}
v_c = & R c i c + \left( L_s + \frac{1}{2} L M_s \right) \frac{d i c}{d t} + L M_s R \cos \left( \frac{p}{2} \theta \right) \frac{d I C}{d t} - \frac{p}{2} L M_s R \operatorname{sen} \left( \frac{p}{2} \theta \right) I C \frac{d \theta}{d t} + \\
& + L M_s R \cos \left( \frac{p}{2} \theta + \frac{2 \pi}{3} \right) \frac{d I A}{d t} - \frac{p}{2} L M_s R \operatorname{sen} \left( \frac{p}{2} \theta + \frac{2 \pi}{3} \right) I A \frac{d \theta}{d t} + \\
& + L M_s R \cos \left( \frac{p}{2} \theta - \frac{2 \pi}{3} \right) \frac{d I B}{d t} - \frac{p}{2} L M_s R \operatorname{sen} \left( \frac{p}{2} \theta - \frac{2 \pi}{3} \right) I B \frac{d \theta}{d t}
\end{aligned} \tag{47}$$

$$\begin{aligned}
V_A = & R A I A + \left( L R + \frac{1}{2} L M R \right) \frac{d I A}{d t} + L M_s R \cos \left( \frac{p}{2} \theta \right) \frac{d i a}{d t} - \frac{p}{2} L M_s R \operatorname{sen} \left( \frac{p}{2} \theta \right) i a \frac{d \theta}{d t} + \\
& + L M_s R \cos \left( \frac{p}{2} \theta - \frac{2 \pi}{3} \right) \frac{d i b}{d t} - \frac{p}{2} L M_s R \operatorname{sen} \left( \frac{p}{2} \theta - \frac{2 \pi}{3} \right) i b \frac{d \theta}{d t} + \\
& + L M_s R \cos \left( \frac{p}{2} \theta + \frac{2 \pi}{3} \right) \frac{d i c}{d t} - \frac{p}{2} L M_s R \operatorname{sen} \left( \frac{p}{2} \theta + \frac{2 \pi}{3} \right) i c \frac{d \theta}{d t}
\end{aligned} \tag{48}$$

$$\begin{aligned}
V_B = & R B I B + \left( L R + \frac{1}{2} L M R \right) \frac{d I B}{d t} + L M_s R \cos \left( \frac{p}{2} \theta \right) \frac{d i b}{d t} - \frac{p}{2} L M_s R \operatorname{sen} \left( \frac{p}{2} \theta \right) i b \frac{d \theta}{d t} + \\
& + L M_s R \cos \left( \frac{p}{2} \theta + \frac{2 \pi}{3} \right) \frac{d i a}{d t} - \frac{p}{2} L M_s R \operatorname{sen} \left( \frac{p}{2} \theta + \frac{2 \pi}{3} \right) i a \frac{d \theta}{d t} + \\
& + L M_s R \cos \left( \frac{p}{2} \theta - \frac{2 \pi}{3} \right) \frac{d i c}{d t} - \frac{p}{2} L M_s R \operatorname{sen} \left( \frac{p}{2} \theta - \frac{2 \pi}{3} \right) i c \frac{d \theta}{d t}
\end{aligned} \tag{49}$$

$$\begin{aligned}
V_C = & R C I C + \left( L R + \frac{1}{2} L M R \right) \frac{d I C}{d t} + L M_s R \cos \left( \frac{p}{2} \theta \right) \frac{d i c}{d t} - \frac{p}{2} L M_s R \operatorname{sen} \left( \frac{p}{2} \theta \right) i c \frac{d \theta}{d t} + \\
& + L M_s R \cos \left( \frac{p}{2} \theta - \frac{2 \pi}{3} \right) \frac{d i a}{d t} - \frac{p}{2} L M_s R \operatorname{sen} \left( \frac{p}{2} \theta - \frac{2 \pi}{3} \right) i a \frac{d \theta}{d t} + \\
& + L M_s R \cos \left( \frac{p}{2} \theta + \frac{2 \pi}{3} \right) \frac{d i b}{d t} - \frac{p}{2} L M_s R \operatorname{sen} \left( \frac{p}{2} \theta + \frac{2 \pi}{3} \right) i b \frac{d \theta}{d t}
\end{aligned} \tag{50}$$

Equações de co-energia do estator:

$$W'a = \int_0^{ia} \lambda a d i a$$

$$W'b = \int_0^{ib} \lambda b d i b$$

$$W'c = \int_0^{ic} \lambda c di c$$

Equações de co-energia do rotor:

$$W'A = \int_0^{IA} \lambda A di A$$

$$W'B = \int_0^{IB} \lambda B di B$$

$$W'C = \int_0^{IC} \lambda C di C$$

Equação da co-energia total:

$$W' = W'a + W'b + W'c + W'A + W'B + W'C$$

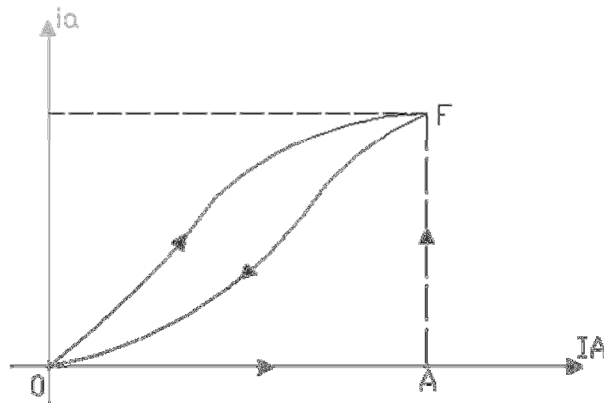
Portanto:

$$W' = \int_0^{ia} \lambda a di a + \int_0^{ib} \lambda b di b + \int_0^{ic} \lambda c di c + \int_0^{IA} \lambda A di A + \int_0^{IB} \lambda B di B + \int_0^{IC} \lambda C di C \quad (51)$$

Substituindo as equações (39), (40), (41), (42), (43) e (44) na equação (51), tem-se:

$$W' = \left\{ \begin{aligned} & \int_0^{ia} \left[ \left( Ls + \frac{1}{2} LMs \right) ia + LMsR \cos\left(\frac{p}{2}\theta\right) IA + LMsR \cos\left(\frac{p}{2}\theta + \frac{2\pi}{3}\right) IB + \right. \\ & \quad \left. + LMsR \cos\left(\frac{p}{2}\theta - \frac{2\pi}{3}\right) IC \right] dia + \\ & \int_0^{ib} \left[ \left( Ls + \frac{1}{2} LMs \right) ib + LMsR \cos\left(\frac{p}{2}\theta + \frac{2\pi}{3}\right) IA + LMsR \cos\left(\frac{p}{2}\theta\right) IB + \right. \\ & \quad \left. + LMsR \cos\left(\frac{p}{2}\theta - \frac{2\pi}{3}\right) IC \right] dib + \\ & \int_0^{ic} \left[ \left( Ls + \frac{1}{2} LMs \right) ic + LMsR \cos\left(\frac{p}{2}\theta - \frac{2\pi}{3}\right) IA + LMsR \cos\left(\frac{p}{2}\theta + \frac{2\pi}{3}\right) IB + \right. \\ & \quad \left. + LMsR \cos\left(\frac{p}{2}\theta\right) IC \right] dic + \\ & \int_0^{IA} \left[ \left( LR + \frac{1}{2} LMR \right) IA + LMsR \cos\left(\frac{p}{2}\theta\right) ia + LMsR \cos\left(\frac{p}{2}\theta - \frac{2\pi}{3}\right) ib + \right. \\ & \quad \left. + LMsR \cos\left(\frac{p}{2}\theta + \frac{2\pi}{3}\right) ic \right] dIA \\ & \int_0^{IB} \left[ \left( LR + \frac{1}{2} LMR \right) IB + LMsR \cos\left(\frac{p}{2}\theta + \frac{2\pi}{3}\right) ia + LMsR \cos\left(\frac{p}{2}\theta\right) ib + \right. \\ & \quad \left. + LMsR \cos\left(\frac{p}{2}\theta - \frac{2\pi}{3}\right) ic \right] dIB + \\ & \int_0^{IC} \left[ \left( LR + \frac{1}{2} LMR \right) IC + LMsR \cos\left(\frac{p}{2}\theta - \frac{2\pi}{3}\right) ia + LMsR \cos\left(\frac{p}{2}\theta + \frac{2\pi}{3}\right) ib + \right. \\ & \quad \left. + LMsR \cos\left(\frac{p}{2}\theta\right) ic \right] dIC \end{aligned} \right\}$$

Com base na curva de magnetização abaixo:



$A \rightarrow F \Rightarrow IA = cte \text{ e } ia \text{ de } 0 \text{ à } ia$

$0 \rightarrow A \Rightarrow ia = 0 \text{ e } IA \text{ de } 0 \text{ à } IA$

Aplicando o teorema de integral da soma tem-se:

$$\int_0^{ia} iadia = \frac{ia^2}{2}$$

$$\int_0^{IA} IAdia = IAia$$

$$\int_0^{IA} iadIA = iaIA$$

$$\int_0^{IA} IAdIA = \frac{IA^2}{2}$$

Portanto:

$$W' = \left[ \begin{aligned} &\left( Ls + \frac{1}{2} LMs \right) \frac{ia^2}{2} + LMsR \cos\left( \frac{p}{2} \theta \right) IAia + LMsR \cos\left( \frac{p}{2} \theta + \frac{2\pi}{3} \right) IBia + \\ &+ LMsR \cos\left( \frac{p}{2} \theta - \frac{2\pi}{3} \right) ICia + \left( Ls + \frac{1}{2} LMs \right) \frac{ib^2}{2} + LMsR \cos\left( \frac{p}{2} \theta - \frac{2\pi}{3} \right) IAib + \\ &+ LMsR \cos\left( \frac{p}{2} \theta \right) IBib + LMsR \cos\left( \frac{p}{2} \theta + \frac{2\pi}{3} \right) ICic + \left( Ls + \frac{1}{2} LMs \right) \frac{ic^2}{2} + \\ &+ LMsR \cos\left( \frac{p}{2} \theta + \frac{2\pi}{3} \right) IAic + LMsR \cos\left( \frac{p}{2} \theta - \frac{2\pi}{3} \right) IBic + LMsR \cos\left( \frac{p}{2} \theta \right) ICic + \\ &\left( LR + \frac{1}{2} LMR \right) \frac{IA^2}{2} + \left( LR + \frac{1}{2} LMR \right) \frac{IB^2}{2} + \left( LR + \frac{1}{2} LMR \right) \frac{IC^2}{2} \end{aligned} \right]$$

Sabe-se que:

$$Tm = \frac{\partial W'}{\partial \theta}$$

Então se tem:

$$T_m = \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \begin{aligned} &\left( L_s + \frac{1}{2} L_{Ms} \right) \frac{ia^2}{2} + L_{Ms} R \cos\left( \frac{p}{2} \theta \right) IAia + L_{Ms} R \cos\left( \frac{p}{2} \theta + \frac{2\pi}{3} \right) IBia + \\ &+ L_{Ms} R \cos\left( \frac{p}{2} \theta - \frac{2\pi}{3} \right) ICia + \left( L_s + \frac{1}{2} L_{Ms} \right) \frac{ib^2}{2} + L_{Ms} R \cos\left( \frac{p}{2} \theta - \frac{2\pi}{3} \right) IAib + \\ &+ L_{Ms} R \cos\left( \frac{p}{2} \theta \right) IBib + L_{Ms} R \cos\left( \frac{p}{2} \theta + \frac{2\pi}{3} \right) ICic + \left( L_s + \frac{1}{2} L_{Ms} \right) \frac{ic^2}{2} + \\ &+ L_{Ms} R \cos\left( \frac{p}{2} \theta + \frac{2\pi}{3} \right) IAic + L_{Ms} R \cos\left( \frac{p}{2} \theta - \frac{2\pi}{3} \right) IBic + L_{Ms} R \cos\left( \frac{p}{2} \theta \right) ICic + \\ &\left( L_R + \frac{1}{2} L_{MR} \right) \frac{IA^2}{2} + \left( L_R + \frac{1}{2} L_{MR} \right) \frac{IB^2}{2} + \left( L_R + \frac{1}{2} L_{MR} \right) \frac{IC^2}{2} \end{aligned} \right]$$

As indutâncias próprias e mutuas de estator e rotor não variam com a posição, portanto:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( L_s + \frac{1}{2} L_{Ms} \right) \frac{ia^2}{2} &= \frac{\partial}{\partial \theta} \left( L_s + \frac{1}{2} L_{Ms} \right) \frac{ib^2}{2} = \frac{\partial}{\partial \theta} \left( L_s + \frac{1}{2} L_{Ms} \right) \frac{ic^2}{2} = \frac{\partial}{\partial \theta} \left( L_R + \frac{1}{2} L_{MR} \right) \frac{IA^2}{2} = \\ &= \frac{\partial}{\partial \theta} \left( L_R + \frac{1}{2} L_{MR} \right) \frac{IB^2}{2} = \frac{\partial}{\partial \theta} \left( L_R + \frac{1}{2} L_{MR} \right) \frac{IC^2}{2} = 0 \end{aligned}$$

Daí:

$$T_m = \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \begin{aligned} &L_{Ms} R \cos\left( \frac{p}{2} \theta \right) IAia + L_{Ms} R \cos\left( \frac{p}{2} \theta + \frac{2\pi}{3} \right) IBia + L_{Ms} R \cos\left( \frac{p}{2} \theta - \frac{2\pi}{3} \right) ICia + \\ &+ L_{Ms} R \cos\left( \frac{p}{2} \theta - \frac{2\pi}{3} \right) IAib + L_{Ms} R \cos\left( \frac{p}{2} \theta \right) IBib + L_{Ms} R \cos\left( \frac{p}{2} \theta + \frac{2\pi}{3} \right) ICib + \\ &+ L_{Ms} R \cos\left( \frac{p}{2} \theta + \frac{2\pi}{3} \right) IAic + L_{Ms} R \cos\left( \frac{p}{2} \theta - \frac{2\pi}{3} \right) IBic + L_{Ms} R \cos\left( \frac{p}{2} \theta \right) ICic \end{aligned} \right]$$

Aplicando a derivada parcial em relação à teta, tem-se:

$$\begin{aligned}
T_m = & -\frac{p}{2} LMsR \operatorname{sen}\left(\frac{p}{2} \theta\right) IAia - \frac{p}{2} LMsR \operatorname{sen}\left(\frac{p}{2} \theta + \frac{2\pi}{3}\right) IpBia - \frac{p}{2} LMsR \operatorname{sen}\left(\frac{p}{2} \theta - \frac{2\pi}{3}\right) ICia - \\
& -\frac{p}{2} LMsR \operatorname{sen}\left(\frac{p}{2} \theta - \frac{2\pi}{3}\right) IAib - \frac{p}{2} LMsR \operatorname{sen}\left(\frac{p}{2} \theta\right) IBib - \frac{p}{2} LMsR \operatorname{sen}\left(\frac{p}{2} \theta + \frac{2\pi}{3}\right) ICib - \\
& -\frac{p}{2} LMsR \operatorname{sen}\left(\frac{p}{2} \theta + \frac{2\pi}{3}\right) IAic - \frac{p}{2} LMsR \operatorname{sen}\left(\frac{p}{2} \theta - \frac{2\pi}{3}\right) IBic - \frac{p}{2} LMsR \operatorname{sen}\left(\frac{p}{2} \theta\right) ICic
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_m = & -\frac{p}{2} LMsR \operatorname{sen}\left(\frac{p}{2} \theta\right) IAia - \frac{p}{2} LMsR \operatorname{sen}\left(\frac{p}{2} \theta + \frac{2\pi}{3}\right) IpBia - \frac{p}{2} LMsR \operatorname{sen}\left(\frac{p}{2} \theta - \frac{2\pi}{3}\right) ICia - \\
& -\frac{p}{2} LMsR \operatorname{sen}\left(\frac{p}{2} \theta - \frac{2\pi}{3}\right) IAib - \frac{p}{2} LMsR \operatorname{sen}\left(\frac{p}{2} \theta\right) IBib - \frac{p}{2} LMsR \operatorname{sen}\left(\frac{p}{2} \theta + \frac{2\pi}{3}\right) ICib - \\
& -\frac{p}{2} LMsR \operatorname{sen}\left(\frac{p}{2} \theta + \frac{2\pi}{3}\right) IAic - \frac{p}{2} LMsR \operatorname{sen}\left(\frac{p}{2} \theta - \frac{2\pi}{3}\right) IBic - \frac{p}{2} LMsR \operatorname{sen}\left(\frac{p}{2} \theta\right) ICic
\end{aligned}$$

$$T_m = T_c + \frac{J d\omega_{mec}}{dt} + B\omega_{mec}$$

$$T_c = T_m - J \dot{\varpi}_{mec} - B\omega_{mec}$$

As equações finais podem ser manipuladas para facilitar o tratamento computacional da seguinte forma:

$$B_1 = LMsR \cos\left(\frac{p}{2} \theta\right)$$

$$B_2 = LMsR \cos\left(\frac{p}{2} \theta + \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$B_3 = LMsR \cos\left(\frac{p}{2} \theta - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$X_1 = \frac{p}{2} LMsR \operatorname{sen}\left(\frac{p}{2} \theta\right) \omega_{mec}$$

$$X_2 = \frac{P}{2} LMsR \operatorname{sen}\left(\frac{P}{2} + \frac{2\pi}{3}\right) \omega_{mec}$$

$$X_3 = \frac{P}{2} LMsR \operatorname{sen}\left(\frac{P}{2} \theta - \frac{2\pi}{3}\right) \omega_{mec}$$

$$X_4 = \frac{P}{2} LMsR \left[ IA \operatorname{sen}\left(\frac{P}{2} \theta\right) + IB \operatorname{sen}\left(\frac{P}{2} \theta + \frac{2\pi}{3}\right) + IC \operatorname{sen}\left(\frac{P}{2} \theta - \frac{2\pi}{3}\right) \right]$$

$$X_5 = \frac{P}{2} LMsR \left[ IA \operatorname{sen}\left(\frac{P}{2} \theta - \frac{2\pi}{3}\right) + IB \operatorname{sen}\left(\frac{P}{2} \theta\right) + IC \operatorname{sen}\left(\frac{P}{2} \theta + \frac{2\pi}{3}\right) \right]$$

$$X_6 = \frac{P}{2} LMsR \left[ IA \operatorname{sen}\left(\frac{P}{2} \theta - \frac{2\pi}{3}\right) + IB \operatorname{sen}\left(\frac{P}{2} \theta + \frac{2\pi}{3}\right) + IC \operatorname{sen}\left(\frac{P}{2} \theta\right) \right]$$

Colocando as equações do motor na forma matricial, teremos:

$$\begin{bmatrix} va \\ vb \\ vc \\ VA \\ VB \\ VC \\ TC \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Ra & 0 & 0 & -X_1 & -X_2 & -X_3 & 0 & 0 \\ 0 & Rb & 0 & -X_3 & -X_1 & -X_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Rc & -X_2 & -X_3 & -X_1 & 0 & 0 \\ -X_1 & -X_3 & -X_2 & RA & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -X_2 & -X_1 & -X_3 & 0 & RB & 0 & 0 & 0 \\ -X_3 & -X_2 & -X_1 & 0 & 0 & RC & 0 & 0 \\ -X_4 & -X_5 & -X_6 & 0 & 0 & 0 & -B & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} ia \\ ib \\ ic \\ IA \\ IB \\ IC \\ \varpi \\ \theta \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} Ls + \frac{LMs}{2} & 0 & 0 & B_1 & B_2 & B_3 & 0 & 0 \\ 0 & Ls + \frac{LMs}{2} & 0 & B_3 & B_1 & B_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Ls + \frac{LMs}{2} & B_2 & B_3 & B_1 & 0 & 0 \\ B_1 & B_3 & B_2 & LR + \frac{LMR}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B_2 & B_1 & B_3 & 0 & LR + \frac{LMR}{2} & 0 & 0 & 0 \\ B_3 & B_2 & B_1 & 0 & 0 & LR + \frac{LMR}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -J & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \frac{dia}{dt} \\ \frac{dib}{dt} \\ \frac{dic}{dt} \\ \frac{dIA}{dt} \\ \frac{dIB}{dt} \\ \frac{dIC}{dt} \\ \frac{d\varpi}{dt} \\ \frac{d\theta}{dt} \end{bmatrix}$$

Sendo a equação de estado da máquina:

$$[U] = [A][X] + [R] \begin{bmatrix} \dot{X} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \end{bmatrix} = [R]^{-1} [A][X] + [R]^{-1} [U]$$

Dáí:

$$[U] = \begin{bmatrix} va \\ vb \\ vc \\ VA \\ VB \\ VC \\ TC \\ 0 \end{bmatrix}, \quad [A] = \begin{bmatrix} Ra & 0 & 0 & -X_1 & -X_2 & -X_3 & 0 & 0 \\ 0 & Rb & 0 & -X_3 & -X_1 & -X_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Rc & -X_2 & -X_3 & -X_1 & 0 & 0 \\ -X_1 & -X_3 & -X_2 & RA & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -X_2 & -X_1 & -X_3 & 0 & RB & 0 & 0 & 0 \\ -X_3 & -X_2 & -X_1 & 0 & 0 & RC & 0 & 0 \\ -X_4 & -X_5 & -X_6 & 0 & 0 & 0 & -B & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad [X] = \begin{bmatrix} ia \\ ib \\ ic \\ IA \\ IB \\ IC \\ \varpi \\ \theta \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{ia} \\ \dot{ib} \\ \dot{ic} \\ \dot{IA} \\ \dot{IB} \\ \dot{IC} \\ \dot{\varpi} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}$$

$$[R] = \begin{bmatrix} LS + \frac{LMS}{2} & 0 & 0 & B_1 & B_2 & B_3 & 0 & 0 \\ 0 & LS + \frac{LMS}{2} & 0 & B_3 & B_1 & B_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & LS + \frac{LMS}{2} & B_2 & B_3 & B_1 & 0 & 0 \\ B_1 & B_3 & B_2 & LR + \frac{LMR}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B_2 & B_1 & B_3 & 0 & LR + \frac{LMR}{2} & 0 & 0 & 0 \\ B_3 & B_2 & B_1 & 0 & 0 & LR + \frac{LMR}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -J & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$