

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIAS E TECNOLOGIA DE GOIÁS
CÂMPUS JATAÍ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
EM EDUCAÇÃO PARA CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

CAMILLA TEIXEIRA SILVA

**VESTÍGIOS DE UMA ÁLGEBRA DO ENSINO: análise de manuais pedagógicos por
futuras professoras**

JATAÍ
2026



INSTITUTO FEDERAL
Goiás

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
SISTEMA INTEGRADO DE BIBLIOTECAS

TERMO DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAÇÃO NO REPOSITÓRIO DIGITAL DO IFG - ReDi IFG

Com base no disposto na Lei Federal nº 9.610/98, AUTORIZO o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, a disponibilizar gratuitamente o documento no Repositório Digital (ReDi IFG), sem ressarcimento de direitos autorais, conforme permissão assinada abaixo, em formato digital para fins de leitura, download e impressão, a título de divulgação da produção técnico-científica no IFG.

Identificação da Produção Técnico-Científica

- | | |
|--|---|
| ☐ Tese | ☐ Artigo Científico |
| ☒ Dissertação | ☐ Capítulo de Livro |
| ☐ Monografia – Especialização | ☐ Livro |
| ☐ TCC - Graduação | ☐ Trabalho Apresentado em Evento |
| ☐ Produto Técnico e Educacional - Tipo: _____ | |

Nome Completo do Autor: Camilla Teixeira Silva

Matrícula: 20241020280024

Título do Trabalho: VESTÍGIOS DE UMA ÁLGEBRA DO ENSINO: análise de manuais pedagógicos por futuras professoras

Autorização - Marque uma das opções

1. ☒ Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso aberto);
2. ☐ Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG somente após a data ____/____/____ (Embargo);
3. ☐ Não autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso restrito).

Ao indicar a opção **2 ou 3**, marque a justificativa:

- ☐ O documento está sujeito a registro de patente.
☐ O documento pode vir a ser publicado como livro, capítulo de livro ou artigo.
☐ Outra justificativa: _____

DECLARAÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO NÃO-EXCLUSIVA

O/A referido/a autor/a declara que:

- i. o documento é seu trabalho original, detém os direitos autorais da produção técnico-científica e não infringe os direitos de qualquer outra pessoa ou entidade;
- ii. obteve autorização de quaisquer materiais inclusos no documento do qual não detém os direitos de autor/a, para conceder ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás os direitos requeridos e que este material cujos direitos autorais são de terceiros, estão claramente identificados e reconhecidos no texto ou conteúdo do documento entregue;
- iii. cumpriu quaisquer obrigações exigidas por contrato ou acordo, caso o documento entregue seja baseado em trabalho financiado ou apoiado por outra instituição que não o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás.

Jataí, 25/08/2026.

Assinatura do Autor e/ou Detentor dos Direitos Autorais

CAMILLA TEIXEIRA SILVA

**VESTÍGIOS DE UMA ÁLGEBRA DO ENSINO: análise de manuais pedagógicos por
futuras professoras**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás – Câmpus Jataí, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre(a) em Educação para Ciências e para Matemática.

Área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática

Linha de pesquisa: Ensino, Aprendizagem e Formação Docente em Ciências e Matemática

Orientador: Profa. Dra. Viviane Barros Maciel

JATAÍ
2026

Autorizo, para fins de estudo e de pesquisa, a reprodução e a divulgação total ou parcial desta dissertação, em meio convencional ou eletrônico, desde que a fonte seja citada.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação na (CIP)

Silva, Camilla Teixeira.

Vestígios de uma álgebra do ensino: análise de manuais pedagógicos por futuras professoras [manuscrito] / Camilla Teixeira Silva. - 2026.
clx; 160 f.; il.

Orientadora: Profa. Dra. Viviane Barros Maciel.

Dissertação (Mestrado) – IFG – Câmpus Jataí, Programa de Pós –
Graduação em Educação para Ciências e Matemática, 2026.

Inclui referências e apêndices.

1. História da educação matemática. 2. Matemática do ensino. 3. Álgebra.
4. Pedagogia. I. Maciel, Viviane Barros. II. IFG, Câmpus Jataí. III. Título.

ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO

Na presente data realizou-se a sessão pública de defesa da Dissertação intitulada **VESTÍGIOS DE UMA ÁLGEBRA DO ENSINO: análise de manuais pedagógicos por futuras professoras**, sob orientação de Viviane Barros Maciel, apresentada pela aluna **Camilla Teixeira Silva (20241020280024)** do Curso **Mestrado Profissional em Educação para Ciências e Matemática (Câmpus Jataí)**. Os trabalhos foram iniciados às **14:00** do dia **30/06/2026** pela Professora presidente da banca examinadora, constituída pelos seguintes membros:

- **Viviane Barros Maciel** (Presidente)
- **Adriana Aparecida Molina Gomes** (Examinadora Interna)
- **Gabriel Luís da Conceição** (Examinador Externo)

A banca examinadora, tendo terminado a apresentação do conteúdo da Dissertação, passou à arguição da candidata. Em seguida, os examinadores reuniram-se para avaliação e deram o parecer final sobre o trabalho apresentado pela aluna, tendo sido atribuído o seguinte resultado:

☒ Aprovado

☐ Reprovado

Nota :

Observação / Apreciações:

Produto Educacional: ITINERÁRIO PARA A ANÁLISE DE MANUAIS PEDAGÓGICOS

Proclamados os resultados pelo presidente da banca examinadora, foram encerrados os trabalhos e, para constar, eu **Viviane Barros Maciel** lavrei a presente ata que assino juntamente com os demais membros da banca examinadora.

Documento assinado eletronicamente por:

- **Gabriel Luís da Conceição**, em **30/06/2026 16:41:35** com chave **b404b38474bb11f19954005056a537a4**.
- **Adriana Aparecida Molina Gomes**, em **30/06/2026 16:42:57** com chave **e4e245fc74bb11f1a857005056a537a4**.
- **Viviane Barros Maciel**, em **30/06/2026 16:35:50** com chave **e65a9a1674ba11f18ec6005056a537a4**.

Este documento foi emitido pelo SUAP. Para comprovar sua autenticidade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse https://suap.ifg.edu.br/comum/autenticar_documento/ e informe os dados a seguir.

Tipo de Documento: Ata de Projeto Final

Data da Emissão: 30/06/2026

Código de Autenticação: fdee72



Para minha família, em especial à minha mãe e à minha avó, pois,
se tenho alguma força em mim, é graças a elas.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer àqueles que estiveram ao meu lado nessa jornada, nos momentos bons e ruins, pois sei que não foi fácil e que não seria possível chegar até aqui sem o seu apoio e incentivo.

Começarei pela minha mãe, Vanisa, que é a minha maior torcedora, que deseja para mim muito mais do que eu ousaria sonhar. Não sei o quão longe serei capaz de chegar, mas sei que independente disso você estará lá para me apoiar e isso é tudo que preciso para continuar.

Dedico também agradecimentos ao meu pai, Rodrigo, que me incentivou a continuar meus estudos e a ingressar no mestrado. Graças ao seu estímulo pude me impulsionar para essa nova etapa em minha vida acadêmica.

Agradeço à minha avó, Delina, que nunca nos deixou faltar nada e que, em seu pior momento, lutou para ficar mais um tempo ao nosso lado. Você cuidou de toda a nossa família, agora é a nossa vez de cuidarmos de você, e digo com toda certeza que isso é um privilégio.

Para minhas irmãs, Nátalle e Micaella, sou grata pelas conversas animadas e engraçadas, pois, apesar de nós três sermos muito diferentes, fui aceita por vocês como sou e saber que estão ao meu lado é o que me deixa calma para continuar minha caminhada.

Aos meus amigos Alyne, Evandro e Diogo, agradeço pelos momentos de alívio, pois foram eles que deixaram essa jornada mais leve, as conversas, as risadas e as brincadeiras eram exatamente o que eu precisava nos momentos mais estressantes.

Agradeço ao Professor Gabriel Luís da Conceição e à Professora Adriana Aparecida Molina Gomes, que compuseram a banca de qualificação e a banca de defesa, pelas contribuições generosas a esta pesquisa.

Agradeço também aos(às) docentes do Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática (PPGECM) do Câmpus Jataí, Professora Rita Rodrigues de Souza, Professor Rodrigo Claudino Diogo, Professor Nilton Cezar Ferreira e Professora Vanderleida Rosa de Freitas e Queiroz, cada ensinamento passado por vocês contribuiu para a realização deste trabalho. Em especial cito os professores Carlos Cézár da Silva e Paulo Henrique de Souza, que não só ministraram disciplinas, como também forneceram todo o suporte necessário durante toda a trajetória do mestrado. Esta pesquisa não sairia do papel sem a ajuda de vocês.

Deixo também minha profunda gratidão às participantes da pesquisa, que, mesmo com todas as suas outras atribuições, conseguiram participar dela. A contribuição de vocês foi o que tornou possível a execução deste trabalho.

Por fim, mas não menos importante, para minha orientadora Viviane Barros Maciel, que me guiou por todo o percurso, agradeço a cada momento dedicado a mim, bem como à compreensão e ao respeito que teve por mim nos momentos difíceis.

RESUMO

TEIXEIRA SILVA, Camilla. **VESTÍGIOS DE UMA ÁLGEBRA DO ENSINO: análise de manuais pedagógicos por futuras professoras**. 2026. (Mestrado em Educação para Ciências e Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás – Câmpus Jataí.

Esta é uma pesquisa de mestrado profissional, realizada no Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática (PPGECM), do Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia de Goiás, Câmpus Jataí, inserida no campo da História da Educação Matemática. A questão norteadora que se buscou responder foi “Que vestígios da álgebra podem ser interpretados como uma ‘álgebra do ensino’, a partir de orientações para o ensino de multiplicação em manuais pedagógicos do século XX, tendo em vista um itinerário elaborado com esta finalidade?”. O objetivo principal da pesquisa foi caracterizar, com discentes do curso de Pedagogia da Universidade Federal de Jataí (UFJ), vestígios de uma “álgebra do ensino”, a partir de um itinerário elaborado para interpretar orientações ao ensino de multiplicação presentes em manuais pedagógicos do século XX. A pesquisa teve como referência teórico-metodológica estudos que levam em conta a história dos saberes e que os concebem como algo que está em constante transformação. Desta maneira, foi elaborado como produto educacional um itinerário para coleta, organização de informações, comparação de conhecimentos docentes interpretados a partir de manuais pedagógicos (de três vagas pedagógicas distintas), bem como a sistematização desses conhecimentos para caracterizar uma álgebra do ensino. O itinerário, executado por futuras professoras do curso de Pedagogia, permitiu-lhes notar, a princípio, mudanças visíveis nas informações presentes. Somente depois das discussões sobre as diferenças e as semelhanças entre significado, sequenciação, graduação, exercícios e problemas, elementos constituintes de uma matemática do ensino, foi possível constatar que : I) a álgebra se fazia presente para representar um multiplicador desconhecido em problemas de multiplicação e a necessidade de generalização de regras da multiplicação; II) a álgebra começou a marcar presença como um conteúdo a ser ensinado e também implícita em generalizações de regras de divisibilidade e em exercícios mais avançados para encontrar expressões algébricas que representem o produto de um número pela diferença de outros dois; III) a teoria dos conjuntos servia como base para o ensino e compreensão dos conceitos algébricos básicos (comparação, inclusão, sequenciação, generalização) e a percepção de padrões como base para a compreensão de generalizações. O itinerário viabilizou o aprofundamento teórico de conceitos matemáticos e também imprimiu nas participantes um olhar mais atento para a forma e os porquês da disposição de informações nos manuais pedagógicos e seus significados implícitos.

Palavras-chave: história da educação matemática; matemática do ensino; álgebra; pedagogia.

ABSTRACT

TEIXEIRA SILVA, Camilla. **VESTÍGIOS DE UMA ÁLGEBRA DO ENSINO: análise de manuais pedagógicos por futuras professoras**. 2026. (Mestrado em Educação para Ciências e Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás – Câmpus Jataí.

This is a professional master's research project conducted within the Graduate Program in Science and Mathematics Education (PPGECM) at the Federal Institute of Education, Science and Technology of Goiás (Jataí Campus), situated in the field of the History of Mathematics Education. The guiding question was: "What traces of algebra can be interpreted as an 'algebra of teaching' based on guidelines for teaching multiplication found in 20th-century pedagogical manuals, considering a pathway designed for this purpose?" The main objective was to characterize—together with students from the Pedagogy program at the Federal University of Jataí (UFJ)—traces of an "algebra of teaching," using a pathway designed to interpret multiplication teaching guidelines found in 20th-century pedagogical manuals. The research was grounded in a theoretical-methodological framework that considers the history of knowledge and views such knowledge as constantly evolving. Consequently, an educational product was developed in the form of a pathway for collecting and organizing information, comparing teachers' knowledge (as interpreted from pedagogical manuals representing three distinct pedagogical eras), and systematizing this knowledge to characterize an algebra of teaching. This pathway, carried out by future teachers from the Pedagogy program, initially allowed them to observe visible changes in the information presented. Only after discussing differences and similarities regarding meaning, sequencing, gradation, exercises, and problems—elements constituting the "mathematics of teaching"—was it possible to establish that: I) algebra was present in the representation of an unknown multiplier in multiplication problems and in the need to generalize multiplication rules; II) algebra began to appear as content to be taught, as well as implicitly within generalizations of divisibility rules and in more advanced exercises involving algebraic expressions to represent the product of a number and the difference between two others; III) Set theory served as a foundation for teaching and understanding basic algebraic concepts (comparison, inclusion, sequencing, generalization), while pattern recognition provided a basis for grasping generalizations. The pathway enabled a deeper theoretical exploration of mathematical concepts and also fostered in the participants a more attentive perspective regarding the form and rationale behind the arrangement of information in pedagogical manuals, as well as the implicit meanings therein.

Keywords: history of mathematics education; mathematical sciences; algebra; pedagogy.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Capa do manual pedagógico <i>Arithmetica Complementar</i>	42
Figura 2 - Capa do manual didático <i>Matemática – 1.º ano</i>	45
Figura 3 – Manual Pedagógico Curso Completo de Matemática Moderna para o Ensino Primário.....	46
Figura 4 – Prefácio do manual de Tito Cardoso de Oliveira.....	72
Figura 5 – Alguns conteúdos presentes no manual 1.....	75
Figura 6 - Forma de “Simplificar” a Multiplicação.....	76
Figura 7 – Regra, exemplo e exercícios.....	78
Figura 8 – Dicas ao professor no manual de Tito Cardoso de Oliveira.....	79
Figura 9 - Formas de resolver um problema.....	80
Figura 10 – Índices.....	83
Figura 11 - Exercícios de Multiplicação com elementos algébricos.....	84
Figura 12 - Parte do texto Produtos curiosos.....	86
Figura 13 – Índice de assuntos do manual de Tosca Ferreira e Henriqueta de Carvalho.....	89
Figura 14 - Introdução à multiplicação.....	91
Figura 15 - Multiplicação e Divisão.....	91
Figura 16 – Atividades sobre multiplicação.....	93
Figura 17 – Exercícios.....	94
Figura 18 - Casos para Abreviar a Multiplicação.....	101
Figura 19 - Expressões Algébricas na Multiplicação.....	102
Figura 20 - Exercício para observação de padrões com o Valor do Lugar.....	103
Quadro 1- Análise de conhecimentos.....	104
Quadro 2- Sistematização.....	105

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	13
2 REFERENCIAL TEÓRICO	18
2.1 A pesquisa em perspectiva histórica	18
2.2 História da Educação Matemática e Formação de Professores	20
2.3 Dos saberes a e para ensinar à <i>matemática do ensino</i>	24
2.3.1 De ensino de <i>M(m)atemática</i> à <i>matemática do ensino</i> e à <i>álgebra do ensino</i>	28
2.4 A <i>matemática do ensino</i> e suas transformações.....	29
2.4.1 A <i>matemática do ensino</i> em tempos de ensino intuitivo.....	29
2.4.2 A <i>matemática do ensino</i> em tempos de Escola Nova e Pedagogia Científica	31
2.4.3 A <i>matemática do ensino</i> em tempos de Movimento da Matemática Moderna	33
2.4.4 <i>Álgebra a ensinar e para ensinar e álgebra do ensino</i>	35
3 METODOLOGIA	38
3.1 Participantes da pesquisa e conteúdo escolhido	38
3.2 Etapas de interpretação – das informações dos manuais aos saberes objetivados.....	39
3.3 Apresentação dos manuais	41
3.3.1 <i>Arithmetica Complementar</i> - Tito Cardoso de Oliveira - Década de 1910.....	42
3.3.2 <i>Matemática</i> - 1º ano - Cecil Thiré e Mello e Souza – 1934	43
3.3.3 <i>Curso completo de Matemática Moderna para o Ensino Primário, Vol.1</i> – Tosca Ferreira e Henriqueta de Carvalho – Década de 1960	46
3.4 Aspectos teórico-metodológicos da matemática do ensino	47
3.5 Apresentação do itinerário	49
3.6 Planejamento e aplicação.....	55
3.7 Respostas das participantes aos itinerários.....	56
4 ANÁLISE E RESULTADOS	70
4.1 Percepções das participantes quanto ao itinerário proposto.....	70
4.2 O manual pedagógico de Tito Cardoso de Oliveira (192-)	72
4.3 O manual pedagógico de Cecil Thiré e Mello e Souza (1934).....	80
4.4 O curso completo de Matemática Moderna de Ferreira e Carvalho (196-).....	87
4.5 A comparação: buscando semelhanças e diferenças	95
4.6 Vestígios de uma álgebra do ensino em cada um dos manuais	100
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	107
7 REFERÊNCIAS	110
APÊNDICES.....	117

1 INTRODUÇÃO

Esta pesquisa de mestrado foi desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática (PPGECM) do Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia de Goiás, no Câmpus Jataí. Ela se insere no campo da História da Educação Matemática e tem como tema os saberes profissionais do professor que ensina matemática.

A escolha do tema ancora-se em parte na minha trajetória estudantil e profissional, assim peço licença para escrever sobre ela em primeira pessoa do singular, e de outra parte nas produções e nos estudos que defendem a história da educação matemática na formação de professores. (Da Silva; Lemos da Rocha, 2021; Maciel, 2019; Valente, 2013; entre outros)

A minha trajetória estudantil se iniciou em uma pequena escola particular. Durante todo o meu Ensino Básico, adorava a matemática. Ao entrar no Ensino Superior, optei primeiramente pelo curso de Engenharia Civil, onde me deparei com disciplinas que envolviam muitos cálculos complexos, o que me ajudou a perceber que eu não gostava da Engenharia, mas sim, da Matemática. Assim, troquei de curso, e entrei para Licenciatura em Matemática na Universidade Federal de Jataí (UFJ). Foi durante o curso que tive contato, pela primeira vez, com uma sala de aula como regente, através dos estágios.

Depois de formada, comecei a trabalhar como professora substituta (2024) no Instituto Federal de Goiás (IFG) – Câmpus Jataí, onde ministrei aulas para Ensino Básico, Superior e Ensino para Jovens e Adultos. Foi nesse período que me deparei com uma diversidade de estudantes, desde adolescentes até adultos, em que cada um trazia um desafio diferente. Isso contribuiu para minha experiência como professora, pois pude aprimorar minha prática de forma a atender às demandas que eles, em momentos tão diferentes da vida, traziam consigo.

E então iniciei no mestrado em 2024, onde tive contato com diversos professores, que me auxiliaram a desenvolver um projeto de pesquisa e, também, por incentivo da minha orientadora, com o campo da História da Educação Matemática.

Toda a minha trajetória estudantil foi o que me levou a elaborar o tema da pesquisa, pois, como estudante da Educação Básica, no curso de Licenciatura em Matemática na UFJ e hoje, em 2026, como professora de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental, Ensino Médio e Ensino Superior observo o quanto os discentes apresentam dificuldades em conhecimentos matemáticos básicos, especialmente aqueles relativos aos principais conteúdos algébricos (resolução de equações algébricas, significado de uma incógnita ou de uma variável em uma equação ou mesmo do sinal de igualdade em uma equação, proporção, percepção de padrões e regularidades em uma sequência numérica ou figural, compreensão

de símbolos etc.).

Alguns trabalhos, inclusive, sinalizam (Aguilar, 2019; Branco; Ponte, 2014; Canavarro, 2007, etc.) como essas dificuldades são acentuadas na Educação Básica, especialmente nos Anos Finais e no Ensino Médio. Esta percepção pessoal levou-me a questionar sobre a presença da álgebra nas escolas, imaginando em que fase da trajetória acadêmica dos alunos ela se apresentaria. Assim, comecei a indagar sobre a iniciação algébrica nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental; sobre os saberes relativos à álgebra priorizados e historicamente presentes na cultura escolar; sobre os conhecimentos necessários ao professor para ensinar álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e de que forma tais saberes foram se assentando no currículo no decorrer do tempo.

Como podemos observar (volto aqui a escrever na primeira pessoa do plural por ser um trabalho que teve a contribuição de diversos autores), as questões pessoais são muitas, sempre ligadas à formação de professores e aos saberes necessários ou mesmo presentes no ensino.

O interesse em investigações sobre a álgebra não vem somente de minha justificativa pessoal. Em 2017, foi implementada a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), indicando a álgebra como uma das cinco “unidades temáticas”, a ser ensinada. Daí a relevância de saber como o tema vem sendo tratado nos documentos curriculares. Apesar de ser tratado de forma separada, o desenvolvimento do pensamento algébrico deve ser considerado um saber transversal, presente em vários contextos, quaisquer que sejam os campos algébrico, aritmético ou geométrico.

A pesquisa tem uma relevância social, pois contribui para que estudantes, pesquisadores e professores entendam como a matemática e a álgebra estão dispostas em um manual pedagógico ou mesmo em algum livro didático¹. Muitas vezes, as transformações no campo científico são ignoradas nas pesquisas contemporâneas, desconsiderando-se totalmente o que já foi produzido naquele campo.

Para mais, a busca pelas transformações dos saberes profissionais contribuiu para a produção de conhecimento no campo da História da Educação Matemática (Hem) e mais ainda para o da Educação Matemática, e no sentido amplo da Educação, portanto a pesquisa tem relevância científica.

Tal temática está sendo desenvolvida pela primeira vez no PPGE/IFG e também não há achado de dissertações no estado de Goiás que mescle história dos saberes

¹ Nesta pesquisa, vamos considerar os manuais pedagógicos, elaborados para uso do professor e manuais ou livros didáticos que contêm orientações ao professor, mas vamos denominar manuais pedagógicos por ser uma nomenclatura mais ampla e contemplar também manuais didáticos.

profissionais, formação de professores que ensinam matemática e História da Educação Matemática.

Alguns estudos, como os de Oliveira (2017) e Valente (2010), apontam que incluir a História da Educação Matemática na formação de futuros professores pode contribuir para que eles entendam como se deu a construção da matemática apresentada nos currículos atuais, bem para que eles construam uma visão crítica sobre eles, permitindo a criação de uma base de conhecimentos forte para auxiliar na vida profissional.

As preocupações com o ensino e a aprendizagem de álgebra, o surgimento da unidade temática álgebra e nosso interesse em compreender a presença da álgebra no ensino primário em outras épocas nos encaminham para elaborar nossa questão norteadora: “Que vestígios da álgebra podem ser interpretados como uma ‘álgebra do ensino’, a partir de orientações para o ensino de multiplicação em manuais pedagógicos do século XX, tendo em vista um itinerário elaborado com esta finalidade?”

Para responder à nossa questão de pesquisa, estabelecemos como principal objetivo caracterizar, com discentes do curso de Pedagogia da Universidade Federal de Jataí (UFJ), vestígios de uma “álgebra do ensino”, presentes em manuais pedagógicos do século XX, por meio de um Itinerário elaborado para interpretar orientações ao ensino de multiplicação.

Além disso, definimos três objetivos específicos.

a) Identificar manuais pedagógicos de períodos distintos com a presença de noções algébricas no ensino de aritmética, mais precisamente no ensino de multiplicação.

Buscando atingir este objetivo, recorreremos ao Repositório Institucional de Conteúdo Digital disponibilizado pelo Grupo Associado de Estudos e Pesquisas sobre a História da Educação (Ghemat-Brasil). Denominamos por períodos distintos aqueles relacionados a diferentes vagas pedagógicas, que serão explicadas no decorrer do trabalho. Muitos manuais não davam ênfase ao ensino de multiplicação com noções algébricas no início e em meados do século XX. Assim, ela muitas vezes encontrava-se implícita em manuais pedagógicos de aritmética. Identificar que manuais são estes é um dos primeiros objetivos. Além disso foi preciso buscar por um tema comum, em que houvesse a presença de elementos da álgebra.

b) Interpretar vestígios de elementos algébricos presentes no ensino de aritmética nos manuais pedagógicos, verificando convergências e distanciamentos ao compará-los.

Para cumprir esse objetivo, as informações, ainda bem descritivas, deverão ser separadas e comparadas, conforme as possibilidades de múltiplas convergências, observando

que conhecimentos ou grupo de conhecimentos podem ser interpretados a partir da descrição das orientações relativas ao ensino de um determinado tema de matemática em articulação com aspectos algébricos.

- c) *Sistematizar, a partir das convergências e dos distanciamentos interpretados sobre os elementos algébricos no ensino de aritmética (multiplicação), vestígios da articulação de uma álgebra a com uma álgebra para ensinar, mais especificamente uma álgebra do ensino.*

E, para alcançar esse objetivo, será preciso o diálogo entre a pesquisadora e os discentes uma vez que será necessário perguntas que os instiguem aos caminhos que levem à sistematização e, para isso, o conhecimento teórico-metodológico será imprescindível.

Para cumprir os objetivos e responder à nossa questão norteadora, compreendemos que precisávamos elaborar uma forma para que as participantes conseguissem observar, comparar, interpretar as informações acerca da multiplicação e sua articulação com noções algébricas em cada manual. Então, visando contribuir com as discentes para ter um olhar mais apurado sobre um tema de um manual, planejamos elaborar um Itinerário para a análise de manuais pedagógicos para uso de professores e demais pesquisadores, especialmente aqueles que lidam diretamente com manuais pedagógicos (indicados ao uso do professor) e até mesmo manuais didáticos (para uso dos estudantes com indicações de uso ao professor). Ou seja, visamos construir um possível caminho para contribuir com professores(as) e/ou pesquisadores(as) para lerem e interpretarem informações, indo, conforme Lévi-Strauss, do “cru” ao “cozido” (Burke, 2016, p.19).

O segundo capítulo desta pesquisa será voltado à apresentação do referencial teórico-metodológico, em que abordaremos as perspectivas acerca de uma pesquisa de caráter histórico e entraremos no campo da História da Educação Matemática. Além disso, trataremos dos saberes para o ensino e para a formação e, por fim, versaremos sobre a álgebra e sua relação com o pensamento algébrico e o que denominaremos por matemática a e para ensinar, *matemática do ensino*, álgebra a e para ensinar e álgebra do ensino.

No capítulo 3, descreveremos a metodologia que tornou possível operacionalizar os nossos objetivos, desde a forma de interpretar a *matemática do ensino* e álgebra do ensino, até a construção do nosso produto educacional, o Itinerário. Já, no capítulo 4, explicitaremos os resultados obtidos após a validação do produto educacional e as principais caracterizações de uma álgebra do ensino. Por fim, passaremos às conclusões finais.

O produto educacional, um Itinerário para a análise de manuais pedagógicos, que pode ser utilizado por outros pesquisadores que busquem interpretar uma *matemática do ensino*

por meio dessa mesma fonte, está, integralmente, nos apêndices.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo, abordaremos aspectos de uma pesquisa na perspectiva histórica, especialmente no campo da História da Educação Matemática. Trataremos também dos saberes constituintes de uma *matemática do ensino*, o que os autores denominam de “*matemática a ensinar* e a *matemática para ensinar*”, tendo em vista o contexto e a vaga pedagógica dos manuais que serão analisados nesta pesquisa. Vaga pedagógica é

sinônimo de movimento, de fluxo, de transformação de um dado tempo por meio da propagação e ampla aceitação de doutrinas, ideais, filosofias pedagógicas, estas que são analisadas, sobretudo, pelos historiadores da educação resultando no estabelecimento de marcos cronológicos que identificam a prevalência da divulgação destes movimentos, carregados do espírito de transformação (Ghemat (glossário), 2016, p. 18).

Ou seja, de acordo com o Glossário produzido pelo grupo de Pesquisa Ghemat (2016), vaga pedagógica é um período em que ocorreram mudanças na educação, como consequência da propagação de novas ideias pedagógicas.

2.1 A pesquisa em perspectiva histórica

Por se tratar de uma pesquisa na perspectiva histórica no campo da História da Educação Matemática, é imprescindível apresentarmos alguns aspectos que são próprios de uma pesquisa nesta área.

Quando pensamos em história, frequentemente, remetemos o nosso pensamento ao passado e, embora a compreensão de história tenha sido essa há tempos, não é o que Marc Bloch (2001) nos ensina no último trabalho que escreveu, enquanto aguardava para ser fuzilado durante a segunda guerra mundial, *Apologia da História ou o Ofício de Historiador*. Segundo esse autor, a sociedade muda o mundo, de acordo com o que ela julga necessário, logo a história é uma ciência que busca estudar “os homens, no tempo”.

Por trás dos grandes vestígios sensíveis da paisagem, [os artefatos ou as máquinas,] por trás dos escritos aparentemente mais insípidos e as instituições aparentemente mais desligadas daqueles que as criaram, são os homens que a história quer capturar (Bloch, 2001, p. 54).

Portanto, a história acompanha o caminhar da humanidade. Bloch (2001, p. 65) também explica sobre a importância de se compreender o passado para entender os acontecimentos do presente, afinal “a incompreensão do presente nasce fatalmente da

ignorância do passado.” Porém, a recíproca também é verdadeira, para voltarmos ao passado não devemos desconsiderar os conhecimentos do presente. “Ocorre de, em uma linha dada, o conhecimento do presente ser diretamente ainda mais importante para a compreensão do passado” (Bloch, 2021, p. 66).

Assim, apesar de falar em história nos dê uma ideia de algo que já passou, é um erro desvincular o passado do tempo que vivemos agora. Estudar um objeto histórico não é somente buscar por respostas sobre o que já passou e que pode ser descartado, pelo contrário “a ignorância do passado não se limita a prejudicar a compreensão do presente; compromete, no presente, a própria ação” (Bloch, 2001, p.25). Ou seja, para além de entender as causas que levaram a sociedade a ser como a vemos atualmente, a forma como ela será no futuro é produto das atitudes que tomamos agora.

Ao elencar uma fonte documental de outro tempo, como objeto de estudo, seja ela representada por um livro, um programa de ensino, um caderno, uma prova ou um exame, um material didático e até mesmo testemunhos diretos de pessoas, como é o caso da história oral, cada uma dessas representações vai exigir uma análise cuidadosa.

Um cuidado que devemos ter é compreender o contexto da época à qual a fonte pertence. Por exemplo, se um caderno encontrado pertence ao ano de 1889, deveremos entender aspectos históricos, sociais e políticos dessa época. Por isso Bloch (2001) afirma ser o anacronismo o maior pecado de um historiador.

O pesquisador deve cuidar para não buscar pela origem de um acontecimento, querendo resposta para “onde isso começou”: “para a maioria das realidades históricas, a própria noção desse ponto inicial permanece singularmente fugaz” (Bloch, 2001, p. 56).

Ao analisar uma fonte histórica, segundo Bloch (2001, p. 30), o objetivo de quem vai contar aquela história será sempre de “compreender, portanto, e não julgar”. Por outro lado, não julgar não significa que o pesquisador deva tornar-se um mero repetidor de fatos:

Compreender, no entanto, nada tem de uma atitude de passividade. Para fazer uma ciência, será sempre preciso duas coisas: uma realidade, mas também um homem. A realidade humana, como a do mundo físico, é enorme e variegada. Uma simples fotografia, supondo mesmo que a idéia dessa reprodução mecanicamente integral tivesse um sentido, seria ilegível. Dirão que, entre o que foi e nós, os documentos já interpõem um primeiro filtro? Sem dúvida, eliminam, frequentemente, a torto e a direito. Quase nunca, em contrapartida, organizam de acordo com as exigências de um entendimento que quer conhecer. Assim como todo cientista, como todo cérebro que, simplesmente, percebe, o historiador escolhe e tria. Em uma palavra, analisa (Bloch, 2001, p. 128).

Mesmo que o pesquisador tente evitar julgamentos, é ele quem vai escolher, de acordo

com seu trabalho, suas necessidades e seu problema de pesquisa, qual a direção que melhor lhe serve.

Além dos cuidados anteriores, cabe compreender que analisar o passado não é algo simples, então, não deve ser feito de forma displicente. Nesta pesquisa, lidamos com documentos de outras épocas, e, portanto, elaborados de acordo com a realidade daquele contexto. Assim, não queremos analisar o passado com elementos do presente, mas partir do presente e compreender as transformações ocorridas, usando para isso um “método crítico e prudentemente regressivo” (Bloch, 2001).

Em suma, uma pesquisa que leve em conta a perspectiva histórica envolve esses cuidados, que vão desde a escolha das fontes pelo pesquisador, passando por sua análise, a fim de resolver o seu problema de pesquisa.

Uma outra questão a ser observada em pesquisas de perspectiva histórica é o percurso metodológico. Segundo Valente (2007, p. 32) “Não existem fatos históricos por natureza. Eles são produzidos pelos historiadores a partir de seu trabalho com as fontes” e são essas fontes que vão estabelecer os caminhos que a pesquisa vai trilhar.

Assim, o método histórico envolve a formulação de questões aos traços deixados pelo passado, que são conduzidos à posição de fontes de pesquisa por essas questões, com o fim da construção de fatos históricos, representados pelas respostas a elas (Valente, 2007, p. 32).

Sendo assim, é a questão de pesquisa que vai estabelecer qual a fonte histórica que deve ser usada e é, a partir dela, que conseguiremos determinar o percurso metodológico para chegarmos ao resultado, ou seja, às respostas da questão estabelecida.

Esclarecidos os aspectos mencionados, de forma concisa, há ainda algo que precisamos compreender, qual o objeto da História da Educação Matemática?

2.2 História da Educação Matemática e Formação de Professores

Esta pesquisa se insere no campo da História da Educação Matemática, que tem um objeto de estudo diferente de outros como o da História da Matemática. Por isso, trata-se de histórias que se complementam, mas não têm o mesmo objeto. De acordo com Garnica e Souza (2012, p. 33)

a História da matemática exercita um diálogo entre a História e Matemática, visando a compreender as alterações e permanências nas práticas relativas à produção de Matemática; a construir versões como os conceitos matemáticos se desenvolveram e como a comunidade que trabalha (produz) Matemática

se organiza/organizava com respeito à necessidade de produzir, usar e compartilhar conhecimentos matemáticos.

Já a História da Educação Matemática, segundo estes autores

exercita um diálogo entre História e Educação e Matemática, chamando à cena para esse diálogo uma vasta gama de outras áreas do conhecimento. A História da Educação Matemática visa a compreender as alterações e permanências nas práticas relativas ao ensino e à aprendizagem de Matemática; a estudar como as comunidades se organizavam no que diz respeito à necessidade de produzir, usar e compartilhar conhecimentos matemáticos e como, afinal de contas, as práticas do passado podem – se é que podem – nos ajudar a compreender, projetar, propor e avaliar às práticas do presente (Garnica; Souza, 2012, p.27).

Assim, esta pesquisa está no campo da História da Educação Matemática, pois, por meio de experiências docentes expressas nas orientações dos manuais pedagógicos do século XX, é que tentaremos “compreender, projetar, propor e avaliar as práticas do presente” (Garnica; Souza, 2012, p.40), ou seja, um diálogo entre História, Educação e Matemática. Segundo Valente (2013, p. 26)

[...] o pesquisador da história da educação matemática tem por ofício saber como historicamente foram construídas representações sobre os processos de ensino e aprendizagem da Matemática e de que modo essas representações passaram a ter um significado nas práticas pedagógicas dos professores em seus mais diversos contextos e épocas.

Portanto, trata-se de um assunto muito importante para um professor. Além disso, a falta de conhecimento sobre a História da Educação Matemática pode afetar a visão dos professores de matemática, fazendo com que eles desenvolvam uma postura descrente sobre o seu ensino (Valente, 2010).

Ter ciência e domínio sobre a História da Educação Matemática pode fornecer uma base sólida para o professor que ensina matemática, na relação com os antepassados e os conhecimentos por eles deixados, dando aos profissionais atuais um olhar mais crítico e científico sobre o passado da matemática, seu ensino e aprendizagem (Valente, 2013).

As representações construídas por matemáticos e experts em diferentes tempos históricos sobre a matemática que deveria ser ensinada nas escolas, circulam no meio educacional. Dessas representações, fazem os professores, as suas apropriações, construindo novas representações. Serão elas – as representações elaboradas pelos professores – as responsáveis por guiar práticas que irão dar significado às ações didático-pedagógicas dos mestres em sala de aula. O conhecimento dessas representações sobre o passado da

educação matemática deve possibilitar a realização de práticas de ensino e aprendizagem de melhor qualidade em tempos presentes (Valente, 2013, p. 29).

Logo, trabalhar com a História da Educação Matemática não é apenas entender a história, mas sim, construir, como professor e pesquisador, um sólido portfólio de conhecimentos que pode contribuir para a carreira e atuação profissional. Isso nos leva à reflexão sobre a presença (ou ausência) dela na formação de professores que ensinam matemática.

Por vezes, nos dias atuais, assistimos à defesa do uso de metodologias ativas, principalmente diante do rápido avanço tecnológico que impacta a educação, mas isso pode representar muita dificuldade para os professores. Muito se fala das “metodologias ativas”, cujo termo já foi utilizado ainda no século XIX. Segundo Libâneo (2022), elas se contrapõem às metodologias tradicionais, que se concentram no professor, colocando o aluno no centro do aprendizado, eliminando sua passividade e o tornando mais participativo.

Porém, Libâneo (2022) nos mostra que, estudando as metodologias ativas sob uma perspectiva histórica, podemos notar que elas não são, necessariamente, uma solução inovadora para os problemas e as dificuldades que a tecnologia proporciona.

As metodologias ativas, com forte vínculo com a pedagogia das competências, são recomendadas por representarem meio eficaz de se lidar com situações de ensino-aprendizagem no plano operacional, no entanto, restringem o ensino a prover os alunos de artifícios para resolver problemas imediatos e práticos, minimizando o papel do conhecimento científico e, por meios dele, o desenvolvimento de processos cognitivos e metacognitivos. A ênfase no fazer e no aprender fazendo leva a que o domínio dos conceitos fique subsumido ao domínio de competências operativas, pouco ajudando no desenvolvimento de capacidades reflexiva e da autonomia intelectual dos alunos (Libâneo, 2022, p. 118).

Assim, é conhecendo a história que conhecemos as finalidades reais do ensino que são moldadas, assim como a escola, de acordo com a sociedade, suas crenças, culturas e necessidades (Chervel, 1988). Portanto, ao serem buscadas as finalidades reais do ensino não devemos nos ater apenas às disciplinas, pois a educação nas escolas “é, à imagem de suas finalidades correspondentes, um conjunto complexo que não se reduz aos ensinamentos explícitos e programas” (Chervel, 1988, p. 15). Ou seja, além de analisar a disciplina matemática, cumpre conhecer inclusive o que estava acontecendo em cada época para, de fato, entendermos suas finalidades.

Ao longo dos tempos, “a matemática” escolar tem sofrido diversas transformações.

Assim, ignorar a história da educação desse saber é não compreender o presente, como nos ensina Bloch (2001), e seguir trajetórias que não tiveram sucesso, repetir métodos e conteúdos que já foram, comprovadamente, falhos. Portanto, o professor deve entender como “sua profissão organizou-se/reorganizou-se levando em conta a forma escolar mutante desse conceito em diferentes épocas escolares” (Valente, 2013, p.35).

Uma forma para que os professores se apropriem do conhecimento histórico sobre a Educação Matemática é apresentá-la aos estudantes ainda na formação inicial. Logo, segundo Valente (2010, p. 12), inserir a História da Educação Matemática na formação de professores,

terá por objetivo criticar essas representações do passado, que têm fundo ficcional, memorialístico e a-histórico. Desconstruir essas representações de outros tempos da educação matemática, alterar a relação que os professores de matemática têm com os seus antepassados profissionais, em benefício de novas representações mais alicerçadas na crítica aos documentos e fontes das práticas pedagógicas realizadas noutros tempos é tarefa que justifica a inclusão da história da educação matemática na formação de professores.

Dessa maneira, estudar a História da Educação Matemática vai além de conhecer uma história. Ela permite compreender as realidades que nos fizeram chegar até aqui, observar as transformações nos saberes matemáticos e construir uma visão mais crítica sobre nosso objeto de trabalho (Oliveira, 2017).

Nas últimas décadas, trabalhos, como os de Oliveira (2017), Valente (2010), e Da Silva e Valente (2013), intensificaram a importância de a inserirmos na formação de professores, afirmando que ela os ajudará a compreender melhor a construção da matemática como a vemos nos currículos atuais.

Com o respaldo histórico, tem-se uma base para analisar o que pode funcionar e os limites de cada caminho do ensino por ele escolhido. Além disso, precisaremos determinar qual fonte utilizaremos. Valente (2007, p. 39) explica que:

Estudar as práticas da educação matemática de outros tempos, interrogar o que delas nos foi deixado, pode significar fazer perguntas para os livros didáticos de matemática utilizados em cotidianos passados. Eles – os livros didáticos – representam um dos traços que o passado nos deixou. Há uma infinidade de outros materiais que junto com os livros podem permitir compor um quadro da educação matemática de outros tempos. Esses materiais estão reunidos, em boa parte, nos arquivos escolares. Diários de classe, exames, provas, livros de atas, fichas de aluno e toda uma série de documentos estão nas escolas para serem interrogados e permitirem a construção de uma história da educação matemática.

Como há inúmeros elementos da cultura escolar nos quais podemos procurar vestígios

de matemáticas de outros tempos, nesta pesquisa optamos pelos manuais pedagógicos, pois, segundo Valente (2013), é uma das formas de compreender as práticas matemáticas que foram elaboradas e aplicadas em diferentes épocas.

Ou seja, os manuais, frequentemente, contam com características que refletem sua época, o que permite que se analise mais do que o conteúdo disposto (Maciel, 2019), permitindo assim um entendimento maior das finalidades reais do ensino.

As dificuldades vividas então pelos principais sistemas educativos ocidentais levam os pesquisadores a se interrogarem sobre as finalidades do ensino, sobre seus conteúdos e métodos e, entre outras coisas, a colocarem aos antigos manuais escolares questões de natureza epistemológica e didática propriamente dita (Choppin, 2004, p. 558).

Portanto, compreendendo o cuidado e a importância de estudar a história e mais especificamente a História da Educação Matemática, e tomando os manuais pedagógicos como fonte, delimitamos nossa busca entre os anos de 1901 e 1970. A periodização foi assim predefinida devido à concentração de pesquisas realizadas que têm por objeto manuais pedagógicos e que citam uma determinada vaga pedagógica (ensino intuitivo, pedagogia científica, escola nova, movimento da matemática moderna).

Como pretendemos dar conta de elementos ligados às matemáticas e às suas transformações, vamos aqui buscar captar quais são os saberes matemáticos que estamos procurando em nossas fontes.

2.3 Dos saberes a e para ensinar à *matemática do ensino*

Antes de adentrarmos na *matemática do ensino*, precisamos compreender sobre as raízes desse conceito, dos saberes a ensinar e dos saberes para ensinar até as matemáticas a ensinar e para ensinar.

De acordo com Hofstetter e Schneuwly (2017), os “saberes a ensinar” e “os saberes para ensinar” constituem, respectivamente, os saberes para o ensino e para a formação. Os saberes a ensinar estão ligados ao campo disciplinar, para os professores, esses saberes

constituem um objeto essencial do seu trabalho. O contrato desse profissional ligando-o à instituição que o emprega define o que deve ensinar, explicitado principalmente por planos de estudos ou currículos, por manuais, dispositivos de formação, textos prescritivos de diferentes tipos (Hofstetter; Schneuwly, 2017, p. 75).

Sendo assim, tais saberes, muitas vezes, devem passar pelo reconhecimento de profissionais e, geralmente, são estruturados de maneira didática para que possam ser trabalhados pelo professor (Hofstetter; Schneuwly, 2017). Já os saberes para ensinar se referem ao campo profissional, para o professor, são aqueles saberes que ele utiliza para ensinar seus alunos.

Trata-se principalmente de saberes sobre "o objeto" do trabalho de ensino e de formação (sobre os saberes a ensinar e sobre o aluno, o adulto, seus conhecimentos, seu desenvolvimento, as maneiras de aprender etc.), sobre as práticas de ensino (métodos, procedimentos, dispositivos, escolha dos saberes a ensinar, modalidades de organização e de gestão) e sobre a instituição que define o seu campo de atividade profissional (planos de estudos, instruções, finalidades, estruturas administrativas e políticas etc.) (Hofstetter; Schneuwly, 2017, p. 76).

Logo, ambos os saberes fazem parte do ofício do professor, mas não podemos esquecer que eles também estão entrelaçados com as escolas e com a cultura escolar. Julia (2001, p. 10) descreve a cultura escolar como

um conjunto de normas que definem conhecimentos a ensinar e condutas a inculcar, e um conjunto de práticas que permitem a transmissão desses conhecimentos e a incorporação desses comportamentos; normas e práticas coordenadas a finalidades que podem variar segundo as épocas (finalidades religiosas, sociopolíticas ou simplesmente de socialização).

A definição da cultura escolar, feita por Julia (2001), nos permite pensar além da escola, por exemplo, uma cultura no ambiente universitário. Dentro da Educação Matemática, podemos vislumbrar como se mostra a matemática escolar no Ensino Superior. Autores como Matos, Giraldo e Quintanero (2017) falam que a cultura matemática nesse ciclo de ensino tende a priorizar a matemática acadêmica, enfatizando maior formalidade e rigor, colocando-a no topo, em detrimento da matemática escolar.

Consideramos que essa percepção hierárquica esteja relacionada a uma prática cultural mobilizada pelas participantes, concebida a partir da perspectiva formal da matemática, na qual o conhecimento matemático apresentado na Licenciatura é valorizado em detrimento do conhecimento matemático escolar (Matos; Giraldo ;Quintanero, 2017, p. 33).

A matemática escolar, no Ensino Superior, acaba ficando à mercê de uma cultura matemática orientada por uma hierarquização, e os futuros professores que vão ensiná-la nas escolas consideram-na inferior à que é ensinada no Ensino Superior. Não queremos inferir

que a matemática ensinada no Ensino Superior não seja importante, apenas há, por vezes, um distanciamento da prática profissional e da formação de professores de matemática.

O excesso de formalidade, a supervalorização do saber acadêmico na sua forma abstrata, em contraste com as formas que o conhecimento matemático adquire no processo de aprendizagem no contexto escolar, certamente cria obstáculos ao bom desempenho do professor na prática escolar. Não se trata de desvalorizar o conhecimento acadêmico nem de reduzi-lo, mas, sim, de reconhecer a necessidade de o professor desenvolver um repertório de estratégias e recursos vinculados ao processo de construção escolar do saber matemático (Fiorentine; Oliveira; 2013, p. 931).

Fiorentine e Oliveira (2013) esclarecem que essa hierarquização pode ser muito prejudicial para a prática dos professores, confundindo suas percepções acerca do ensino e da aprendizagem da matemática no ambiente escolar.

A influência da cultura matemática na formação dos docentes nos leva a entender como é forte a influência que uma cultura escolar, construída a partir de sua época, pode ter mediante os saberes do ensino e da formação.

Portanto, levando em consideração que a sociedade de hoje não é a mesma do passado e, por consequência, a escola de hoje é diferente das escolas de outras épocas, isso igualmente se estende aos saberes do ensino. Ou seja, os saberes se alteram, assim como a cultura escolar, ao longo do tempo (Julia, 2001; Valente; Bertini, 2022).

Consequentemente, buscando se enquadrar nas exigências de cada época, a matemática e os saberes que a envolvem também sofreram transformações, assim, moldando a matemática escolar que temos atualmente.

Bertini, Morais e Valente (2017) criaram as categorias de análise teórico-metodológica, “*matemática a ensinar*” e “*matemática para ensinar*”, que dizem respeito ao objeto de trabalho do professor (*matemática a ensinar*) e às suas ferramentas de trabalho (*matemática para ensinar*), respectivamente. Eles definiram a *matemática a ensinar* “como um saber advindo do campo matemático, reunindo uma gama de conteúdos que devem ser aprendidos por aqueles que estão em processo de formação” (Valente, 2019, p. 53), ou seja, englobam desde aqueles conteúdos, temas, que, muitas vezes, vêm organizados em livros didáticos para o professor trabalhar em sala de aula, até os ensinamentos de caráter cultural, participando assim de toda a formação do estudante.

Ou seja, a *matemática a ensinar* vai abranger aquilo que deve ser ensinado pelos professores, e não se limita só ao conteúdo presente no currículo, aborda aspectos culturais e tudo aquilo que compete a escola ensinar. Valente (2019, p. 53) corrobora essa afirmação, ao

falar que

A constituição de uma *matemática a ensinar* é dada por processos históricos, revelando-se esse saber devedor, em cada época, das finalidades atribuídas à escola, da pedagogia reinante num dado tempo escolar, das concepções vigentes sobre a matemática, dentre vários outros determinantes.

Já a *matemática para ensinar* está ligada aos instrumentos utilizados pelo professor em sua prática docente e é vinculada com a *matemática a ensinar*. Ou seja, é aquilo que o professor precisa saber para ensinar a matemática para os alunos. Valente (2022, p. 14) define que a *matemática para ensinar* é uma “categoria que enfeixa, como se disse, as ferramentas que o futuro docente deverá manejar para o ensino, para o trabalho com uma *matemática a ensinar*, objeto do ofício pedagógico.”

Ambas – a *matemática para ensinar* e a *matemática a ensinar* – são complementares e se pautam na definição dada por Hofstetter e Schneuwly (2017) de “saberes a ensinar” e “saberes para ensinar”. De acordo com Valente (2018, p. 378-379, grifo nosso).

O primeiro deles – os *saberes a ensinar* – referem-se aos saberes elaborados originalmente pelas disciplinas universitárias, pelos diferentes campos científicos considerados importantes para a formação dos professores; o segundo, os *saberes para ensinar*, têm por especificidade a docência, ligam-se àqueles saberes próprios para o exercício da profissão docente, constituídos com referências vindas do campo das ciências da educação. Assim, ambos os saberes se organizam como saberes da formação de professores, mas a expertise profissional, o que caracteriza a profissão de professor, o seu saber profissional, está dada pelos *saberes para ensinar*. Mas, reitere-se: esses saberes estão em articulação com os *saberes a ensinar*

Os *saberes a e para ensinar* se dão em um campo mais amplo, das Ciências da Educação, enquanto a *matemática a e para ensinar* estão na intersecção dos campos das Ciências da Educação e do Disciplinar (matemático). Logo, os *saberes a/para ensinar a matemática* são mais amplos que a *matemática a/para ensinar*. Por exemplo, a forma de organização da sala para uma determinada prática pedagógica de matemática é um saber para ensinar matemática, mas a depender, poderia ser um saber para ensinar língua portuguesa. No caso da *matemática a e para ensinar* consideraremos apenas o que é próprio das matemáticas. Essa articulação entre *matemática a ensinar* e *para ensinar* foi denominada por Valente (2020) como *matemática do ensino*.

2.3.1 De ensino de *M(m)atemática à matemática do ensino e à álgebra do ensino*

Para caracteriza uma *matemática do ensino* é necessário se voltar para a *matemática a ensinar* e a *matemática para ensinar*. Os estudos e as pesquisas acerca delas destacam que a matemática foi estruturada para professores e alunos, visando à sua aplicação nas escolas e na formação de professores. Explicam Valente e Bertini (2022, p.19) que a *matemática do ensino* é aquela que “relaciona objetos de trabalho do professor - a *matemática a ensinar* - como ferramentas que devem ser utilizadas pela docência - a *matemática para ensinar*.”

Portanto, a *matemática do ensino* não é tratada de forma direta, ela requer estudos e análises que nos permitam construí-la através das fontes das quais dispomos. Para que essa construção possa ser feita, é preciso, então, entendermos os saberes do ensino e da formação, que são articulados (Valente; Bertini, 2022).

Matemática a ensinar, matemática para ensinar e matemática do ensino não têm o mesmo significado. Os saberes matemáticos são articulados e a *matemática do ensino* utiliza sua relação para se caracterizar, ou seja, são termos relacionados, porém, não são iguais.

Matemática a ensinar, matemática para ensinar e matemática do ensino constituem hipóteses teóricas de trabalho do pesquisador no movimento de interpretação e leitura da empiria da pesquisa. Desse modo, tais expressões só ganham sentido a partir da relação que estabelecemos entre elas [...] (Valente; Bertini, 2022, p. 29).

Assim, é caracterizando uma *matemática do ensino* que estabelecemos uma relação entre a *matemática a ensinar* e a *matemática para ensinar*, ou seja, estaremos vinculando os saberes matemáticos com a Educação Matemática (Valente; Bertini, 2022).

Valente (2023) enfatiza ainda que a relação entre a *matemática do ensino*, a *matemática a ensinar* e a *matemática para ensinar* exige uma análise que não se limita a um único campo, ou seja, não está apenas associada a questões disciplinares ou às vontades docentes, mas englobam interesses em comum de diferentes grupos que atuam na educação.

A *matemática do ensino* expressa as relações que se estabelecem entre a *matemática a ensinar* – objeto de trabalho do professor; e a *matemática para ensinar* – ferramenta de trabalho docente. Articuladas e dependentes uma da outra, tais matemáticas afastam-se de uma caracterização disciplinar, levando em consideração os seus processos e dinâmicas de elaboração, por entre tensões sempre presentes entre os campos da educação, da matemática e das práticas profissionais dos docentes (Valente, 2023, p. 4).

Portanto, ao conseguirmos observar como se deu a construção e a estruturação da

matemática que se apresenta hoje nos currículos, conceber uma ligação com o passado e olhar para o que nos é dado atualmente de forma crítica e com uma base sólida de conhecimento, poderemos criar uma ponte entre a teoria e a prática, ou mais ainda, ligando a formação dos professores à sua prática.

A sociedade muda de acordo com a época, e a escola acompanha tais mudanças. Assim, a matemática e seus saberes também vão se transformando e buscando atender às necessidades do contexto em que surgem. Logo, teremos também diferentes relações entre elas e, portanto, cada época terá uma caracterização para a *matemática do ensino*.

2.4 A matemática do ensino e suas transformações

Os saberes a e para ensinar, a *matemática a ensinar* e a *matemática para ensinar* e sua articulação, a *matemática do ensino*, representam resultados de processos históricos, sociais e culturais, que levam em conta diversos aspectos, como por exemplo, as finalidades da escola, o contexto político, econômico e social, as pedagogias utilizadas em cada época, entre outros. (Valente, 2018, 2019). A seguir, discorreremos sobre a *matemática do ensino* em quatro vagas pedagógicas: ensino intuitivo, escola nova, pedagogia científica e movimento da matemática moderna.

2.4.1 A matemática do ensino em tempos de ensino intuitivo

Segundo Oliveira e Pinheiro (2022), a passagem para o século XX marcou uma nova era da escola. Antes, elas deveriam ser responsáveis por ensinar ao aluno todos os domínios relacionados ao conhecimento humano, ou seja, um ensino voltado para repassar tudo que foi adquirido ao longo do tempo, sempre preparando o aluno para estudos cada vez mais avançados. No entanto, a virada do século trouxe consigo um período de industrialização para as cidades, o que, por sua vez, acarretou mudanças na cultura social e, consequentemente, na escolar.

Nesse sentido, a ideia era preparar a criança pelo influxo da linguagem de ofício. E a escola primária passou a ser vista como uma sucursal da vida social; um espaço de formação de homens práticos capazes de resolver as necessidades da vida material (Oliveira; Pinheiro, 2022, p. 33).

Assim, sob a luz de uma nova perspectiva escolar, foi necessário que mudanças fossem feitas nos conteúdos que seriam ensinados, consequentemente, a *matemática do ensino* não

seria mais a mesma.

Oliveira e Pinheiro (2022) analisaram as transformações da *matemática a ensinar*, entre 1870 e 1920, e observaram que elas se fizeram vistas nos programas escolares, nos livros e nos materiais didáticos, para, assim, atender às novas demandas.

Em vez de racionalizar o ensino segundo a divisão científica da matéria – como se fazia na tradição pedagógica –, essa nova pedagogia incumbe a escola de adaptar o seu ensino ao desenvolvimento intelectual da criança, preparando-a para as urgências da vida cotidiana (Oliveira; Pinheiro, 2022, p. 59).

Essas transformações apresentavam ressonâncias da pedagogia das escolas americanas que utilizavam de uma prática que ficou conhecida como o ensino intuitivo, que priorizou alguns conhecimentos em detrimento de outros que foram considerados desnecessários, buscando dar um caráter mais prático à matemática ensinada nas escolas.

Como a escola primária foi ganhando ao longo do tempo uma feição mais prática e menos teórica, mais intuitiva e menos dedutiva, mais utilitária e menos cientificista, alguns saberes aritméticos são considerados inúteis (máximo divisor comum, mínimo múltiplo comum, números complexos, potências, raiz quadrada, regra de três, progressões, logaritmos etc.), deixando, portanto, de fazer parte do rol de conteúdos da matéria. Na década de 1920, a dosagem da aritmética a ensinar chega a ficar concentrada no aprendizado das operações fundamentais e das frações decimais e ordinárias (Oliveira; Pinheiro, 2022, p. 60).

Dessa maneira, como a *matemática a ensinar* e a *matemática para ensinar* são articuladas, ambas sofreram transformações trazidas pelo ensino intuitivo, entre 1870 e 1920, ou seja, “como na escola passa a existir um novo objeto de ensino (uma *matemática a ensinar*), então ao professor solicita-se a posse de uma nova ferramenta de ensino (uma *matemática para ensinar*), que traduza sua nova postura didático-pedagógica.” (Oliveira; Pinheiro, 2022, p. 63).

Logo, para compreender uma *matemática para ensinar*, nossos olhos se voltam para a formação dos professores. Fortaleza e Maciel (2022) analisaram uma *matemática para ensinar* entre 1870 e 1920, e observaram que os professores eram norteados a utilizar um método analista-sintético para ensinar, ou seja “Do todo para as partes, partindo de exemplos concretos para a abstração, a correspondência número-objeto seria substituída pela representação mental.” (Fortaleza; Maciel, 2022, p. 120). Além disso, tinha-se um foco na oralidade e no cálculo mental, e a escrita era utilizada apenas como uma forma de fixar o que

já havia sido falado e pensado.

O ensino intuitivo instruiu o professor a “educar pelos sentidos” (Fortaleza; Maciel, 2022, p. 120), utilizando o conhecimento da criança ou objetos conhecidos por ela, como o ponto de partida. Assim, partia-se de algo concreto (um sólido geométrico, um ábaco, ilustrações, etc.) para chegar ao abstrato, intencionando ensinar através da intuição e chegar ao ponto onde o conhecimento adquirido seria utilizado na prática. (Fortaleza; Maciel, 2022).

Fortaleza e Maciel (2022) ressaltam a aritmética e a geometria em tempos de ensino intuitivo. Na geometria, destacava-se o uso de desenhos, formas geométricas e trabalhos manuais. Já, na aritmética notavam-se o contador mecânico, os exemplos e os problemas, sendo que esses últimos se aproximavam da álgebra, mas apenas quando a resolução fosse considerada mais difícil. Tudo isso sempre visando ao ensino intuitivo, partindo do concreto para a abstração, com o foco no que se usaria nas práticas e nos problemas cotidianos. (Fortaleza; Maciel, 2022).

Portanto, no período em que a tendência era do ensino intuitivo, a escola deixou de ser um lugar para preparar o aluno apenas para estudos mais complexos e passou a ser um local voltado para a prática dos indivíduos, ou seja, aquilo que não poderia ser visto e utilizado na prática ficou em segundo plano ou simplesmente desapareceu do currículo escolar.

2.4.2 A matemática do ensino em tempos de Escola Nova e Pedagogia Científica

No período de 1920 a 1960, a escola passou a apresentar novas perspectivas, desvelando um caráter não estático. Segundo Berticelli, Felisberto e Pinto (2022), aspectos como a alta taxa de analfabetismo e a luta pela liberdade de expressão impulsionaram a quebra de padrões sociais, e consequentemente, promoveram mudanças na escola, no ensino, na *matemática a ensinar* e na *matemática para ensinar*.

Nesse período, começou uma busca pela modernização do ensino nas escolas primárias e, mesmo que elas ainda estivessem sob as premissas do ensino intuitivo, um novo movimento começou a surgir, a Escola Nova. Após a primeira guerra mundial, a escola passou a ser um meio para buscar uma convivência social pacífica.

Neste cenário, ao contrário do ensino intuitivo, em que a criança costumava observar, perceber, distinguir e aprender coisas exigidas pelo “mundo do adulto”, o ensino proposto pela Escola Nova levava em consideração os problemas reais, pertinentes à realidade infantil, colocando a criança em ação. Em outras palavras, numa construção amparada pela base científica, a contribuição da psicologia no processo de ensino, considerando a lógica da

aprendizagem da criança, transformou aquela escola que ensinava para a vida, por meio da transmissão de técnicas e conceitos considerados necessários, em uma nova escola que buscava fazer a conexão entre as experiências, interesses, valores da criança com o trabalho escolar, uma escola que ensina pela vida (Berticelli; Felisberto; Pinto, 2022, p. 126).

Esse contexto fez com que a escola buscasse compreender os interesses dos alunos e reorganizar os conteúdos baseados na lógica da aprendizagem dele (Valente, 2015). Além disso, a Escola Nova abriu portas para estabelecer uma base científica e psicológica que intencionava contribuir para o ensino das crianças, trazendo consigo outro movimento, o da Pedagogia Científica (Berticelli; Felisberto; Pinto, 2022). Segundo Valente (2015, p. 363),

A pedagogia científica introduz elementos na cultura escolar dos anos iniciais nunca antes considerados: aos processos próprios de cada professor na condução de sua classe, aqueles chancelados pela psicologia experimental. O processo de avaliação e a construção dos programas de ensino passam a ser cientificamente elaborados.

No que diz respeito especificamente à matemática, a Pedagogia Científica propunha que “As referências para o ensino não mais devem encadear-se segundo a ordem lógica de organização do conteúdo matemático herdada de tempos anteriores” (Valente, 2015, p.365). Cada professor teria autonomia para trabalhar os conteúdos, de acordo com a realidade de seus alunos, desde que desse um significado ao conteúdo matemático (Berticelli; Felisberto; Pinto, 2022).

Com a Escola Nova e a Pedagogia Científica, como vagas pedagógicas norteadoras, a *matemática a ensinar* passou por profundas mudanças. Os conteúdos passaram a ter um caráter mais social, buscando levar em consideração os interesses e a bagagem que o aluno trazia. Logo, o ensino que, antes buscava a praticidade, levaria em conta aspectos psicológicos e sociais (Berticelli; Felisberto; Pinto, 2022; Valente, 2015).

A forma como a criança aprende foi levada em consideração, transformando a escola que ensinava para a vida, por meio do adestramento do raciocínio infantil e pela transmissão de técnicas e conceitos considerados necessários, em uma nova escola que buscava fazer a conexão entre as experiências, interesses, valores da criança com o trabalho escolar, ou seja, uma escola que ensinava pela vida. Neste sentido, os programas de ensino, como tendência apropriada em diferentes estados brasileiros, deixaram de se resumir em listas de conteúdo a serem vencidas, elencando o mínimo essencial que os alunos deveriam alcançar em cada série escolar. Essa nova organização dos programas implicava em maior autonomia do professor para a escolha dos processos, formas e recursos a serem utilizados, partindo das necessidades das crianças, considerava a realidade infantil e o significado do conhecimento matemático individual (Berticelli; Felisberto; Pinto, 2022, p.

150).

As mudanças trazidas pela Escola Nova e pela Pedagogia Científica também trouxeram uma nova perspectiva à *matemática para ensinar*. Estando ela vinculada a *matemática a ensinar*, conseqüentemente também deveria se adaptar aos novos métodos de ensino, o que gerou uma busca por maior profissionalização dos professores que ensinavam matemática (Valente, 2015).

A necessidade de uma formação adequada dos professores com relação a um discurso educativo mais científico impulsionou um movimento crescente de produção no campo das ciências da educação, culminando na organização de formação em nível superior por meio dos Institutos de Educação (Camara; Pinto, 2022, p. 161).

Camara e Pinto (2022) observaram que o professor de matemática era preparado com base em três aspectos: observar, experimentar e participar. Alguns programas de formação de professores igualmente passaram a incluir estudos relacionados à Filosofia, à Sociologia e à Psicologia. Além disso, ler, escrever e calcular eram saberes prioritários nos currículos (Camara; Pinto, 2022).

Rompendo com tradições pedagógicas que valorizavam a decoração e a prática mecânica de cálculos aritméticos, os autores dos manuais analisados, apresentam novas orientações, processos e dinâmicas para o ensino de matemática, especialmente as decorrentes da psicologia experimental, de base estatística que centrou o olhar no aluno, em seus interesses, seu cotidiano, seus ritmos de aprendizagem, a partir dos ideais de uma escola ativa e sob medida para as crianças (Camata; Pinto, 2022, p. 168).

Em síntese, podemos observar novamente a mutabilidade da cultura escolar e suas interferências nos saberes a e para ensinar e na matemática. Passamos de um ensino que visava exclusivamente a praticidade para um que buscava amparo na Psicologia, visando a um melhor ensino, colocando o aluno como centro do processo de aprendizagem.

2.4.3 A matemática do ensino em tempos de Movimento da Matemática Moderna

Após 1960, o mundo e a sociedade continuaram em processo de transformação, acarretando mudanças para as escolas e para o ensino da matemática. Nessa década, uma nova perspectiva começou a ganhar força, o Movimento da Matemática Moderna, o qual começou a despontar em um cenário pós segunda guerra mundial, de desenvolvimento tecnológico e necessidade de profissionais mais qualificados. Como a matemática é uma das bases para a

ciência, tornou-se fundamental uma mudança no seu processo de ensino (Godoi; Costa, 2020; Jandrey; Santos, 2021). O Movimento da Matemática Moderna

Buscava inserir no currículo tópicos matemáticos que, até então, não faziam parte do programa escolar como, por exemplo, a linguagem e a teoria dos conjuntos, as estruturas algébricas, topológicas e as transformações geométricas. Para o ensino e a aprendizagem desses novos tópicos para a matemática, acompanhavam também metodologias com características experimentais. A inserção desses novos tópicos e metodologias se pautava nos estudos do epistemólogo Jean Piaget (1896-1980), enfatizando a correspondência entre as estruturas operatórias da inteligência e as estruturas matemáticas (Arruda, 2011, p.40).

Em geral, o cenário mundial estava focado no avanço da economia, que, por sua vez, estava conectado ao desenvolvimento tecnológico. Portanto, era preciso formar pessoas capazes de compreender, desenvolver e melhorar as tecnologias existentes e, então, os olhos se voltaram para as escolas. Obviamente, o Movimento da Matemática Moderna também chegou ao Brasil.

Tal movimento permeou a educação brasileira nos anos 1960, trazendo novos ideais e uma nova maneira de pensar o ensino de matemática da época. As discussões que o envolviam eram levantadas por professores que estavam insatisfeitos com os métodos da época, procedentes da perspectiva de pensamento do ideário da Escola Nova [...] e do ensino intuitivo [...] (Godoi; Costa, 2020, p. 100-101).

Logo, a matemática que era ensinada, levando em consideração a autonomia e a experiência dos alunos, sugerida pela Escola Nova e pela Pedagogia Científica, ou baseada nas ações do indivíduo no mundo, como no Ensino Intuitivo, já não se mostrava suficiente para as necessidades da sociedade e das escolas (Godoi; Costa, 2020). Assim, teve início a elaboração de uma nova *matemática a ensinar*, baseada no

desenvolvimento da teoria dos conjuntos a partir de Cantor, a definição dos números naturais baseada no conceito de conjunto, o desenvolvimento das geometrias não-euclidianas a partir de Lobatchevski e Riemann, a evolução da álgebra abstrata e o estudo das estruturas algébricas, o desenvolvimento da álgebra linear e da topologia e na área das funções de variável complexa (Búrigo, 1989, p. 82).

Ou seja, ensinar a matemática para que os alunos pudessem simplesmente aplicá-la no cotidiano já não era o suficiente. A *matemática a ensinar* deveria se tornar mais estruturada e formal para que, assim, ela se aproximasse do campo científico (Arruda, 2011; Godoi; Costa, 2020; Jandrey; Santos; 2021). Basicamente, como a matemática utilizada pelos cientistas

contava com estruturas mais formais e rigorosas, a matemática escolar também deveria atender a esses padrões.

Desse modo, novamente, também se fizeram necessárias mudanças na *matemática para ensinar* e, conseqüentemente, cumpria preparar os professores para lidar com aquelas que estavam sendo implementadas. Gouveia (2023, p. 96), em sua tese, evidencia as diretrizes para ensinar matemática na década de 1960.

As diretivas quanto à forma e aos objetivos que deveriam conduzir o ensino no primário indicam que sempre o professor estava sendo posto em formação. Pretendia-se um ensino mais “atual” para a escola e um professor capaz de conduzir aulas participativas e pronto para interagir com os alunos. Isso pode ser percebido nas marcas deixadas por Elza Bigatti, ao pontuar em seu artigo, que, para além do conhecimento matemático trabalhado, cabia ao professor se especializar, se aperfeiçoar para se valer de outras ferramentas ou materiais pedagógicos, para assim garantir uma aproximação do aluno com o ensino de matemática. Ademais, ela enfatiza que o ensino dessa disciplina deveria ser mais participativo e próximo do aluno, seguindo uma conjuntura mais moderna para ensinar.

Em suma, as tensões pós-guerra aumentaram a necessidade de novas tecnologias, com os países buscando se aprimorar para se fortalecerem. Com isso, os olhos se voltaram para a necessidade de capacitar profissionais e, tendo em vista que a matemática é um dos principais campos da ciência, os olhos do mundo se voltaram para ela. Muitos acreditaram que no Movimento da Matemática Moderna as escolas melhorariam o ensino da matemática e, conseqüentemente, beneficiariam a sociedade com as evoluções tecnológicas.

2.4.4 Álgebra a ensinar e para ensinar e álgebra do ensino

Vários autores se voltaram ao estudo da *álgebra para ensinar* (Basei 2020, Lemos da Rocha 2021, entre outros) e da *álgebra a ensinar* (Rodriguês e Costa 2021; Silveira; Costa e Barbaresco, 2026).

A exemplo, Lemos da Rocha (2021, p. 60), ao analisar problemas de aritmética, verificou que a álgebra se configurava como “um saber profissional próprio da docência”, ou seja, “uma álgebra para resolver problemas”. Já Rodriguês e Costa (2021, p. 16) observaram que o ensino nas escolas complementares “assume perspectivas diferentes em alguns estados brasileiros², seja em relação à sua duração, seu propósito ou programa de ensino em relação a Álgebra”, sinalizando a necessidade de aprofundamento da temática. Silveira, Costa e

² Os autores pesquisam a Escola Complementar de Santa Catarina entre 1911 e 1930.

Barbaresco (2026) em sua pesquisa, objetivaram “caracterizar uma *álgebra a ensinar* a partir da organização do ensino no Instituto Parobé durante as duas primeiras décadas do século XX” (p.1) como uma ferramenta de trabalho do professor para articular situações do dia a dia com o ensino profissional técnico daquele tempo.

No entanto, nessas pesquisas não se explicitam claramente as referências que definem *álgebra a ensinar* e *álgebra para ensinar*. Portanto, ousamos aqui denominar *álgebra para ensinar* e *álgebra a ensinar*, pautando-nos nas definições de saberes a e para ensinar e nas matemáticas a e para ensinar, discutidas anteriormente.

Hofstetter e Schneuwly (2017), como escrito anteriormente, indicam os saberes a ensinar como objeto do trabalho docente, e, portanto, reconhecidos profissionalmente. Bertini, Moraes e Valente (2017), por sua vez, definem matemática a ensinar como sendo tudo aquilo, relacionado à matemática, que deve ser ensinado pelos professores, logo, um objeto do trabalho docente ligado à matemática. Assim, o objeto do trabalho do professor de matemática são aqueles saberes matemáticos que foram construídos ao longo da história e se remodelando de acordo com as necessidades de cada época.

Em sendo assim, denominamos como *álgebra a ensinar* todo conhecimento algébrico, construído historicamente e reconhecido profissionalmente, que deve ser ensinado pelos professores, ou seja, a álgebra que se configura como um saber, um objeto de trabalho do professor sobre o qual incidem as *matemáticas para ensinar*.

Agora, para definirmos uma *álgebra para ensinar*, baseamo-nos nos saberes para ensinar, ou seja, aqueles que o professor utiliza para ensinar seus alunos, ou seja, as ferramentas das quais o profissional dispõe para o ensino e para a formação (Hofstetter; Schneuwly, 2017). Além disso, temos também a *matemática para ensinar*, que são as ferramentas matemáticas para o ensino (Valente, 2022).

Portanto, definimos a *álgebra para ensinar* como os conhecimentos algébricos necessários ao professor para o ensino e formação. Logo, atribuímos para essa categoria a álgebra como ferramenta, que se configura como caminho, método, meio, instrumento, seus usos a serviço de uma *matemática do ensino*.

Como já observamos anteriormente, não há uma definição altamente disseminada para uma álgebra a e para ensinar. As pesquisas que tratam dessa temática ainda não se propuseram a uma definição direta dos termos, mas devido à temática de nossa pesquisa, sentimos a necessidade de uma definição mais robusta dessas categorias.

Valente (2020) denominou a articulação entre a *matemática a ensinar* e a *matemática para ensinar* como *matemática do ensino*, portanto, a articulação entre a *álgebra a ensinar* e

álgebra para ensinar, definirá o que denominaremos de *álgebra do ensino*.

3 METODOLOGIA

A seguir discorreremos sobre a metodologia que utilizamos em busca de respostas para a nossa questão de pesquisa “Que vestígios da álgebra podem ser interpretados por futuras professoras como uma ‘álgebra do ensino’, a partir de orientações para o ensino de multiplicação em manuais pedagógicos do século XX, tendo em vista um itinerário elaborado com esta finalidade?” Detalharemos nossas escolhas das participantes e dos manuais pedagógicos e a elaboração do Itinerário, como nosso produto educacional.

3.1 Participantes da pesquisa e conteúdo escolhido

No capítulo anterior, defendemos a importância de se estudar história, especificamente a História da Educação Matemática, pois ela pode contribuir para a formação do professor, ajudando em aspectos como na construção de uma base crítica e a dar sentido para a matemática que eles ensinam nas escolas, notando-se assim a necessidade de trabalhá-la já na formação inicial (Valente, 2010). Além disso, reitera-se a importância de o professor dos Anos Iniciais receberem em sua formação noções algébricas e sua transversalidade com demais temas matemáticos para que assim estejam seguros com seus conhecimentos para trabalhar essa temática com seus alunos (Ponte; Branco; 2014).

Buscando uma chance maior de obter participantes, a aplicação dessa pesquisa foi cadastrada como Atividade de Extensão Curricularizada³ (AEC) na Universidade Federal de Jataí (UFJ), pela orientadora deste trabalho, permitindo assim a participação de estudantes da Pedagogia, bem como de membros externos.

Além disso, outro ponto que tivemos que definir foi o tema ou conteúdo a ser escolhido ou analisado nos manuais, afinal, considerando o intervalo de tempo que tínhamos para realizar nossa pesquisa, não seria plausível analisarmos os manuais por inteiro. Portanto, tendo por interesse um tema que estivesse presente nos três manuais, optamos pela multiplicação, pois a ela se ligavam aspectos algébricos que poderiam ser explorados pelas participantes. Ou seja, ao analisarmos esses manuais pedagógicos, nosso foco estará voltado para o conteúdo de multiplicação, onde buscaremos vestígios de álgebra.

Escolher um tema em que pudessem ser explorados aspectos algébricos demandou tempo na pesquisa. Nos primeiros anos escolares, o foco não era o ensino de álgebra, mas sim, de aritmética. Mas pesquisas anteriores (Basei, 2020; Lemos da Rocha, 2021) sinalizaram que

³ AEC é uma atividade que busca promover uma formação mais ampla do estudante, colocando-o como figura central do processo de aprendizagem (Universidade Federal de Jataí, 2022).

noções algébricas foram incluídas na formação de professores. Assim era preciso verificar de que forma os usos dessa ferramenta se mostravam presentes nos manuais.

Optamos pelo conteúdo de multiplicação, tendo em conta a presença dele em todos os manuais selecionados, bem como as diversas facetas que ele traz, como sua relação com a adição, a variedade de processos multiplicativos, as regras e as estratégias que ele pode apresentar e a diversidade de métodos didáticos (Maciel, 2019).

Assim, em sala de aula, questionamos os discentes das disciplinas sobre a disponibilidade para participar do projeto. Seis participantes se dispuseram a colaborar. Então a pesquisadora apresentou o projeto em uma aula e mostrou como a proposta seria executada.

Depois comunicou a elas como funcionaria as etapas da pesquisa e quais seriam os manuais que seriam analisados, conforme apresentamos no próximo tópico.

3.2 Etapas de interpretação – das informações dos manuais aos saberes objetivados

Dentro de uma pesquisa histórica, para que uma informação possa se transformar em um saber objetivado, Valente (2018) indica ser necessário passar por processos que, embora sejam históricos, podem ser colocados em etapas.

Para Barbier (2014, p. 9 *apud* Valente, 2019, p.23),

o campo dos saberes objetivados pertence à mesma zona semântica da cultura, das regras, dos valores. Esta zona refere-se provavelmente a realidades que têm o estatuto de representações ou de sistemas de representações dando lugar a enunciados proposicionais e tendo por objeto uma valorização social sancionada por uma atividade de transmissão-comunicação. Essas realidades distinguem-se daqueles que as enunciam ou daqueles que delas se apropriam. Elas são conserváveis, cumulativas e apropriáveis. No âmbito dessa zona semântica, os saberes objetivados podem ser definidos como enunciados de proposições sendo objeto de um julgamento social que se situa no registro da verdade ou da eficiência. Eles podem mesmo ser considerados duplamente como enunciados: de uma parte eles formalizam uma representação do real (eles dizem ‘alguma coisa’ sobre o real), de outra parte eles enunciam uma correspondência, uma ligação entre essa representação e o objeto representado (a noção de verdade é a afirmação de uma correspondência)

Assim, buscando em manuais pedagógicos os saberes necessários para que os professores possam exercer sua função, Valente (2018) estabeleceu três etapas para interpretar as informações e transformá-las em saberes: “recompilação de experiências docentes, análise comparativa dos conhecimentos dos docentes, sistematização e uso dos conhecimentos como saberes”(Valente, 2018, p. 380).

A primeira etapa, denominada recompilação de experiências docente, consiste na

seleção e separação de informações relatadas em revistas pedagógicas; organizadas em livros didáticos e manuais pedagógicos; normatizadas em leis do ensino; contidas em documentação pessoal de alunos e professores; materializadas em dispositivos pedagógicos para o ensino dentre outros tipos de documentação passíveis de evidenciar informações sobre o trabalho pedagógico dos professores (Valente, 2018, p. 380).

Esta etapa se concentra na separação inicial de informações e terá como fonte manuais pedagógicos a serem analisados em busca de articulação entre a *matemática a ensinar* e a *matemática para ensinar*, para assim conseguirmos uma *matemática do ensino*. Foram selecionados três manuais, que serão apresentados no próximo tópico. Em nossa pesquisa, esta etapa será feita por meio do nosso produto educacional, um Itinerário.

A segunda etapa, denominada análise comparativa dos conhecimentos dos docentes, é aquela em que, segundo Valente (2018, p. 381), fazemos uma nova seleção de informações, dessa vez buscando “pela separação daquelas informações sobre experiências docentes que se mostram convergentes do ponto de vista da orientação para o trabalho do professor.”

Para esta etapa, ainda utilizaremos o Itinerário, primeiro como forma de separar às informações sobre às orientações para professores em relação ao tema escolhido, em cada manual, conforme a primeira etapa (recompilação de experiências docentes), e em seguida faremos uma análise comparativa, buscando convergências e divergências entre elas.

A terceira etapa é a sistematização e o uso dos conhecimentos como saberes, sendo a etapa final, definida por Valente (2018, p. 381), para transformar o conhecimento em saberes docentes.

Sistematização e análise de uso são procedimentos realizados concomitantemente. Assim, cabe ao pesquisador ou grupo de pesquisadores, organizar a partir da etapa anterior, uma assepsia de elementos subjetivos e conjunturais dos consensos pedagógicos, de modo a que os conhecimentos possam ser vistos com caráter passível de generalização e de uso, isto é, como saber.

Essa última etapa será realizada após a aplicação do Itinerário. Teremos um momento de socialização e discussão, quando as participantes apresentarão suas conclusões após as análises feitas nas etapas anteriores. Iremos buscar aqui as ideias apresentadas que são aceitas na comunidade acadêmica, para além de opiniões pessoais; as concepções gerais, cientificamente baseadas, que serão caracterizadas como os saberes docentes (Valente, 2018), relacionados ao conteúdo de multiplicação.

Por fim, analisando os elementos da *matemática do ensino* (Valente, 2020), descritos no tópico anterior e usando às três etapas aqui citadas para selecionar e interpretar informações

(Valente, 2018), construiremos a *matemática do ensino* através da análise dos manuais selecionados, que serão apresentados a seguir.

3.3 Apresentação dos manuais

Os manuais pedagógicos são uma ótima fonte de pesquisa para observar as práticas de ensino de outras épocas, pois, muitas vezes, trazem consigo elementos de sua época, permitindo uma análise para além do seu conteúdo escrito (Maciel, 2019; Valente, 2013). Choppin (2012, p.13) ratifica essa informação, indicando a profundidade dos manuais pedagógicos.

Os manuais representam para os historiadores uma fonte privilegiada, seja qual for o interesse por questões relativas à educação, à cultura ou às mentalidades, à linguagem às ciências... ou ainda à economia do livro, às técnicas de impressão ou à semiologia da imagem. O manual é, realmente, um objeto complexo dotado de múltiplas funções, a maioria, aliás, totalmente despercebidas aos olhos dos contemporâneos.

Ou seja, ao analisarmos um manual, podemos conseguir informações que vão além de instruções para o ensino de um determinado assunto. Muitas vezes, para interpretar da melhor forma as informações que eles contêm, faz-se necessário buscar compreender a época em que ele está inserido, aspectos políticos e sociais e até mesmo a crença dos autores. De acordo com Choppin (2012, p. 15)

Direcionando seu olhar aos manuais, o historiador pode, assim, observar, a longo prazo, a aparição e as transformações de uma noção científica, as inflexões de um método pedagógico ou as representações de um comportamento social; pode, igualmente, colocar sua atenção sobre às evoluções materiais (papel, formato, ilustração, paginação, tipografia, etc.) que caracterizam os livros destinados às classes.

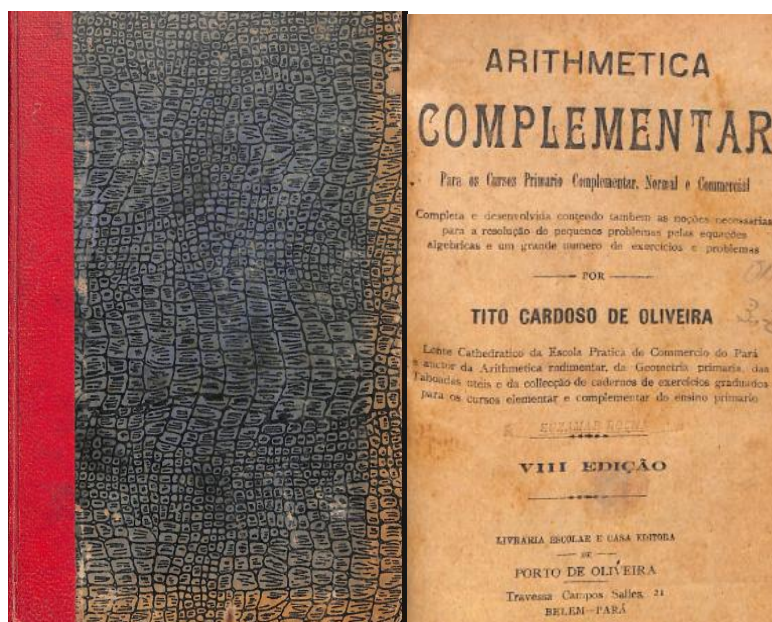
Portanto, levando em consideração que uma análise em manuais pode trazer consigo características de sua época e que cada época pode apresentar diferentes perspectivas em relação à educação, escolhemos três manuais, situados em tempos diferentes, para assim, ao fazer as análises, possamos buscar permanências e divergências em quanto à presença de noções algébricas no ensino de multiplicação.

Além de ser um tema usual nos manuais que trabalham aspectos algébricos, Maciel (2019), em sua tese, caracterizou uma *aritmética para ensinar* em temas de ensino intuitivo, analisando o conteúdo de multiplicação.

Os manuais pedagógicos escolhidos com a finalidade de caracterizarmos uma álgebra do ensino foram o *Arithmetica Complementar*, de Tito Cardoso de Oliveira, publicado na década de 1910; o *Matemática – 1º ano*, de Cecil Thiré e Mello e Souza, publicada em 1934 e o *Curso Completo de Matemática Moderna para o Ensino Primário*, Vol.1, de Tosca Ferreira e Henriqueta de Carvalho, publicado na década de 1960. A presença de aspectos algébricos no ensino de multiplicação e também as indicações dos autores ao uso dos professores nos fizeram elencá-los como fonte de pesquisa histórica neste trabalho.

3.3.1 *Arithmetica Complementar* - Tito Cardoso de Oliveira - Década de 1920

Figura 1 - Capa do manual pedagógico *Arithmetica Complementar*



Fonte: Oliveira (191x), capa

O primeiro manual escolhido (Figura 1), intitulado *Arithmetica Complementar*, de autoria de Tito Cardoso de Oliveira, era destinado ao ensino primário complementar, normal e comercial. Foi publicado pela Livraria Escolar e Casa Editora em Belém, Pará. De acordo com Machado (2018), Tito nasceu na Bahia, mas se estabeleceu em Belém do Pará, local onde publicou obras destinadas ao ensino primário e também onde trabalhou como educador em diversas escolas. O autor atuou como lente catedrático da Escola Prática de Comércio do Pará e foi inspetor de ensino municipal, sendo considerado a “maior figura escolar da matemática”, durante a época em que foi atuante no estado (Machado, 2018; Zuin, 2020).

Trabalhos de autores, como o de Rocha (2021) e Machado (2018), que analisaram obras de Tito Cardoso, apontam que o autor procurava facilitar a resolução de problemas, buscando um caráter mais prático em suas abordagens para o ensino da matemática. Essa observação parece estar de acordo com o Programa de Ensino, que estava em vigor no Pará na época, onde era estipulado utilizar o ensino intuitivo (Zuin, 2020).

A capa do manual não traz nenhuma escrita, provavelmente por ter sido restaurada. Já na contracapa há o título com os níveis de ensino aos quais ele é destinado, em seguida um parágrafo, descrevendo a obra como completa, e com noções que tornam possível o uso de equações algébricas para resolver pequenos problemas (Oliveira, s.d.). Além disso, tem-se ainda o nome do autor com uma breve descrição, citando outras obras feitas por ele, bem como seu posto de “Lente Catedrático” na Escola Prática de Comércio do Pará. Há, ainda, a indicação de que esta era a 8.^a edição do livro produzido pela Livraria Escolar e Casa Editora Porto de Oliveira, em Belém, no Pará.

O manual não possui a data de publicação explícita, mas traz nele o prefácio da 4.^a edição, de 1919, então estima-se que ele seja da década de 1920. No prefácio, Oliveira (s.d.) indica que este manual foi adaptado para contemplar noções que permitiriam resolver problemas com equações algébricas, mas sem, de fato, citar a álgebra, alegando que isso seria um benéfico para o desenvolvimento da inteligência da criança.

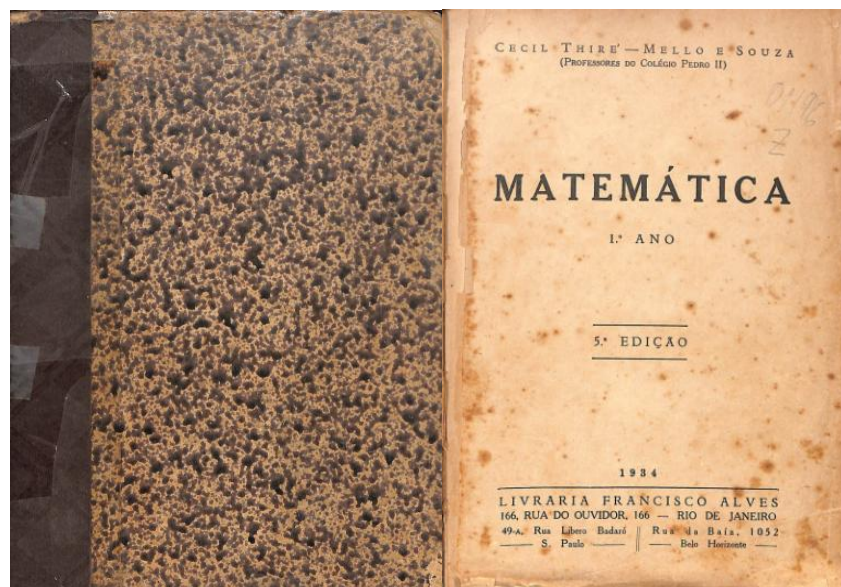
Há também um índice, que se encontra nas páginas finais do manual. Nele mostram-se quais os conteúdos trabalhados, começando por numeração, escrita e leitura de números, passando pela numeração romana e pela explicação do uso da letra x. Entra-se então nas quatro operações básicas, soma, subtração, multiplicação e divisão. O manual ainda continua trazendo conteúdos como divisibilidade, frações, radiciação, sistema métrico, etc.

A obra está disponível no Repositório de Conteúdo Digital (RCD) do Ghemat Brasil no formato PDF e com livre acesso a qualquer interessado⁴.

3.3.2 Matemática – 1.º ano - Cecil Thiré e Mello e Souza – 1934

Figura 2 – Capa do manual didático *Matemática – 1.º ano*

⁴ Acesso ao manual 1: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/163573>



Fonte: Thiré, Mello e Souza (1934), capa

O segundo manual escolhido foi o dos autores Cecil Thiré e Mello e Souza, intitulado *Matemática – 1.º ano*, de 1934, sendo esta a 5.^a edição, publicado pela Livraria Francisco Alves, no Rio de Janeiro, São Paulo e Belo Horizonte. Cecil Thiré nasceu em Minas Gerais, era filho do engenheiro e professor Arthur Thiré e tornou-se professor no Colégio Dom Pedro II, instituição referência em educação no Brasil (Guindo, 2018). Já Mello e Souza diz respeito ao professor, matemático e escritor Julio Cesar de Mello e Souza.

O manual escolhido foi publicado após a Reforma Francisco Campos, muito influenciada pelas ideias do movimento da Escola Nova, que estavam em alta na época (Souza, 2012). Essa reforma, implementada pelo então Ministro da Educação Francisco Campos, foi o que unificou e organizou a matemática na década de 1930, portanto, álgebra, aritmética e geometria não eram mais ensinadas como disciplinas diferentes e, sim, como uma matemática (Guindo, 2018; Souza, 2012). Tanto Cecil Thiré quanto Mello e Souza tiveram muitas obras utilizadas e aceitas na educação após a Reforma Francisco Campos, no início da década de 1930.

Neste período mesmo período, é interessante destacar as contendas entre Cecil Thiré e Jácomo Stávale, discutidas por Valente (2003). De acordo com o autor, a Reforma Francisco Campos defendia a integração entre aritmética, álgebra e geometria, na disciplina “Matemática”. Segundo resultado da análise feita por Valente (2003, p.152) “os protagonistas da discussão foram os professores Júlio César de Mello e Souza (1895–1974) e Jácomo Stávale (1881– 1956)”, os quais tentavam compreender como “o cotidiano escolar brasileiro apropriou-se da primeira proposta de internacionalização do ensino de Matemática, surgida há mais de vinte anos antes da polêmica”. Julio César de Mello e Souza, que usava o

pseudônimo de Malba Tahan, condenou publicamente a *Arithmetica* de Stávale por falta de rigor matemático, e Stávale deu-lhe uma resposta do mesmo modo pública. No entanto, segundo Valente (2003), ambos rechaçavam a proposta de modernização do ensino de matemática, de fusão da *Arithmetica*, Geometria e Álgebra como única disciplina, pois defendiam o rigor. Prova disso foi o sucesso do manual que compôs esta pesquisa, de Thiré e Mello e Souza, que teve edições publicadas até o ano de 1941.

O manual escolhido é uma obra conjunta dos dois autores. A capa não contém informação alguma, na contracapa estão presentes o ano, o nome do livro e dos autores, bem como o fato de que trabalhavam como professores no colégio Pedro II e a livraria onde foi publicado.

Na página seguinte, os autores fazem uma dedicatória aos mestres Arthur Thiré e Eugenio B. Raja Gabaglia e, em seguida, um agradecimento aos autores Antenor Nascentes, Escragnolle Doria, J.B. Mello e Souza e Leonel Franca S. J. pela escrita de artigos contribuintes para o livro (Thiré; Mello e Souza, 1934). Nas páginas posteriores, os autores apresentam dois prefácios, da 1.^a e da 2.^a edição. No primeiro deles, eles relatam que a matemática não era vista com bons olhos pelos alunos e que o professor, muitas das vezes, contribuía para essa visão.

Além disso, Thiré e Mello e Souza (1934) também criticavam o excesso de processos que eram ensinados aos alunos para resolver exercícios bem como a grande ânsia por ensiná-los a demonstrar teoremas como forma de exercitar o raciocínio, certamente se tratava ainda de uma das querelas da contenda entre ele e Stávale. Portanto, os autores criaram o manual fazendo “um trabalho de feição moderna, acentuadamente prático e de leitura agradável ao aluno” (Thiré; Mello e Souza, 1934, p. XIII, [sic]), trazendo nele definições, conceitos e os conteúdos que julgaram necessários para formar a base dos estudantes para os anos posteriores.

Já o segundo prefácio, da 2.^a edição, contém apenas um breve relato dos autores sobre algumas ligeiras modificações que foram feitas para facilitar o ensino de matemática, dentre elas, a que mais se destacou em nossa análise foi a inserção das letras como forma de representar quantidades ainda nos primeiros capítulos com o intuito de “habilitar, desde logo, o aluno com o cálculo literal e iniciá-lo na generalização das diversas transformações elementares” (Thiré; Mello e Souza, 1934, p. XVI).

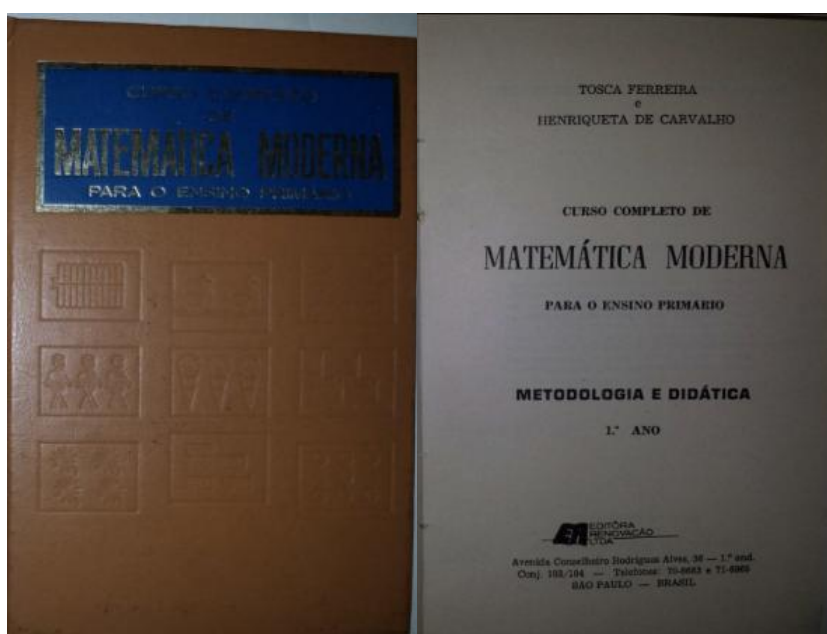
O manual não possui sumário, o que era bastante comum naquele tempo, mas tem um índice nas páginas finais elencando os conteúdos. O primeiro é a numeração, seguida das quatro operações, passando para máximo divisor comum, números primos, frações e

geometria. Além disso, traz também conteúdos como números complexos, áreas e volumes, gráficos e finaliza com a raiz quadrada.

Esta obra também está disponível no Repositório de Conteúdo Digital (RCD) do GHEMAT Brasil, com acesso livre⁵.

3.3.3 Curso completo de Matemática Moderna para o Ensino Primário, Vol.1 – Tosca Ferreira e Henriqueta de Carvalho – Década de 1960

Figura 3 – Manual Pedagógico Curso completo de Matemática Moderna para o Ensino Primário



Fonte: Repositório de Conteúdo Digital (RCD) do GHEMAT Brasil

O terceiro manual escolhido foi o *Curso completo de Matemática Moderna para o Ensino Primário*, Volume 1, das autoras Tosca Ferreira e Henriqueta de Carvalho, publicado pela editora Renovação Ltda., em São Paulo. Tosca Ferreira era professora do grupo escolar “Frei Antônio Santana Galvão”, além de supervisora do ensino da matemática e professora do curso de admissão do Educandário São José. Henriqueta de Carvalho era professora do grupo escolar “Julio Pestana”, supervisora do ensino da matemática no Educandário São José e no Colégio Rio Branco, além de ser membro do Grupo de Estudo do Ensino da Matemática (G. E. E. M). Ambas as autoras também eram Conferencistas de Cursos Intensivos de Matemática Moderna nos estados do Paraná, Minas Gerais e Santa Catarina.

O manual escolhido por nós foi elaborado em colaboração pelas duas autoras e faz parte de uma coleção de cinco volumes que visavam contemplar do 1.º ao 5.º ano do ensino

⁵ Acesso ao manual 2: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/161623>

primário. A capa é da cor marrom com alguns detalhes azuis e contém o título do livro com letras prateadas e figuras em alto relevo. A contracapa traz apenas o título. A página seguinte contém o nome das autoras, o título do livro, a editora e a série ao qual era destinado, o 1.º ano do ensino primário.

Em seguida, às autoras fazem uma dedicatória aos seus pais e um breve currículo mencionando suas ocupações. Prosseguindo, são apresentados textos, onde é citado que o manual foi feito para professores que gostariam de estar atualizados nos modelos de ensino, pois a necessidade de tornar a matemática interessante e significativa para os alunos exigiu que novas formas de ensinar matemática surgissem. Assim, esse manual auxiliaria os professores a ensinar a matemática de forma lógica, casando com as outras disciplinas e sendo envolvente para as crianças.

A introdução da obra comenta sobre a modernização do ensino da matemática nas escolas, incluindo no ensino primário. Depois as autoras trazem o que chamam de “Decálogo a ser seguido pelo professor” (Ferreira; Carvalho, s.d.), que são dez passos a serem seguidos pelos professores para o ensino da matemática. São citados aspectos como planejamento, dosagem de conteúdo, atividades para casa e o prazer da criança ao aprender.

O manual traz o índice nas páginas finais, indicando os conteúdos, começando com noções de conjuntos, noções de número, seguindo para a introdução das quatro operações e finalizando com geometria. Antes de mostrar as instruções sobre cada um dos conteúdos, elas os dividem entre os meses do ano, de forma que possam ser ensinados para os alunos ao longo de todo o 1.º ano do ensino primário.

Assim como os dois manuais anteriores, este também está disponível no Repositório de Conteúdo Digital (RCD) do GHEMAT Brasil, com acesso livre⁶. Ele é o volume 1 da coleção, no Repositório também estão disponíveis os demais volumes (do segundo ao quinto).

3.4 Aspectos teórico-metodológicos da matemática do ensino

Para executarmos nossa pesquisa e buscar as informações necessárias nos manuais escolhidos, tomamos como base *a anatomia da matemática do ensino*, detalhada por Valente (2020). Segundo o autor, investigar a *matemática do ensino* “envolve o estudo dos processos e dinâmicas de constituição dos saberes envolvidos na formação de professores e no ensino ministrado numa dada época” (Valente, 2020, p. 169).

⁶ Acesso ao manual 3: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/158565>.

Sendo assim, para analisar a multiplicação nos manuais pedagógicos, devemos observar a forma como a multiplicação é inserida e desenvolvida, ou seja, analisaremos como os professores são instruídos a ensinar o conteúdo, os caminhos sugeridos, as ferramentas que devem utilizar, o que devem ensinar etc. Valente (2020) indica que a época corrobora a produção dos saberes e, por consequência, os elementos que devem ser considerados, ao analisá-los.

O tempo escolar condiciona a produção desses saberes, pois a cultura escolar é regida por uma organização espaço-temporal a que as práticas pedagógicas se sujeitam como: níveis de ensino, graus, ano letivo, bimestres, hora-aula, avaliações, provas etc. Esses condicionantes mostram que para a produção de saberes no âmbito escolar e na formação há que serem considerados elementos como: significado, graduação, exercícios e problemas dentre outros estruturantes. Tais elementos se mostram como integrantes de uma anatomia da *matemática do ensino* (Valente, 2020, p. 170).

Portanto, para analisar a *matemática do ensino*, utilizaremos como base os elementos pontuados por Valente (2020), sendo eles: *significado, graduação, sequenciação e exercícios e problemas*.

Significado. “Considera-se *significado* o modo como o professor deverá se referir a um dado tema da *matemática do ensino*, de maneira a introduzi-lo em suas aulas, tendo em vista o inicial contato do aluno com um novo assunto.” (Valente, 2020, p. 170). Então buscaremos em cada época entender aspectos como a introdução da multiplicação, como ela é feita? Qual ideia busca incutir nos alunos em relação a ela? Ou ainda, como o professor a caracteriza?

Sequenciação. Apesar de Valente (2020) colocar esse elemento como uma parte da graduação, aqui, o colocamos de forma separada, pois isso nos permitirá uma melhor análise deste aspecto. A sequenciação vai buscar analisar a localização do tema escolhido (Valente, 2020), ou seja, onde a multiplicação se localiza? Entre quais conteúdos? Porque ela está nessa posição? Assim, podemos observar em que momento o conteúdo se apresenta em cada manual.

Graduação. “A graduação, neste caso, tem caráter mais restrito, tem-se um nível menos amplo de observação e não se confunde com a sequência” (Valente, 2020, p. 170). Então averiguaremos como a multiplicação se organiza, como é o seu avanço no manual, qual a relação ensino aprendizagem que podemos interpretar? Isso facilitará compreender melhor como o conteúdo de multiplicação caminha.

Exercícios e problemas. As análises desses elementos “remetem às respostas esperadas pelos professores relativamente ao que ensinaram ou enquanto ensinam” (Valente, 2020, p. 171). Nesse elemento, procuraremos o que os autores esperam que seus leitores compreendam, que tipo de exercícios são apresentados no conteúdo de multiplicação? Qual a finalidade deles? Este elemento é como um fechamento dos manuais, permitindo avaliar as finalidades de ensinar um conteúdo.

Seguindo esses critérios e analisando os elementos: *significado, sequenciação, graduação e exercícios e problemas*, podemos obter um caminho que nos permita observar a articulação entre a *matemática a ensinar* e a *matemática para ensinar*, obtendo assim a *matemática do ensino* (Valente, 2020).

Assim, visando instigar a percepção das estudantes sobre os elementos estruturantes da matemática do ensino, é que planejamos a construção de um Itinerário para auxiliar a análise de manuais pedagógicos⁷.

3.5 Apresentação do Itinerário

Após a escolha dos manuais e tomando como base às três etapas de interpretação de Valente (2018) e os elementos da *matemática do ensino* (Valente, 2020), começamos a abordar possibilidades para realizar as análises. Levando em consideração que os participantes desta pesquisa não teriam tempo para se apropriar de toda a teoria que foi apresentada e também a necessidade de elaborarmos um produto educacional, por se tratar de uma pesquisa de mestrado profissional, optamos elaborar um Itinerário para a análise de manuais pedagógicos, pois assim, teríamos um caminho a seguir em busca da *matemática do ensino* e, posteriormente, encontrar respostas para nossa questão de pesquisa.

Assim, tentamos estruturar um Itinerário que nos permitisse averiguar três pontos principais: identificação do manual, os elementos da *matemática do ensino* (Valente, 2020) e um consenso entre as informações obtidas.

A *identificação do manual* é necessária, pois ela pode conter “meios de desvelar os contextos institucionais, políticos, científicos, culturais, religiosos, pedagógicos, etc. de sua concepção, sua produção e seus usos” (Choppin, 2012, p. 15). Então, constatar aspectos como títulos, datas, autores e cidades podem auxiliar não apenas a localizar o manual no tempo, mas

⁷ Uma construção prévia dele foi apresentada no Seminário Internacional do Ghemat-Brasil em maio/2025 a fim de recebermos contribuições e, a partir desta apresentação, fomos convidadas a publicar na *Revista de História da Educação Matemática - Histemat* (Silva; Maciel, 2025).

também a captar detalhes, como crenças dos autores, documentos oficiais citados, assuntos abordados, caráter político, social ou cultural mencionados, etc. Ou seja, a identificação ajuda a entender como o manual e suas características se encaixam no seu tempo, bem como as tendências nas quais sua construção foi baseada.

Já *os elementos da matemática do ensino* (Valente, 2020), o segundo ponto, são relevantes para responder a questão de pesquisa. Sendo assim, buscaremos quatro elementos: significado, sequenciação, graduação e exercícios e problemas. Portanto, olharemos para o conteúdo de multiplicação e investigaremos em cada manual aspectos como a introdução do tema, sua localização no manual, quantas páginas são dedicadas a ele, o objetivo, se há imagens, concepções de ensino e aprendizagem, etc. Com às informações obtidas na identificação do manual e nos elementos da *matemática do ensino* (Valente, 2020), cumprimos a primeira etapa de interpretações de Valente (2018): recompilação de experiências docentes.

O terceiro ponto é *um consenso entre as informações obtidas*. Compararemos as informações obtidas sobre cada manual, a fim de estabelecer convergências e divergências entre elas. Em sendo assim, cumprimos a segunda etapa de interpretação de Valente (2018): análise comparativa dos conhecimentos dos docentes.

Portanto, objetivando fazer a coleta e a comparação de conhecimentos, criamos um produto educacional – Itinerário – para auxiliar pesquisadores na hora de fazer análises em manuais pedagógicos, transformando os conhecimentos ali observados em saberes objetivados (Valente, 2018).

Para que as participantes da pesquisa pudessem preenchê-lo, nós o dividimos em duas partes: a primeira destinada à coleta das informações e a segunda à comparação delas. A primeira parte foi dividida em cinco tópicos: informações gerais, informações na apresentação, informações sobre a distribuição dos assuntos, informações relacionadas ao significado, informações sobre a sequenciação, informações relativas à graduação e, por fim, informações sobre os exercícios e problemas (Silva; Maciel, 2025). Em cada um desses tópicos, colocamos as informações que as participantes devem retirar dos manuais.

- a) Informações gerais sobre o manual:** Tais informações geralmente estão presentes na capa, folhas de guarda, de rosto, orelhas e contracapa: título, subtítulo, autoria, informações sobre o autor (funções que desempenha, locais de trabalho, entre outras), público ao qual o manual se destina, editora, cidade de publicação, ano de publicação, imagens, descrição da materialidade/ou metadados acerca da materialidade, marcas

que pessoas que estiveram de posse dele deixaram ou mesmo nomes de livrarias por onde o livro circulou, entre outros elementos específicos que podem contribuir para identificar o manual.

- b) Informações na apresentação e/ou prefácio:** informações como autoria; autores de outros manuais; obras; concepções; crenças; propósitos; objetivos; conteúdos; conselhos; provocações; informações sobre o contexto histórico, político, social e cultural; vagas pedagógicas; teorias; leis; decretos; documentos oficiais; outras informações presentes.
- c) Informações referentes à distribuição de assuntos no manual:** se houver sumário, observar se a distribuição contempla o tema a ser observado, se o sumário é detalhado, se está ao final ou não, se há glossário, se o sumário explicita o conteúdo ou tema que se busca investigar, se a distribuição de temas é equilibrada com relação ao número de páginas destinadas a cada um deles. Se não houver sumário, relatar como os assuntos estão distribuídos nos manuais, entre outras informações pertinentes.
- d) Informações referente ao “significado”:** observar como o tema é introduzido e os elementos ou estratégias que o autor utiliza para isso; os significados atribuídos pelo autor para o assunto, tema ou conteúdo investigado; observar se há imagens que visam contribuir com a construção do significado, pois se espera que este leve a níveis de sistematização de um conceito.
- e) Informações referente à “sequenciação”:** verificar como e onde o tema, assunto ou conteúdo está ordenado; sua localização (o que vem antes e depois dele); se há justificativas para se posicionar naquela sequência; apresentar interpretações a partir da organização e ordenação de temas no manual, destacando elementos que contribuíram para estas.
- f) Informações referente à “graduação”:** interpretar concepções de ensino e de aprendizagem a partir das orientações do autor; interpretar a forma como um conjunto de conteúdos a serem ensinados avançam no manual e se encontram organizados, em um olhar mais amplo; apresentar considerações sobre a “marcha de ensino”, ou seja as escolhas do autor e suas ponderações quanto ao encadeamento dos conteúdos tratados naquele tema, entre outros aspectos que se referirem ao zelo do autor ao tratar daquele tema.
- g) Informações referente aos “exercícios e problemas”:** analisar o que o autor espera do leitor de seu manual a partir das informações nele presentes; verificar se há ou não algum indício dessa validação no manual; destacar os tipos de exercícios e/ou

problemas a partir do ensino do tema, assunto ou conteúdo que se deseja analisar (apresentação, classificação, organização, finalidades); entre outras.

Dessa maneira o Itinerário que entregamos às participantes foi este que a seguir:

ITINERÁRIO ENTREGUE ÀS PARTICIPANTES

1. Informações gerais sobre o manual, geralmente presentes na capa, folhas

de guarda, de rosto, orelhas e contracapa:

- a. Título e Subtítulo:
- b. Autoria:
- c. Informações sobre o autor (funções que desempenha, locais de trabalho, entre outras):
- d. Público ao qual o manual se destina:
- e. Editora:
- f. Cidade de publicação:
- g. Ano de publicação:
- h. Imagens:
- i. Descrição da materialidade/ou metadados acerca da materialidade (características materiais):
- j. Marcas que pessoas que estiveram de posse dele deixaram:
- k. Nomes de livrarias por onde o livro circulou
- l. Outros elementos específicos que possam contribuir para identificar o manual.

2. Informações na apresentação e/ou prefácio:

- a. Autoria:
- b. Autores citados de outros manuais:
- c. Obras citadas:
- d. Concepções:
- e. Crenças:
- f. Propósitos:
- g. Objetivos:
- h. Conteúdos:
- i. Conselhos:
- j. Provocações:
- k. Informações sobre o contexto histórico:

- l. Informações sobre o contexto histórico político:
- m. Informações sobre o contexto histórico social e cultural:
- n. Menciona-se a vaga pedagógica? Qual?
- o. Teorias implícitas:
- p. Leis, decretos ou documentos oficiais citados:
- q. Outras informações presentes:

3. Informações referentes à distribuição de assuntos no manual:

3.1. Se houver sumário:

- a. Distribuição dos temas
- b. O sumário é detalhado?
- c. Está ao final ou não?
- d. Há glossário?
- e. O sumário explicita o conteúdo ou tema que se busca investigar?
- f. A distribuição de temas é equilibrada com relação ao número de páginas destinadas a cada um deles?
- g. Outros assuntos a destacar:

3.2 Se não houver sumário:

- a. Relatar como os assuntos estão distribuídos nos manuais:
- b. Outras informações pertinentes:

TEMA ESCOLHIDO: _____

4. Informações referente ao “significado”:

- a. Tema, ou conteúdo investigado:
- b. Como o tema é introduzido? (Elementos ou estratégias que o autor utiliza para isso). Comente detalhadamente.
- c. Significados atribuídos pelo autor para o assunto, tema ou conteúdo investigado:
- d. Há imagens que visam contribuir com a construção do significado?
- e. O autor usa algum exemplo:
- f. Outras informações a serem destacadas:

5. Informações referente à “sequenciação”:

- a. Como e onde o tema, assunto ou conteúdo está ordenado?
- b. Sua localização (o que vem antes e depois dele?):
- c. Há justificativas para se posicionar naquela sequência? (apresente interpretações a partir da organização e ordenação do tema no manual, destacando elementos que contribuíram para estas):
- d. Outras informações pertinentes:

6. Informações referente à “graduação”:

- a. Interpretar concepções de ensino e de aprendizagem a partir das orientações do autor (qual a ideia de ensino e aprendizagem):
- b. Interpretar a forma como o tema ou assunto ou conteúdo a ser ensinado avança no manual:
- c. Como o tema ou assunto ou conteúdo se encontra organizado?
- d. Apresentar considerações sobre a “marcha de ensino”, ou seja, as escolhas do autor e suas ponderações quanto ao encadeamento do tema:
- e. Outros aspectos que se referirem ao zelo do autor ao tratar daquele tema:

7. Informações referente aos “exercícios e problemas”:

- a. Há exercícios e/ou problemas? Como se dá essa distribuição no tópico?
- b. Como os exercícios e/ou problemas são apresentados?
- c. Como os exercícios e/ou problemas são classificados? (os demais tópicos seguem esta classificação?)
- d. Como os exercícios e/ou problemas são organizados? (os demais tópicos seguem esta organização?)
- e. Quais são as finalidades dos exercícios e/ou problemas identificados? Ou seja, qual o objetivo do autor com esses exercícios e/ou problemas na sua opinião? Isso fica explícito no texto?
- f. O que o autor espera validar com os exercícios e/ou problemas propostos?

Uma vez preenchidas essas informações, a segunda parte trata da as participantes comparação entre as informações que retiraram. De posse das semelhanças e das diferenças entre cada um dos cinco tópicos anteriores, espera-se que seja possível observar as alterações

e as permanências no ensino da multiplicação em de cada manual. O Itinerário, na sua forma final para publicação, consta do ao final da dissertação (Apêndice A).

Na próxima seção, descreveremos como transcorreu o desenvolvimento de nossa pesquisa no curso de Pedagogia.

3.6 Planejamento e aplicação

Para o desenvolvimento de nossa pesquisa com as futuras professoras, pensamos inicialmente em cinco encontros presenciais, quatro para o preenchimento do itinerário e um para discussão e socialização. Então, foi enviado para discentes de Pedagogia, via e-mail, um formulário para que os interessados pudessem preencher e, assim, organizarmos os encontros. Porém, como a adesão ao formulário foi baixa (apenas dois estudantes responderam), optamos por falar pessoalmente com os estudantes sobre a pesquisa e entender qual o motivo da falta de respostas.

Observamos que o maior empecilho foi o tempo. A maioria dos estudantes não conseguiria ir em cinco encontros presenciais fora dos horários de aula e, mesmo entre os que poderiam ir algum dia, não foi possível estabelecer uma data em comum. Outros fatores foram, por exemplo, o excesso de atividades no fim do semestre ou a não necessidade de horas de AEC.

Portanto, para atrair participantes oferecemos uma alternativa. Criamos uma sala no *Google Classroom*,⁸ onde disponibilizamos o Itinerário e também os manuais escolhidos e propusemos que a parte de coleta e da comparação de informações fosse feita de forma remota, desse modo cada participante teria liberdade para fazê-los nos horários em que lhes fosse propício. E, por isso, teríamos apenas um encontro presencial, para a discussão e socialização. Essa forma pareceu melhor para os participantes. Deixamos, então, o e-mail e o contato de telefone para que aqueles que quisessem participar entrassem em contato. Permitimos também que o Itinerário fosse preenchido individualmente, em duplas ou trios.

Assim, formaram-se dois trios, duas professoras que inicialmente se inscreveram não puderam ficar alegando o excesso de trabalho na rede pública municipal. Quando entraram

⁸ Nesta plataforma, denominada *Google Classroom*, ou *Google Sala de Aula*, criamos uma sala de aula virtual, na qual professores e estudantes interagem de forma assíncrona por meio do compartilhamento de conteúdo, realização de atividades, devolutivas e comunicação. A plataforma facilita a organização do ensino, permitindo que os recursos didáticos e as propostas de aprendizagem permaneçam acessíveis de forma estruturada ao longo da disciplina.

em contato, criamos um grupo de WhatsApp⁹ para facilitar a comunicação e disponibilizamos o *link* da sala no Classroom. Comunicamos também as participantes que, caso surgissem qualquer dúvida, poderiam entrar em contato, fosse por e-mail ou telefone e nos disponibilizamos para chamadas via Google Meet, se necessárias.

Pedimos que as participantes enviassem, via Classroom, um Itinerário, a elas encaminhado, preenchido para cada manual e também que assinassem o termo de compromisso, permitindo-nos mostrar suas respostas em nossa pesquisa.

Após uma semana, com os itinerários preenchidos e enviados, marcamos uma reunião de forma presencial para termos um momento de discussão e socialização, quando os discentes expressaram suas opiniões acerca do Itinerário e das análises.

Nessa reunião, oferecemos um momento para discussão, em que abordamos os tópicos dos manuais bem como a percepção que as participantes tiveram sobre eles e também sobre o itinerário.

Embora inicialmente seis estudantes se dispuseram a contribuir para a pesquisa, apenas três conseguiram participar. Elas formaram um trio e analisaram em conjunto os manuais escolhidos.

A primeira participante, denominada A1, tem 39 anos, cursava o 4.º período, e além de estudar era do lar, e Pedagogia era a sua segunda graduação. A segunda participante, A2, tinha 26 anos, estava no 6.º período, se dedicava apenas à faculdade e estava em sua primeira graduação. Já a terceira participante, A3, tinha 20 anos, cursava o 4.º período, dedicava-se exclusivamente ao estudo e estava em sua primeira graduação.

Portanto no próximo tópico, e para as análises do próximo capítulo, contaremos com as respostas de apenas um trio de participantes.

3.7 Respostas das participantes aos itinerários

A seguir, apresentaremos os itinerários entregues e as respostas das participantes a cada um dos manuais, que denominamos Itinerário para o manual 1, Itinerário para o manual 2 e Itinerário para o manual 3. Elas formaram um trio e enviaram as respostas em conjunto, ou seja, o trio analisou cada um dos manuais e preencheu o itinerário.

⁹ WhatsApp é nome de outra plataforma de comunicação e interação síncrona e assíncrona, em que nela é possível enviar fotos, áudios, textos e conversar por vídeo, inclusive com membros de um mesmo grupo, como chamada compartilhada de vídeo.

ITINERÁRIO PARA O MANUAL 1 - ARITHMETICA COMPLEMENTAR

1. Informações gerais sobre o manual, geralmente presentes na capa, folhas de guarda, de rosto, orelhas e contracapa:

- a. Título e Subtítulo: *Aritmética Complementar*
- b. Autoria: *Tito Cardoso de Oliveira*
- c. Informações sobre o autor (funções que desempenha, locais de trabalho, entre outras): *Foi lente Catedrático da Escola Prática de Comercio do Pará e professor titular dessa instituição, que era uma escola de formação técnica e comercial*
- d. Público ao qual o manual se destina: *Para cursos primários, complementar, normal e comercial*
- e. Editora: *Livraria Escolar e Casa Editora de Porto de Oliveira*
- f. Cidade de publicação: *Belém*
- g. Ano de publicação: *1919*
- h. Imagens: *tem imagens e ilustrações na parte de medidas*
- i. Descrição da materialidade/ou metadados acerca da materialidade (características materiais): *A capa tem textura que lembra couro com padrão geométrico (semelhante a escamas) ou relevo. O livro foi impresso e encadernado artesanalmente, com marcas evidentes de uso escolar e do tempo. Sua materialidade física (capa texturizada, papel amarelado, tipografia antiga e estrutura de manual escolar) expressa tanto o valor histórico quanto o papel pedagógico da obra no ensino da matemática no início do século XX.*
- j. Marcas que pessoas que estiveram de posse dele deixaram: *Sim, tem marcas de manuseio com anotações leves, sublinhado e realces com lápis de cor vermelho e rosa e preto.*
- k. Nomes de livrarias por onde o livro circulou: *Não consegui identificar*
- l. Outros elementos específicos que possam contribuir para identificar o manual. *O fato de haver uma oitava edição sugere aceitação e circulação nacional. A tipografia e ortografia identificam a data*

2. Informações na apresentação e/ou prefácio:

- a. Autoria: *Do próprio autor Tito Cardoso de Oliveira*
- b. Autores citados de outros manuais: *Não conseguimos identificar*

- c. Obras citadas: *Não conseguimos identificar*
- d. Concepções: *Não conseguimos identificar*
- e. Crenças: *Não conseguimos identificar*
- f. Propósitos: *Não conseguimos identificar*
- g. Objetivos: *Não conseguimos identificar*
- h. Conteúdos: *Arithmetica Complementar, questões práticas, equações algébricas e problemas especiais. Tópicos iniciais: Grandezas, Unidade, Numeração Falada, Numeração Escrita, Número, Fração, Número Misto, etc.*
- i. Conselhos: Implícito (no Prefácio): *O autor aconselha o uso dos exercícios práticos e questões de exame para auxiliar no ensino.*
- j. Provocações: *Crítica à superficialidade do ensino primário existente, já que a obra se propõe a "complementar e aprofundar".*
- k. Informações sobre o contexto histórico: *Nenhuma informação*
- l. Informações sobre o contexto histórico político: *Nenhuma informação*
- m. Informações sobre o contexto histórico social e cultural: *O livro se destina a um público de curso primário, normal e commercial. A menção a "collegios" e "Escolas Normaes" indica uma sociedade com diferentes níveis de ensino e a profissionalização de professores.*
- n. Menciona-se a vaga pedagógica? Qual? *Nenhuma menção explícita*
- o. Teorias implícitas: *Associacionismo / Tradicional: O método parece ser focado na repetição, na memorização e na resolução de problemas específicos, característicos do ensino tradicional da época.*
- p. Leis, decretos ou documentos oficiais citados: *Nenhuma citação explícita de leis ou decretos.*
- q. Outras informações presentes: *Nenhuma informação.*

3. Informações referentes à distribuição de assuntos no manual:

- a. Se houver sumário: *Sim, no final do livro.*
- b. Distribuição dos temas: *Sim, os temas estão distribuídos ao longo do sumário.*
- c. O sumário é detalhado? *Sim, ele é detalhado, apesar do seu roteiro "não aplicável".*
- d. Está ao final ou não? *Sim, está no final.*

- e. Há glossário? *Não aparece nenhum glossário.*
- f. O sumário explicita o conteúdo ou tema que se busca investigar? *Sim.*
- g. A distribuição de temas é equilibrada com relação ao número de páginas destinadas a cada um deles? *A distribuição não é equilibrada: certos conteúdos ocupam porções muito maiores do manual.*
- h. Outros assuntos a destacar: *O fato de o sumário estar ao final reforça a prática editorial antiga*

3.2 Se não houver sumário:

- a. Relatar como os assuntos estão distribuídos nos manuais: *não respondida*
- b. Outras informações pertinentes: *a distribuição não é equilibrada: certos conteúdos ocupam porções muito maiores do manual*

4. Informações referente ao “significado”:

- a. Tema, ou conteúdo investigado: *Multiplificação*
- b. Como o tema é introduzido? (Elementos ou estratégias que o autor utiliza para isso). Comente detalhadamente. *O tema é introduzido de forma formal e conceitual. O autor começa definindo a operação como uma adição de parcelas iguais. Em seguida, define os elementos da operação: multiplicando (o número que se repete), multiplicador (o número de vezes que se repete) e produto (o resultado).*
- c. Significados atribuídos pelo autor para o assunto, tema ou conteúdo investigado: *A multiplicação é a operação que tem por fim repetir um número tantas vezes quantas contêm as unidades de outro".*
- d. Há imagens que visam contribuir com a construção do significado? *Sim, mas são tabelas: A principal ferramenta visual é a TABOADA DE PITÁGORAS*
- e. O autor usa algum exemplo: *Sim, usa exemplos numéricos e verbais.*
- f. Outras informações a serem destacadas: *Divisão entre as partes: Prova dos Nove*

5. Informações referente à “sequenciação”:

- a. Como e onde o tema, assunto ou conteúdo está ordenado? *O conteúdo do manual é ordenado de forma sistemática, lógica e hierárquica, típica dos manuais de Aritmética tradicional, focando primeiro nas operações fundamentais e depois nas regras de cálculo e simplificação.*
- b. Sua localização (o que vem antes e depois dele?): *Antes a subtração depois o conceito da Multiplificação*

- c. Há justificativas para se posicionar naquela sequência? (apresente interpretações a partir da organização e ordenação do tema no manual, destacando elementos que contribuíram para estas): *Sim, a justificativa é puramente didática e operacional*
- d. Outras informações pertinentes: *O manual alterna regras formais com seções como "Problemas(?)", "Exercícios" e "Mental"*

6. Informações referente à “graduação”:

- a. Interpretar concepções de ensino e de aprendizagem a partir das orientações do autor (qual a ideia de ensino e aprendizagem): *Tradicional, dedutiva.*
- b. Interpretar a forma como o tema ou assunto ou conteúdo a ser ensinado avança no manual: *O conteúdo avança de forma linear e hierárquica, da definição abstrata para a aplicação complexa*
- c. Como o tema ou assunto ou conteúdo se encontra organizado? *O tema está organizado em uma estrutura rígida, marcada por títulos e subtítulos formais*
- d. Apresentar considerações sobre a “marcha de ensino”, ou seja, as escolhas do autor e suas ponderações quanto ao encadeamento do tema: *É estritamente dedutiva e focada na eficiência do cálculo.*
- e. Outros aspectos que se referirem ao zelo do autor ao tratar daquele tema: *Dedicação de uma seção completa à Prova dos Nove.*

7. Informações referente aos “exercícios e problemas”:

- a. Há exercícios e/ou problemas? Como se dá essa distribuição no tópico? *A distribuição é rigorosa e sistemática, seguindo um padrão dedutivo*
- b. Como os exercícios e/ou problemas são apresentados? *São apresentados de forma algorítmica.*
- c. Como os exercícios e/ou problemas são classificados? (os demais tópicos seguem esta classificação?) *São apresentados em forma de enunciados textuais.*
- d. Como os exercícios e/ou problemas são organizados? (os demais tópicos seguem esta organização?) *Os exercícios e problemas são classificados pela natureza da operação ou da aplicação da regra*
- e. Quais são as finalidades dos exercícios e/ou problemas identificados? Ou seja, qual o objetivo do autor com esses exercícios e/ou problemas na sua opinião? Isso fica explícito no texto? A finalidade não é totalmente explícita no texto.
- f. O que o autor espera validar com os exercícios e/ou problemas propostos? *Que o método ensinado (as REGRAS e CASOS) é eficiente e leva ao resultado correto. Que o aluno dominou a técnica de cálculo e é capaz de aplicá-la sem erros, como verificado pela*

Prova dos Nove. Que o aluno consegue traduzir um enunciado textual em uma expressão aritmética ou algébrica e resolvê-la com sucesso.

ITINERÁRIO PARA O MANUAL 2 – MATEMÁTICA 1.º ANO

1. **Informações gerais sobre o manual, geralmente presentes na capa, folhas de guarda, de rosto, orelhas e contracapa:**
 - a. Título e Subtítulo: *Matemática 1.º Ano*
 - b. Autoria: *Cecil Thiré e Mello Souza*
 - c. Informações sobre o autor (funções que desempenha, locais de trabalho, entre outras): *O seu local de trabalho é na escola, onde, na obra, apresentam novas formas de trabalhar a matemática*
 - d. Público ao qual o manual se destina: *Os autores informam que este livro é dedicado aos professores, para ensinarem aos seus alunos a matemática de uma forma que eles se interessem. E a alguns autores, para justificar alguns capítulos em que foram citados.*
 - e. Editora: *Livraria Francisco Alves*
 - f. Cidade de publicação: *Rio de Janeiro*
 - g. Ano de publicação: *1934*
 - h. Imagens: *As imagens representam as formas, fórmulas e fotografias de alguns gênios da matemática.*
 - i. Descrição da materialidade/ou metadados acerca da materialidade (características materiais): *Os materiais são bem descritivos, buscando ilustrar e explicar a ordem dos números, retas, formas.*
 - j. Marcas que pessoas que estiveram de posse dele deixaram: *As marcações presentes são da execução dos exemplos dados pelos autores. Acredito que seja para um melhor entendimento e para fazer a fixação do conteúdo, então as pessoas fizeram anotações de números nas retas, preencheram tabelas, contas e etc.*
 - k. Nomes de livrarias por onde o livro circulou: *Não respondida.*
 - l. Outros elementos específicos que possam contribuir para identificar o manual: *Não respondida.*

2. **Informações na apresentação e/ou prefácio:**
 - a. Autoria: *Cecil Thiré e Mello E Souza*
 - b. Autores citados de outros manuais: *Euclides Roxo*

- c. Obras citadas: *A obra faz várias referências a autores da História da Matemática*
- d. Concepções: *Defende uma concepção que equilibra ou adequa o rigor da Matemática acadêmica com a Matemática ensinada na escola, evitando o excesso de rigor no primeiro ano ginasial. Defende a fusão entre os diferentes ramos da matemática escolar (Aritmética, Geometria e Álgebra).*
- e. Crenças: *Acreditam que os alunos do 1.º ano “não são anormais; não são incapazes de raciocinar”, refutando a suposição de incapacidade de raciocínio lógico em jovens estudantes. E que da forma certa elas aprendem sim.*
- f. Propósitos: *Produzir uma obra de feição moderna, acentuadamente prático e de leitura agradável ao aluno que facilita o entendimento do aluno no aprendizado da Matemática e oferecendo ao estudante do 1.º ano uma soma de conhecimentos, metódicos e exatos, que servirão de base para os estudos teóricos que serão feitos nos anos subsequentes.*
- g. Objetivos: *Apresentar os conteúdos de forma que o aluno adquira uma base sólida para estudos futuros.*
- h. Conteúdos: *a obra inclui: Aritmética com numeração, operações fundamentais, múltiplos, divisores, frações. Álgebra: introdução ao simbolismo algébrico, e Geometria intuitiva: noções fundamentais, figuras geométricas, operações fundamentais.*
- i. Conselhos: *Aconselham o uso de uma abordagem intuitiva no ensino de Geometria antes de introduzir o caráter lógico-dedutivo (que seria aprofundado a partir do 2º ano).*
- j. Provocações: *A obra pode conter críticas diretas ou indiretas a métodos de ensino ou manuais didáticos considerados ultrapassados, excludentes ou excessivamente rigorosos para a fase inicial do fundamental*
- k. Informações sobre o contexto histórico: *Um período de profundas reformas educacionais no Brasil.*
- l. Informações sobre o contexto histórico político: *Menciona indiretamente o contexto da Reforma Francisco Campos (iniciada em 1931).*
- m. Informações sobre o contexto histórico social e cultural: *A reforma marcou a unificação da Aritmética, Geometria e Álgebra em uma única disciplina no ensino fundamental.*
- n. Menciona-se a vaga pedagógica? Qual? *A da Escola Nova, por ir contra o ensino rigoroso da escola tradicional.*
- o. Teorias implícitas: *Abordagem Intuitiva; Praticidade e Aplicação e História da Matemática.*
- p. Leis, decretos ou documentos oficiais citados: *Não respondida.*
- q. Outras informações presentes: *Não respondida.*

3. Informações referentes à distribuição de assuntos no manual:

3.1. Se houver sumário:

- a. Distribuição dos temas: *Não respondida.*
- b. O sumário é detalhado? *Não respondida.*
- c. Está ao final ou não? *Não respondida.*
- d. Há glossário? *Sim*
- e. O sumário explicita o conteúdo ou tema que se busca investigar? *Sim*
- f. A distribuição de temas é equilibrada com relação ao número de páginas destinadas a cada um deles? *Nenhuma informação*
- g. Outros assuntos a destacar: *Não respondida.*

3.2. Se não houver sumário:

a. Relatar como os assuntos estão distribuídos nos manuais: *A distribuição dos temas ao final é feita de três formas; a primeira é o Índice dos autores em ordem alfabética; a segunda é das matérias em ordem alfabética, e a terceira é o índice da obra toda.*

b. Outras informações pertinentes: *Não há*

4. Informações referente ao “significado”:

- a. Tema, ou conteúdo investigado: *Multiplificação*
- b. Como o tema é introduzido? (Elementos ou estratégias que o autor utiliza para isso). Comente detalhadamente. *O tema é introduzido do básico para o complexo. Os autores vão fazendo a explicação da multiplicação por tópicos, onde cada um explica como funciona a função dela (multiplicação) nos produtos. Por exemplo: qual é o produto quando se tem 2 algoritmos ($5 \times 8 = 40$) sendo 5 e 8 os fatores e 40 o produto.*
- c. Significados atribuídos pelo autor para o assunto, tema ou conteúdo investigado: *O autor explica os sinais, o que fazer quando tem uma adição, subtração no meio da operação, como fazer a abreviação de um número grande e etc. Portanto, os autores têm o cuidado de mostrar só um método de resolução para cada problema.*
- d. Há imagens que visam contribuir com a construção do significado? *Sim, com o uso de uma imagem criada de bolinhas para se ter um melhor entendimento/representação de uma complexa equação de multiplicação. E uma tabela para explicar a multiplicação gráfica.*

- e. O autor usa algum exemplo: *Sim, a cada tópico que ele desenvolve a um exemplo de como montar a conta.*
- f. Outras informações a serem destacadas: *Não respondida.*

5. Informações referente à “sequenciação”:

- a. Como e onde o tema, assunto ou conteúdo está ordenado? *Não respondida.*
- b. Sua localização (o que vem antes e depois dele?): *Não respondida.*
- c. Há justificativas para se posicionar naquela sequência? (apresente interpretações a partir da organização e ordenação do tema no manual, destacando elementos que contribuíram para estas): *Nenhuma informação*
- d. Outras informações pertinentes: *Não respondida.*

6. Informações referente à “graduação”:

- a. Interpretar concepções de ensino e de aprendizagem a partir das orientações do autor (qual a ideia de ensino e aprendizagem): *A ideia do autor é aplicar o conteúdo da forma que ele é*
- b. Interpretar a forma como o tema ou assunto ou conteúdo a ser ensinado avança no manual: *Não respondida.*
- c. Como o tema ou assunto ou conteúdo se encontra organizado? *Não respondida.*
- d. Apresentar considerações sobre a “marcha de ensino”, ou seja, as escolhas do autor e suas ponderações quanto ao encadeamento do tema: *Não respondida.*
- e. Outros aspectos que se referirem ao zelo do autor ao tratar daquele tema: *Não respondida.*

7. Informações referente aos “exercícios e problemas”:

- a. Há exercícios e/ou problemas? Como se dá essa distribuição no tópico? *Sim, como eu havia dito antes, há exercícios em cada tópico apresentado no final ou antes da Leitura, onde é mostrado como ocorre a operação.*
- b. Como os exercícios e/ou problemas são apresentados? *Eles são apresentados para o entendimento do leitor com a explicação escrita, em seguida vem os números, e depois é aplicado no meio da explicação, e ao final.*
- c. Como os exercícios e/ou problemas são classificados? (os demais tópicos seguem esta classificação?) *Os exercícios são classificados de acordo com a “ordem matemática”,*

por exemplo, a numeração, adição, subtração, multiplicação e divisão, e vai se desenvolvendo nesse sentido.

- d. Como os exercícios e/ou problemas são organizados? (os demais tópicos seguem esta organização?) *Os exercícios vão sendo desenvolvidos de acordo com a sua complexidade, do mais 'fácil' ao mais difícil.*
- e. Quais são as finalidades dos exercícios e/ou problemas identificados? Ou seja, qual o objetivo do autor com esses exercícios e/ou problemas na sua opinião? Isso fica explícito no texto? *O objetivo é esclarecer as dúvidas e mostrar como montar o esquema das contas, e também facilitar o entendimento para as pessoas que estiverem em primeiro contato com aquele conteúdo.*
- f. O que o autor espera validar com os exercícios e/ou problemas propostos? *Eu acho que além dele mostrar o seu ponto de vista sobre o conteúdo, ao trazer os exemplos ele prova que o método adotado explicado por ele é executável.*

ITINERÁRIO PARA O MANUAL 3 – CURSO COMPLETO DE MATEMÁTICA MODERNA PARA O ENSINO PRIMÁRIO

- 1. Informações gerais sobre o manual, geralmente presentes na capa, folhas de guarda, de rosto, orelhas e contracapa:**
 - a. Título e Subtítulo: *Curso completo de matemática, não tem subtítulo*
 - b. Autoria: *Tosca Ferreira e Henrique de Carvalho*
 - c. Informações sobre o autor (funções que desempenha, locais de trabalho, entre outras): *não identificados, apenas Irene de Albuquerque*
 - d. Público ao qual o manual se destina: *Ensino primário*
 - e. Editora: *Editora Renovação LTDA*
 - f. Cidade de publicação: *São Paulo*
 - g. Ano de publicação: *Não identificado*
 - h. Imagens: *Tem imagens e representações visuais*
 - i. Descrição da materialidade/ou metadados acerca da materialidade (características materiais): *São divididos em três partes*
 - j. Marcas que pessoas que estiveram de posse dele deixaram: *Não tem marcações*
 - k. Nomes de livrarias por onde o livro circulou: *Não fornece*
 - l. Outros elementos específicos que possam contribuir para identificar o manual: *Ele aborda a matemática moderna e menciona o entrosamento da matemática com a língua, estudos sociais, saúde e ciência.*

2. Informações na apresentação e/ou prefácio:

- a. Autoria: *Não tem nos trechos*
- b. Autores citados de outros manuais: *Irene Albuquerque*
- c. Obras citadas: *Metodologia de matemática de Irene de Albuquerque*
- d. Concepções: concepção de matemática: *A matemática é ligada ao concreto*
concepção de ensino: *Deve ser progressivo*
- e. Crenças: *O aprendizado deve envolver o uso de materiais didáticos visuais e a manipulação de conjuntos*
- f. Propósitos: *Apresentar as multiplicações de uma forma mais rápido*
- g. Objetivos: *Compreender a multiplicação e a sua divisão*
- h. Conteúdos: *Compreender a multiplicação e sua divisão, entender a noção de dobro e sua metade, aplicar as operações em situações matemáticas envolvendo problemas*
- i. Conselhos: *Metodológico e prático*
- j. Provocações: *Sair do método tradicional*
- k. Informações sobre o contexto histórico: *Não faz menção*
- l. Informações sobre o contexto histórico político: *Não faz menção*
- m. Informações sobre o contexto histórico social e cultural: *Não há menção*
- n. Menciona-se a vaga pedagógica? Qual? *Sim, a matemática moderna*
- o. Teorias implícitas: *A forte utilização de conjuntos remete a teoria de conjuntos na base da matemática moderna*
- p. Leis, decretos ou documentos oficiais citados: *Nem uma lei ou decreto*
- q. Outras informações presentes: *Não respondida.*

3. Informações referentes à distribuição de assuntos no manual:

3.1. Se houver sumário: *Não há sumário*

- a. Distribuição dos temas? *Os temas são distribuídos em cinco pontos principais, conceitos básicos e derivados, aplicações, fixação e memorização*
- b. O sumário é detalhado? *A lista de tópicos é detalhada*
- c. Está ao final ou não? *Sim*

- d. Há glossário? *Não possui glossário*
- e. O sumário explicita o conteúdo ou tema que se busca investigar? *Não possui sumário*
- f. A distribuição de temas é equilibrada com relação ao número de páginas destinadas a cada um deles? *São sim*
- g. Outros assuntos a destacar: *Tem ênfase na interdisciplinaridade*

3.2 Se não houver sumário:

- a. Relatar como os assuntos estão distribuídos nos manuais: *São distribuídos em tópicos*
- b. Outras informações pertinentes: *Não*

4. Informações referente ao “significado”:

- a. Tema, ou conteúdo investigado: *Multiplificação*
- b. Como o tema é introduzido? (Elementos ou estratégias que o autor utiliza para isso). Comente detalhadamente: *O autor utiliza uma estratégia pedagógica que parte do concreto e da experiência do aluno.*
- c. Significados atribuídos pelo autor para o assunto, tema ou conteúdo investigado: *A multiplicação é definida como a operação que substitui e acelera o processo de somar o mesmo número várias vezes*
- d. Há imagens que visam contribuir com a construção do significado? *Sim*
- e. O autor usa algum exemplo: *Três grupos de duas casinhas*
- f. Outras informações a serem destacadas: *O Manual valoriza a propriedade comutativa da multiplicação*

5. Informações referente à “sequenciação”:

- a. Como e onde o tema, assunto ou conteúdo está ordenado? *Está ordenado em uma seção do manual que lida com as operações*
- b. Sua localização (o que vem antes e depois dele?): *Página 120, antes são fatores fundamentais de adição e subtração e depois divisão*
- c. Há justificativas para se posicionar naquela sequência? (apresente interpretações a partir da organização e ordenação do tema no manual, destacando elementos que contribuíram para estas): *Sim, pois a sequência adotada é pedagogicamente e*

hierarquicamente justificada e reflete a ordem lógica de complexidade das operações aritméticas.

- d. Outras informações pertinentes: *Essa ordenação maximiza o entendimento conceitual*

6. Informações referente à “graduação”:

- a. Interpretar concepções de ensino e de aprendizagem a partir das orientações do autor (qual a ideia de ensino e aprendizagem): *Que o ensino deve partir do concreto*
- b. Interpretar a forma como o tema ou assunto ou conteúdo a ser ensinado avança no manual: *É uma descoberta guiada*
- c. Como o tema ou assunto ou conteúdo se encontra organizado? *Está organizando em módulos interligados*
- d. Apresentar considerações sobre a “marcha de ensino”, ou seja, as escolhas do autor e suas ponderações quanto ao encadeamento do tema: *Esse tema é um modelo de graduação hierárquica e gradual*
- e. Outros aspectos que se referirem ao zelo do autor ao tratar daquele tema: *O zelo do autor se manifesta no esforço para garantir que o aluno compreenda o tópico de forma completa, não apenas operacional.*

7. Informações referente aos “exercícios e problemas”:

- a. Há exercícios e/ou problemas? Como se dá essa distribuição no tópico? *Sim, há exercícios e problemas distribuídos de forma sequencial e complementar ao longo do tópico*
- b. Como os exercícios e/ou problemas são apresentados? *São apresentados com o uso de imagens como por exemplo, flores, frutas, casinhas.*
- c. Como os exercícios e/ou problemas são classificados? (os demais tópicos seguem esta classificação?) *São classificados em três grupos principais, 1 exercícios conceituais, 2 exercícios de aplicação e 3 exercícios de fixação e fluência, e os demais tópicos seguem sim.*
- d. Como os exercícios e/ou problemas são organizados? (os demais tópicos seguem esta organização?) *Seguem uma lógica crescente de abstração e dificuldades e os demais tópicos seguem uma estrutura progressiva evidentemente*
- e. Quais são as finalidades dos exercícios e/ou problemas identificados? Ou seja, qual o objetivo do autor com esses exercícios e/ou problemas na sua opinião? Isso fica explícito no texto? *O objetivo do autor é a construção do sentido, treinamento de competência e desenvolvimento a fluência*

f. O que o autor espera validar com os exercícios e/ou problemas propostos? *O autor espera que os alunos consigam compreender as atividades, realizar operações, que o aluno consiga identificar e resolver o problema e que o aluno consiga memorizar os fatores básicos para se poder fazer um cálculo.*

Após os itinerários serem enviados pelas estudantes, fizemos uma reunião, de forma presencial, para discutirmos sobre o processo de aplicação e as observações delas. Assim, discorreremos no próximo tópico sobre os resultados obtidos.

4 ANÁLISE E RESULTADOS

A seguir, apresentaremos as análises e os resultados que obtivemos após o desenvolvimento do Itinerário com as discentes. Primeiro, as percepções iniciais delas acerca do instrumento proposto, depois a análise de cada manual separadamente, em que mostraremos o que as participantes foram capazes de responder, ao realizarmos a discussão das respostas, comparando-as e interpretando os resultados.

4.1 Percepções das participantes quanto ao Itinerário proposto

Nossas análises começaram pelas percepções do trio de participantes em relação ao Itinerário, denominadas de A1, A2 e A3, para preservar suas identidades. Elas enviaram a primeira parte do Itinerário, um para cada manual, e também a segunda parte, a comparação entre os três. No momento final, já tínhamos todos os itinerários respondidos, porém, para discussão e socialização, apenas duas delas estiveram presentes, A1 e A2, a terceira, A3, não pode comparecer.

A primeira coisa que perguntamos às participantes foi sobre a compreensão do Itinerário, se elas conseguiram preenchê-lo e entender o que era pedido. Ambas as participantes, A1 e A2, relataram que não houve dúvidas e conseguiram entender o que o ele estava solicitando. A participante A2, ainda, complementou, falando que o Itinerário as ajudou a conhecer melhor os manuais, como pode ser notado em sua fala a seguir:

Deu pra entender, e é uma forma também da gente conhecer o livro. Porque nós conhecemos o livro, soubemos o que falava, quais foram os autores, o ano de publicação, tudo respondendo esse itinerário. Se pegássemos um livro hoje em dia, eu creio que, sem o auxílio desse itinerário, seria impossível a gente ter essas informações.

A2, informação verbal, transcrição nossa

Já o participante A1 compartilhou ter tido dificuldade na parte do Itinerário onde solicitamos crenças, propósitos e objetivos, mas não em relação ao que era pedido e, sim, acerca dessa percepção, pois ela nunca tinha pensado que era possível olhar para estes aspectos

dentro de um manual.

Eu nunca tinha olhado por esse lado num livro, que dentro dele tinha tudo isso, nunca tinha prestado atenção nessas características.

A1, informação verbal, transcrição nossa

As falas das participantes permitiram observar que elas compreenderam que os manuais pedagógicos dispõem de uma vasta gama de informações que vão além de um conteúdo específico e orientações sobre eles. Lembra Choppin (2002) que os manuais trazem valores políticos, religiosos, morais e culturais referentes à sua época, ou seja, mais do que um simples conteúdo, eles vão defender ideias e pontos de vista de seus autores. Essas características, que muitas vezes passam despercebidas, fazem parte das informações solicitadas em nosso Itinerário, o que mostrou aas participantes novas perspectivas ao olhar para um manual pedagógico.

Além disso, coletar informações nos manuais com o auxílio do Itinerário deu-lhes mais segurança, tendo em vista serem futuras professoras. A discente A1 comentou

Até mesmo como profissional, quando a gente for executar já os nossos planos de aula, vamos ter essa autonomia de escolher o livro didático. Então, já tem essa análise [falando do itinerário que estava em mãos] que serve de referência.

A1, informação verbal, transcrição nossa

A participante A2 concordou com essa afirmação, pois, segundo ela, a partir de então elas não começariam suas práticas com uma lacuna, mas teriam um guia orientador para auxiliá-las nas análises. Essas falas vão ao encontro ao que defende Valente (2013) em relação à necessidade da História da Educação Matemática para professores que ensinam matemática. Ter contato com esse campo pode proporcionar “a alteração da relação que o professor de matemática tem com o passado profissional de seu ofício leva, assim, a uma mudança de qualidade de suas práticas na realidade presente” (Valente, 2013, p. 28).

Ou seja, conseguimos perceber que as participantes tiveram um olhar diferente para os manuais pedagógicos, após a participação delas nessa pesquisa. Depois de analisarem os manuais, com o auxílio do Itinerário, eles conseguiram observar quantas coisas poderiam ser descobertas e já pensaram em como isso iria auxiliá-las no futuro, não apenas durante a formação, mas também no decorrer de sua prática profissional.

A seguir, traremos as informações que as participantes retiraram de cada um dos manuais. Para melhor organização, analisaremos as respostas por seções, seguindo a ordem colocada no Itinerário:

1. *Informações gerais sobre o manual, geralmente presentes na capa, folhas de guarda, de rosto, orelhas e contracapa;*
2. *Informações na apresentação e/ou prefácio;*
3. *Informações referentes à distribuição de assuntos no manual;*
4. *Informações referente ao “significado”;*
5. *Informações referente à “sequenciação”;*
6. *Informações referente à “graduação”;*
7. *Informações referente aos “exercícios e problemas”;*

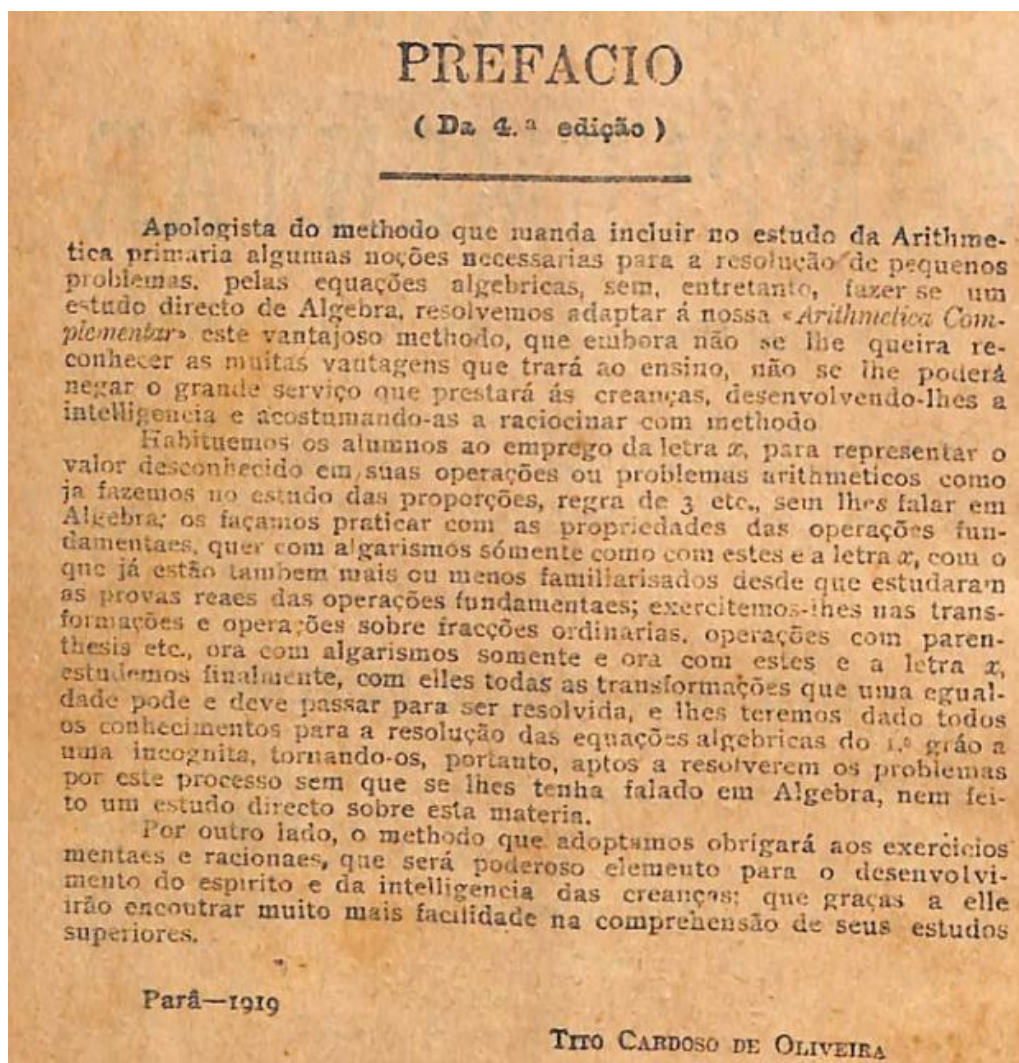
A seguir, passaremos às análises e aos resultados de cada um dos manuais.

4.2 O manual pedagógico de Tito Cardoso de Oliveira

O primeiro manual analisado foi o *Arithmetica Complementar*, do autor, Tito Cardoso de Oliveira da década de 1920.

No primeiro tópico, que buscou *informações gerais sobre o manual*, geralmente presentes na capa, folhas de guarda, de rosto, orelhas e contracapa, observamos que as alunas conseguiram identificar elementos como autor, título, cidade e editora. Elas também observaram marcas de uso como sublinhados e realces e descreveram detalhadamente aspectos como a capa e o papel amarelado, destacando o valor histórico. Houve um equívoco ao datar o manual, as participantes o colocaram como sendo de 1919, mas não há identificação de data do manual. Acreditamos que, ao lerem o prefácio, que é da quarta edição e datado de 1919, elas acreditaram que essa era a data do manual, mas perceberam, assim, que a data da primeira edição seria da década de 1920.

Figura 4 – Prefácio do manual de Tito Cardoso de Oliveira



Fonte: Oliveira (192-, p. 2)

No segundo tópico, *informações na apresentação e/ou prefácio*, as participantes elencaram conteúdos como “Arithmetica Complementar, questões práticas, equações algébricas e problemas especiais. Tópicos iniciais: Grandezas, Unidade, Numeração Falada, Numeração Escrita, Número, Fracção, Número Misto” (A1; A2; A3). Além disso, elas também observaram que o autor indica usar exercícios práticos com o método focado na repetição e memorização. Isto pode ser verificado a seguir:

- i. *Conselhos: Implícito (no Prefácio): O autor aconselha o uso dos exercícios práticos e questões de exame para auxiliar no ensino.*

(A1; A2; A3)

Ainda, as participantes interpretaram como teoria implícita que o manual utiliza um ensino tradicional. Mas elas inferiram também que o autor poderia estar fazendo uma “Crítica à superficialidade do ensino primário existente, já que a obra se propõe a complementar e aprofundar” (A1; A2; A3). Isto está de acordo com a descrição de Maciel (2019, p. 136), que afirma que “A Aritmética, de Tito de Oliveira, tinha características de uma aritmética tradicional, contudo com a diferença de trazer junto com os exemplos numéricos, exemplos com quantidades desconhecidas.” Ou seja, o autor tentava apresentar uma introdução à álgebra no ensino de multiplicação.

Em nossa análise do manual, conseguimos perceber que, nele há um prefácio, antes de iniciar os conteúdos, onde o autor cita seu objetivo: “incluir nos estudos de Arithmetica primaria algumas noções necessárias para resolver pequenos problemas, pelas equações algébricas, sem, entretanto, fazer se um uso directo da Algebra”, anunciando um “vantajoso methodo” [sic] (Oliveira, 191[?], p. 02). Isto pode ser verificado no manual, quando o autor afirma que “Habitueos os alumnos [sic] ao emprego da letra x para representar o valor desconhecido em suas operações ou problemas arithmeticos [sic] [...], sem lhes falar em Algebra” (Oliveira, 191-, p. 02)

Além disso, por ser o manual dedicado ao “Curso Primário seja Complementar, Normal ou Comercial”, e por Oliveira ser “Lente Cathedrático da Escola Pratica de Commercio do Pará”, isso era um indicativo, na nossa interpretação, de que ele buscava apresentar alternativas voltadas para práticas cotidianas, a serviço do comércio, como o novo “methodo” que apresentava visando resolver problemas. Lemos da Rocha (2021, p. 1), ao analisar este manual, chegou à conclusão de que se tratava de uma “álgebra para ensinar a resolver os problemas aritméticos”.

Com isso, mesmo fornecendo o glossário do que seria uma vaga pedagógica (Glossário – Ghemat), ainda assim as participantes não conseguiram identificar característica da vaga intuitiva, uma vez que seria necessário um aprofundamento maior sobre cada uma delas antes (ensino intuitivo, escola nova, movimento da matemática moderna, por exemplo). Assim como em relação à vaga pedagógica, questionar sobre as crenças e as concepções do autor, algo que não é uma informação explícita e que exige interpretação e embasamento teórico. Salientamos que estávamos cientes da possibilidade de essa situação acontecer, uma vez que propusemos a análise dos manuais às participantes sem nenhum contexto prévio, conforme o tempo disponibilizado para a intervenção. Deixamos claro também que, no momento de discussão, contextualizaríamos brevemente as vagas pedagógicas em que os manuais se encontravam, mas não nos aprofundaríamos muito no assunto, pois seria

necessário mais do que um momento de discussão para conseguirmos desenvolver toda uma análise acerca delas – assim, antes de fornecer um Itinerário para a análise, é preciso debater sobre as vagas pedagógicas e sobre as crenças e as concepções que se encontram imersas em cada uma delas.

Entramos então no terceiro tópico, *informações referentes à distribuição de assuntos no manual*. As participantes identificaram o sumário localizado nas páginas finais e indicaram não haver uma distribuição uniforme de conteúdos, pois alguns ocupavam uma parte maior, embora sem serem detalhados quais.

Em nossas análises, notamos aqui uma dedicação maior na hora de explicar as quatro operações básicas, e a seguir conteúdos menos explorados como radiciação e números complexos. Por outro lado, o manual traz conteúdos como descontos, comissões e regras de câmbio, como podemos observar na Figura 5, reforçando a busca por trabalhar aspectos matemáticos que visem às práticas cotidianas. Comunicamos às participantes que essas observações poderiam estar ligadas a um ensino mais intuitivo, conforme Oliveira e Pinheiro (2022), que apontam a necessidade da escola da época de preparar os alunos para resolver problemas cotidianos.

Figura 5 – Alguns conteúdos presentes no Manual 1

Juros compostos	241	Problemas	272
Problemas	242	Tabella de cambio	273
Regra de porcentagem	242	Conversão pela tabella	273
Pela regra de tres	243	Problemas	275
Problemas	243	Regra conjuncta	276
Pelas formulas	244	Problemas	278
Problemas	245	Problemas	278
Pelo methodo pratico	245	Regra de mistura	278
Problemas	246	Mistura arbitraria	279
Caso especial	246	Problemas	279
Problemas	247	Mistura determinada	280
Comissões	248	Problemas	281
Problemas	249	Problemas	282
Descontos	249	Regra de liga	283
Descontos por fóra	250	Problemas	283
Pelas proporções	250	Seguros	284
Problemas	251	Seguros marítimos e terrestres	285
Pelas formulas	251	Problemas	285
Problemas	253	Seguros especiais	286
Resolução pratica	253	Regra de falsa posição	287
Problemas	254	Problemas	288
Problemas	255	Regra de combinações	289
Desconto por dentro	257	Problemas	289
Problemas	259	Problemas	290
Regra de cambio	260		
Cambio directo	261		
Dinheiro inglez em dinh. brasilei- ro e vice-versa	262		

Fonte: Oliveira (192-, p. 309)

No quarto tópico, informações referentes ao “*significado*”, o foco das perguntas se volta para o conteúdo que foi escolhido para uma análise da *álgebra do ensino*, as noções algébricas no ensino de um tema aritmético, a multiplicação. O trio de participantes observou que o autor introduz o tema, utilizando a ideia de que a multiplicação é uma adição de parcelas iguais e, em seguida define o multiplicando, multiplicador e produto. Isto pode ser verificado a seguir:

O tema é introduzido de forma formal e conceitual. O autor começa definindo a operação como uma adição de parcelas iguais. Em seguida, define os elementos da operação: multiplicando (o número que se repete), multiplicador (o número de vezes que se repete) e produto (o resultado).

(Oliveira, 192-; A1; A2; A3)

Elas também perceberam o significado que o autor dá à multiplicação: “A multiplicação é a operação que tem por fim repetir um número tantas vezes quantas contêm as unidades de outro” (Oliveira, 192-, p.29).

Além das observações das participantes, notamos, em nossa análise, que o conteúdo de multiplicação é bastante extenso, pois o autor detalha algumas formas de facilitar as multiplicações em determinadas situações, como quando os números têm a presença do algarismo zero, como na Figura 6.

Figura 6 - Forma de “Simplificar” a Multiplicação

1.º CASO—Quando o multiplicador for a unidade seguida de zeros, isto é quando o multiplicador for 10, 100, 1000, etc., não se effectua a multiplicação e basta escrever á direita do multiplicando o mesmo numero de zeros contidos no multiplicador.

EXEMPLOS

$$48 \times 10 = 480 \quad 226 \times 100 = 22600 \quad 45 \times 1000 = 45000$$

EXERCICIOS

$$\begin{array}{lll} 72 \times 10 = ? & 84 \times 100 = ? & 152 \times 1000 = ? \\ 28 \times 10 = ? & 136 \times 100 = ? & 329 \times 1000 = ? \end{array}$$

2.º CASO—Quando um dos factores, ou mesmo ambos, terminarem por zeros, effectua-se a multiplicação dos demais algarismos e á direita do producto escrevem-se então os zeros.

EXEMPLOS

3600 24 — 144 72 — 86400	143 250 — 715 286 — 35750	4200 340 — 168 126 — 1428000
--	---	--

EXERCICIOS

$$\begin{array}{lll} 450 \times 23 = ? & 8363 \times 20 = ? & 35000 \times 160 = ? \\ 1680 \times 45 = ? & 952 \times 130 = ? & 26400 \times 300 = ? \end{array}$$

Fonte: Oliveira (192-, p. 35)

A Figura 6 permite observar que o autor deseja que intuitivamente o aluno consiga abstrair que na multiplicação por múltiplos de 10, basta juntar a quantidade de zeros do multiplicador ao multiplicando. Se o multiplicador é 100 e o multiplicando é 226, conforme o segundo exemplo da imagem, o produto será 22 600; se o multiplicador é 1000 e o multiplicando 45, o produto é 45 000, conforme o terceiro exemplo dado. Em seguida, o autor apresenta algoritmos da multiplicação em que um dos fatores multiplicando ou multiplicador tenham zeros, para mostrar que, quando isto acontecer, o aluno faz a multiplicação dos fatores, desprezando os zeros e acrescentando-os ao produto.

Além disso, no decorrer do tema multiplicação, as participantes conseguiram verificar um padrão que se repete durante as explicações dos conteúdos. Após apresentar um conceito, uma regra ou outro novo aspecto da multiplicação, o autor traz logo em seguida um exemplo e depois exercícios para os alunos. Em alguns casos, ele sugere problemas, “para o professor organizar outros semelhantes e exercitar os alunos” (Oliveira, 192-, p. 42). Tal observação está ligada a um elemento chamado *graduação ou marcha de ensino* que detalharemos um pouco mais no sexto tópico do Itinerário. Pela marcha de ensino, as noções algébricas seriam um ponto de partida para o ensino de multiplicação, pois com elas o aluno conseguiria resolver problemas de forma mais ágil.

No quinto tópico, *informações referentes a “sequenciação”*, o trio de participantes percebeu que a multiplicação se encontra após os conteúdos de adição e subtração e antes do conteúdo de divisão. Essa organização permite que o aluno domine o conceito de adição e, posteriormente, faça uso para realizar as multiplicações.

Retornando à graduação, sexto tópico, as participantes tiveram a percepção que “O conteúdo avança de forma linear e hierárquica, da definição abstrata para a aplicação complexa” (A1; A2; A3). Ou seja, no conteúdo de multiplicação, tem-se a explicação (normalmente a “regra”) de forma abstrata, seguida de exemplos e exercícios e por fim, problemas, caracterizando a marcha do ensino (Figura 7). Quem também observou uma estrutura semelhante foi Lemos da Rocha (2019), segundo a autora, “O ritmo é determinado pelos problemas aritméticos a serem resolvidos, sempre após a regra, exemplos e exercícios” (Rocha, 2019, p. 81).

Figura 7 – Regra, exemplo e exercícios

REGRA—Multiplicam-se os algarismos das unidades e, separadamente, forma-se o producto das dezenas sommando-se depois a este um dos algarismos das unidades. Escrevem-se este resultado á esquerda do primeiro e o numero assim formado será o producto procurado.

EXEMPLO

Seja 65×45 em que os algarismos das unidades (5) são iguaes, e a somma das dezenas ($6 + 4$) é igual a 10

Multiplicando-se, entre si, os algarismos das unidades, 5, virá $5 \times 5 = 25$

Multiplicando-se em seguida os algarismos das dezenas (6 e 4) e sommando-se depois o algarismo da unidades (5) virá $6 \times 4 + 5 = 29$

Escrevendo-se então, o resultado (29) á esquerda do primeiro (25) resultará: 2925

Sendo 2925 o producto procurado de 65×45

EXERCICIOS

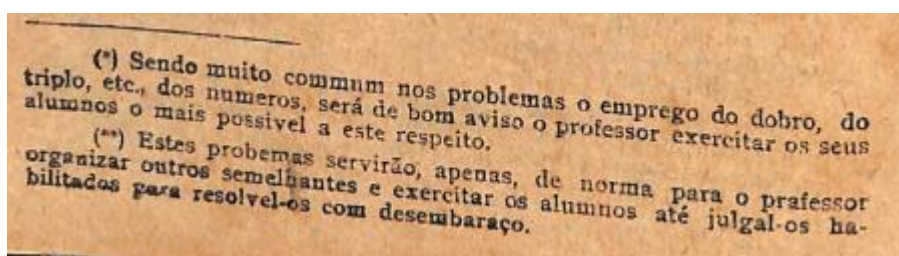
65	84	63	36	27	98	71	93
45	24	43	76	87	18	31	13

Fonte: Oliveira (192-, p. 37)

Embora a ideia de sair do abstrato para o concreto não seja a principal característica do ensino intuitivo (vaga pedagógica em que o manual está inserido), o autor está inserindo um “vantajoso methodo”, em que ele anuncia a possibilidade de que ocorram transformações no ensino da aritmética.

Além disso, ao olharmos para as notas de rodapé (Figura 8) deixadas pelo autor, observamos nas suas instruções a preocupação na relação entre o conhecimento que o aluno deveria adquirir e o papel do professor nessa percepção. Segundo o autor, os problemas serviriam de “norma para o professor organizar outros semelhantes e exercitar os alunos até julgá-los habilitados para resolvê-los com desembaraço”, levando em consideração a capacidade de seus alunos para resolvê-los (Oliveira, 192-).

Figura 8 – Dicas ao professor no manual de Tito Cardoso de Oliveira



Fonte: Oliveira (192-, p. 42)

Segundo Rocha (2019), o manual de Tito de Oliveira segue as diretrizes da época que objetivava evitar grandes dificuldades e focar no que viria a ser prático e útil para o aluno em seu cotidiano, o que, por sua vez, está alinhado à perspectiva do ensino intuitivo, que abordamos em nossa pesquisa.

Já no sétimo e último tópico, informações referentes aos “*exercícios e problemas*”, as participantes observaram que os exercícios estão organizados de acordo com as aplicações das regras, ou seja, como já mencionamos anteriormente, após uma explicação, viriam exemplos seguidos de exercícios. Além disso, foi também interpretado que, com os exercícios e problemas, o autor esperava validar o método proposto no manual, buscando mostrar que

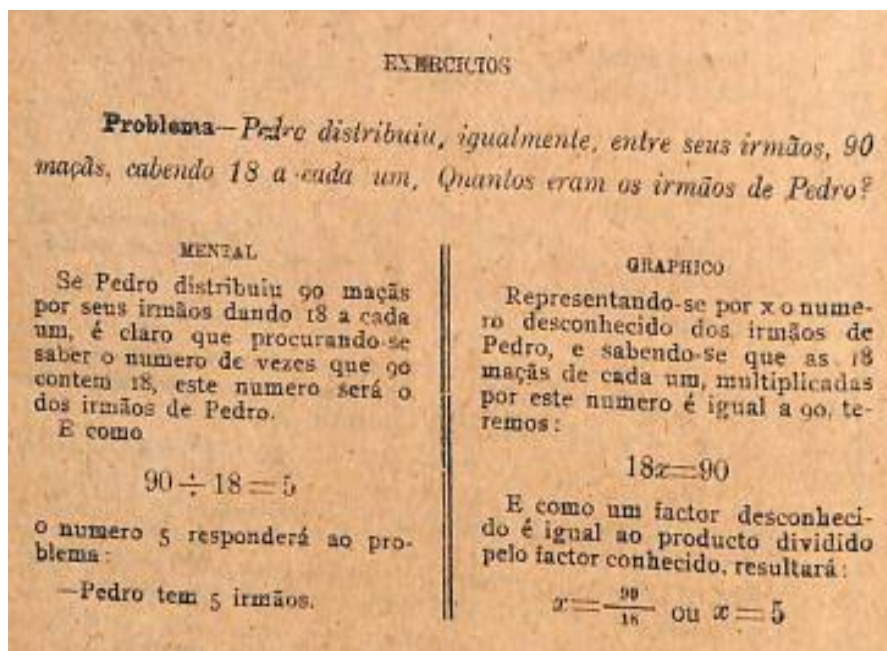
O método ensinado (as REGRAS e CASOS) é eficiente e leva ao resultado correto. Que o aluno dominou a técnica de cálculo e é capaz de aplicá-la sem erros, como verificado pela Prova dos Nove. Que o aluno consegue traduzir um enunciado textual em uma expressão aritmética ou algébrica e resolvê-la com sucesso

(A1; A2; A3)

Em alguns exemplos de problemas, notamos que o autor mostra a resolução “mental” e “gráfico” do problema, indicando possibilidades de resolvê-lo. Apesar de inserir na resolução de problemas de um lado a notação de divisão e de outro a notação de razão, Oliveira leva o aluno a traçar relações entre as duas operações. Por exemplo, ao distribuir 90 maçãs, igualmente a 18 irmãos, de um lado poderia distribuí-las igualmente a cada um deles,

recebendo 5(cinco) maçãs cada. De outro modo poderia pensar que o número desconhecido “x” que multiplicado por 18 resulta em 90 (Figura 9).

Figura 9 - Formas de resolver um problema



Fonte: Oliveira (192-, p. 34)

Por fim, conseguimos observar que as participantes compreenderam as principais características do manual, dentre elas foi a forma como ele é estruturado, identificando a presença das regras e dos exercícios de forma sistemática. E, embora o manual não traga, de forma clara, qual a vaga pedagógica em que está inserido e/ou está tomando como base, ao nos aprofundarmos nas instruções do autor para os professores e nos conteúdos do manual, conseguimos notar características de um ensino intuitivo caracterizado por Oliveira e Pinheiro (2022), em que os autores dos manuais buscam meios de facilitar o conteúdo de forma que este possa ser aplicado na resolução de problemas cotidianos. Isso, por si só, não implica que o manual seja totalmente baseado no ensino intuitivo, mas, tendo em vista que o Programa de Ensino do estado do Pará, onde o autor trabalhava, estipulava o seu uso, é natural que consigamos ver nele características desse movimento nas análises.

O manual de Tito de Oliveira (192-) “seria um exemplo de como estruturar os conteúdos, considerando a relação entre o cotidiano do aluno, o social associado à vida escolar, tal a estrutura dos problemas aritméticos ali inseridos” (Rocha, 2019, p. 86).

4.3 O manual pedagógico de Cecil Thiré e Mello e Souza

O segundo manual analisado foi o *Matemática, 1.º ano*, de Cecil Thiré e Mello e Souza. No primeiro tópico, *informações gerais sobre o manual*, elas conseguiram identificar corretamente as principais informações, como nome, autores, data e editora, bem como o público ao qual o manual se destina.

- a. **Título e Subtítulo:** *Matemática 1º Ano*
 b. **Autoria:** *Cecil Thiré e Mello Souza*
 c. **Informações sobre o autor (funções que desempenha, locais de trabalho, entre outras):** *O seu local de trabalho é na escola, onde, na obra, apresentam novas formas de trabalhar a matemática.*
 d. **Público ao qual o manual se destina:** *Os autores informam que este livro é dedicado aos professores, para ensinarem aos seus alunos a matemática de uma forma que eles se interessem. E a alguns autores, para justificar alguns capítulos em que foram citados.*
 e. **Editora:** *Livraria Francisco Alves*
 f. **Cidade de publicação:** *Rio de Janeiro*
 g. **Ano de publicação:** *1934*

(A1, A2, A3)

A resposta “Os autores informam que este livro é dedicado aos professores, para ensinarem aos seus alunos a matemática de uma forma que eles se interessem”(A1; A2; A3), apresentada pelas participantes da pesquisa, indica uma mudança em relação ao manual anterior que, sob a luz do ensino intuitivo, intencionava um ensino visando à sua utilidade para práticas cotidianas. Este manual, publicado em 1934, tem como característica buscar o interesse do aluno para envolvê-los mais no processo de ensino e aprendizagem. Assim, dá indícios de uma tendência do movimento que se apresentava na época, a Escola Nova. Segundo Berticelli, Felisberto e Pinto (2022), esse movimento buscava levar em conta a experiência e os interesses dos alunos para conectá-los com a matemática.

Sobre as *informações na apresentação e/ou prefácio*, as participantes observaram que os autores defendem um equilíbrio entre o rigor da matemática acadêmica e a matemática ensinada na escola e também que aritmética, álgebra e geometria devem ser trabalhadas juntas, como mencionado pelos próprios autores do manual: “procuramos abordar as diferentes partes da Aritmética, Álgebra e Geometria, em conjunto, com simplicidade e máxima clareza, sem a confusão de assuntos” (Thiré; Mello e Souza, 1934, p. XIII).

Concepções: *Defende uma concepção que equilibra ou adequa o rigor da Matemática acadêmica com a Matemática ensinada na escola, evitando o excesso de rigor no primeiro ano ginásial. Defende a fusão entre os diferentes ramos da matemática escolar (Aritmética, Geometria e Álgebra).*

(A1, A2, A3)

Neste excerto, as participantes demonstram terem tido mais segurança para responder o que pensavam sobre concepções. Depois da discussão acerca das vagas no primeiro manual, elas inferiram que este manual estaria inserido na vaga pedagógica Escola Nova e em um

Informações sobre o contexto histórico: *um período de profundas reformas educacionais no Brasil.*

Informações sobre o contexto histórico-político: *Menciona indiretamente o contexto da Reforma Francisco Campos (iniciada em 1931).*

Informações sobre o contexto histórico-social e cultural: *A reforma marcou a unificação da Aritmética, Geometria e Álgebra em uma única disciplina no ensino fundamental.*

Menciona-se a vaga pedagógica? Qual? *A da Escola Nova, por ir contra o ensino rigoroso da escola tradicional.*

Propósito do manual: *Produzir uma obra de feição moderna, acentuadamente prático e de leitura agradável ao aluno que facilita o entendimento do aluno no aprendizado da Matemática e oferecendo ao estudante do 1º ano uma soma de conhecimentos, metódicos e exatos, que servirão de base para os estudos teóricos que serão feitos nos anos subsequentes.*

(A1, A2, A3)

período de reformas educacionais no Brasil. Foi percebido que o intuito do manual era apresentar uma matemática com mais praticidade e aplicação, trabalhando também com a História da Matemática e que os autores fazem críticas a métodos de ensino e/ou manuais pedagógicos que consideravam ultrapassados ou muito rigorosos.

A compreensão das participantes de a obra ter *uma feição moderna* é corroborada por Santos *et al.* (2022, p. 84), ao afirmar que os autores buscaram proporcionar aos alunos “uma leitura agradável e sobre a modernização pragmática da Matemática” e que, além disso, o tom informal da obra oferece “uma gama de saberes metódicos e exatos ao aluno do 1º ano, que serão fundamentais nos anos vindouros de sua vida escolar” (Santos *et al.*, 2022, p. 86).

Apesar de esse manual ser da 5.^a edição, ele traz dois prefácios, o da 1.^a edição e, posteriormente, o da 2.^a edição, o que facilitou às estudantes retirarem informações referentes aos propósitos dos autores, bem como atribuir ao manual uma vaga pedagógica.

O *terceiro tópico* – informações referentes à distribuição de assuntos no manual –, foi preenchido de forma breve pelas participantes. Elas destacaram a presença de três índices no final do manual, um em ordem alfabética das matérias, onde são listados diversos termos como medidas e formas geométricas, depois outro índice em ordem alfabética, dessa vez dos autores e, por fim, um índice geral, por ordem de organização do manual. (Thiré; Mello e Souza, 1934; A1; A2; A3).

b. Como o tema é introduzido? (*Elementos ou estratégias que o autor utiliza para isso*). Comente detalhadamente: *O tema é introduzido do básico para o complexo. Os autores vão fazendo a explicação da multiplicação por tópicos, onde cada um explica como funciona a função dela (multiplicação) nos produtos. Por exemplo: qual é o produto quando se tem 2 algoritmos ($5 \times 8 = 40$), sendo 5 e 8 os fatores e 40 o produto.*

c. Significados atribuídos pelo autor para o assunto, tema ou conteúdo investigado: *O autor explica os sinais, o que fazer quando tem uma adição, subtração no meio da operação, como fazer a abreviação de um número grande etc. Portanto, os autores têm o cuidado de mostrar só um método de resolução para cada problema.*

(A1, A2, A3)

Já no quarto tópico – informações referentes ao “*significado*” –, as participantes observaram que o tema é trabalhado em tópicos e introduzido do básico ao mais complexo (A1; A2; A3), e que apenas um método de resolução é apresentado.

Essas observações, por sua vez, estão alinhadas com o que os autores defendem, já que, no prefácio, eles informam:

Para a resolução de um problema ou para a dedução de uma fórmula banal, ensinam dois, três, e, às vezes, até quatro processos diferentes, quando, por um princípio comecinho de boa pedagogia, deviam ensinar apenas um desses processos e banir os demais (Thiré; Mello e Souza, 1934, p. XII).

Novamente verificamos traços das contendas com o autor Jácomo Stávale (Valente, 2003), citados anteriormente. Além disso, em nossa análise, observamos que os autores definem a multiplicação como uma adição de parcelas iguais, indicando sempre exemplos após cada explicação e mostrando as propriedades da operação, como a comutativa e a associativa, e o uso de letras para explicações numéricas e gráficas, como na Figura 11.

Figura 11 - Exercícios de Multiplicação com elementos algébricos

13 — Exercício I.

Efetuar o produto: $5(a + b + 4)$.

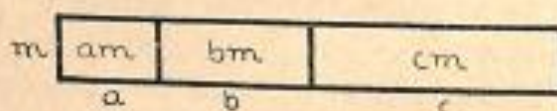
Resolução:

Devemos multiplicar todas as parcelas da soma escrita entre parentesis, por 5.

$$5(a + b + 4) = 5a + 5b + 20$$

14 — Explicação gráfica.

O produto de uma soma indicada por um número pode ser facilmente explicado:



Fonte: Thiré e Mello e Souza (1934, p. 54)

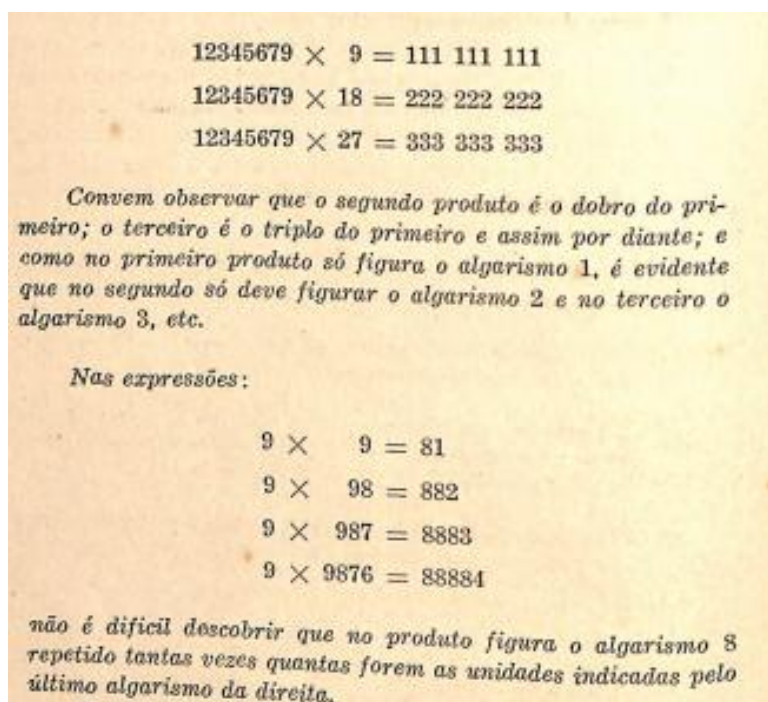
Portanto, os autores tentam, com a “explicação gráfica”, oferecer uma explicação geométrica neste caso, para o produto de uma soma por um número, utilizando para isso uma figura conhecida, o retângulo. Por mais que pareça simples, o uso de uma figura mostra que a multiplicação não se reduz ao conceito de soma de repetidas parcelas.

O quinto tópico, informações referentes a “*sequenciação*”, e o sexto tópico, informações referentes à “*gradação*”, não foram preenchidos pelas participantes.

No que diz respeito a *sequenciação*, pudemos observar que o conteúdo está depois da adição e da subtração e antes da divisão, o que faz sentido, já que os autores iniciam a explicação da multiplicação como uma adição de parcelas iguais, mas a defesa de mostrar que a multiplicação não se reduz a isso logo é apresentada pelos autores.

Em relação à *gradação*, os autores dividiram a multiplicação em tópicos de forma que contemplam não só as propriedades da operação, mas também formas simplificadas de multiplicar números. Apesar de sempre exemplificarem cada tópico a ser ensinado, os exercícios para os alunos são apresentados apenas no final de todo o conteúdo de multiplicação, o que dá celeridade à marcha de ensino, uma vez que os alunos não terão diversos exercícios a cada tópico. Ainda, após o encerramento, os autores apresentam um texto intitulado “Produtos curiosos”, onde são contadas algumas curiosidades sobre a multiplicação de alguns números específicos, a Figura 12 traz uma parte do texto.

Figura 12 - Parte do texto Produtos curiosos



Fonte: Thiré e Mello e Souza (1934, p. 60)

Verificamos a forte presença da álgebra implícita nestes exemplos: a observação de padrões e o autor incentivando o aluno a observar de que forma ele generaliza. Um aspecto interessante deste manual é que, ao final de cada conteúdo trabalhado, tem-se um texto com curiosidades ou informações relacionadas ao assunto apresentado no manual. Isso vai ao encontro do objetivo dos autores de tornar a matemática mais interessante para os alunos, trazendo contextos com base científica, buscando a atenção deles e conectando a disciplina com a realidade e as experiências deles¹⁰.

No mais, esses novos olhares para o ensino da matemática referenciam-se não só nas premissas da Escola Nova. Ambos os movimentos apontam a importância de valorizar o que os alunos têm de conhecimento, mas sem perder o foco científico, proporcionando maior autonomia ao professor e maior foco na forma de aprender dos alunos (Camara; Pinto; 2022). Com uma marcha do ensino mais rápida e sem tantos exercícios, o manual proporciona ao professor espaço para trabalhar o conteúdo da forma que melhor se encaixa com suas turmas.

Já o sétimo e último tópico, *informações referentes a problemas e exercícios*, foi respondido pelas participantes. Elas observaram haver exercícios em cada tópico abordado no conteúdo, indo do mais fácil para o mais difícil. (A1; A2; A3). Além disso, definiram como

¹⁰ Julio Cesar de Mello e Souza, conhecido pelo pseudônimo Malba Tahan, anos mais tarde escreveu *Matemática Divertida e Curiosa e O homem que Calculava* publicadas respectivamente em 1934 e 1938, apresentando a matemática através de contos e histórias.

objetivo principal dos exercícios “*esclarecer as dúvidas e mostrar como montar o esquema das contas, e também facilitar o entendimento para as pessoas que estiverem em primeiro contato com aquele conteúdo*” (A1; A2; A3).

Como já mencionado, os exercícios para os alunos aparecem apenas no final da explicação do conteúdo de multiplicação, indicando o que foi observado pelas participantes, o esclarecimento de dúvidas e a compreensão do conteúdo. O fato de não haver tantos exercícios indica também uma tentativa de reduzir a ideia das práticas mecânicas, frequentemente atribuídas à matemática tradicional.

Conseguimos compreender que, apesar de alguns tópicos terem ficado sem respostas, as participantes compreenderam um pouco mais do contexto por trás da criação do manual. Elas conseguiram identificar uma nova proposta – vaga da Escola Nova –, o que nos leva a inferir que as mudanças na educação eram voltadas para uma relação melhor com o lado social da criança, com suas experiências de vida (Berticelli; Felisberto; Pinto, 2022).

Por fim, percebemos que os autores imprimiram mais simplicidade em seu manual, orientando o professor a buscar meios sociais mais interessantes para os alunos, por meio de leituras e amenizando, sem deixar de lado, o rigor matemático dos primeiros anos.

4.4 O curso completo de *Matemática Moderna* de Ferreira e Carvalho (196-)

O terceiro e último manual analisado foi o *Curso completo de Matemática Moderna para o ensino primário*, vol. 1. No primeiro tópico, *informações gerais*, elas conseguiram preencher às informações, identificando as autoras, Tosca Ferreira e Henriqueta de Carvalho, a editora, Editora Renovação Ltda. e a cidade de publicação, São Paulo. Mas, além das informações básicas, eles observaram que o manual “*menciona o entrosamento da matemática com a língua, estudos sociais, saúde e ciência*” (A1; A2; A3).

- a. **Título e Subtítulo:** *Curso completo de matemática (não tem subtítulo).*
- b. **Autoria:** *Tosca Ferreira e Henrique de Carvalho.*
- c. **Informações sobre o autor (funções que desempenha, locais de trabalho, entre outras):** *Não identificados, apenas Irene de Albuquerque.*
- d. **Público ao qual o manual se destina:** *Ensino primário.*
- e. **Editora:** *Editora Renovação LTDA.*
- f. **Cidade de publicação:** *São Paulo.*
- g. **Ano de publicação:** *Não identificado.*
- l. **Outros elementos específicos que possam contribuir para identificar o manual:** *Ele aborda a matemática moderna e menciona o entrosamento da matemática com a língua, estudos sociais, saúde e ciência.*

(A1, A2, A3)

Além disso, podemos notar, em nossa análise, que o manual é destinado especificamente ao 1.º ano do ensino primário e que não traz o ano em que foi publicado, mas como é embasado pelo Movimento da Matemática Moderna, como o título evidencia, estima-se que ele seja da década de 1960.

No segundo tópico, *informações na apresentação e/ ou prefácio*, as participantes observaram que houve menção à autora Irene de Albuquerque e também à sua obra *Metodologia de Matemática*. Interpretaram que “o ensino de matemática deve ser progressivo e estar conectado a algo concreto” (A1; A2; A3). Também foi identificado que o manual está inserido na vaga pedagógica Movimento da Matemática Moderna (MMM) e ainda que se deve fazer o uso de materiais didáticos visuais e utilizar a manipulação de conjuntos, este último, segundo o trio, é fortemente utilizado, tornando a teoria dos conjuntos a base da Matemática Moderna. Isso foi possível, pois foi exposta uma breve caracterização de cada um dos períodos a partir da dificuldade apresentada na análise do primeiro manual.

De fato, segundo Gouveia e Valente (2023, p. 10), a Noção de Conjunto foi um “elemento transformado em ícone no MMM”.

b. Autores citados de outros manuais: Irene Albuquerque.
 c. Obras citadas: *Metodologia de Matemática*, de Irene de Albuquerque.
 d. Concepções: *Concepção de matemática: A matemática é ligada ao concreto.*
Concepção de ensino: Deve ser progressivo.
 e. Crenças: *O aprendizado deve envolver o uso de materiais didáticos visuais e a manipulação de conjuntos.*
 [...]
 n. Menciona-se a vaga pedagógica? Qual? Sim, a Matemática Moderna.
 o. Teorias implícitas: *A forte utilização de conjuntos remete à Teoria dos Conjuntos como base da Matemática Moderna.*

(Participantes A1; A2; A3)

Além disso, observamos, em nossa análise, que as autoras do manual indicam que “a noção de conjunto é intuitiva e tão elementar que a criança, no seu viver diário, age dentro dela, sem tomar o mais leve conhecimento” (Ferreira; Carvalho; s.d, p. 35). Portanto, a ideia de conectar o ensino ao concreto e a relação da criança com os conjuntos existir torna lógico o começo do ensino ser pela noção de conjuntos.

Outro aspecto que deve ser ressaltado é que, embora não tenha um prefácio, o manual traz um breve currículo das autoras, onde consta também que eram Conferencistas de Cursos Intensivos de Matemática Moderna. Em seguida, elas explicam que a importância da

matemática e a resistência dos alunos a ela foram essenciais para a criação de novos meios de ensino.

Posteriormente, as autoras apresentam dois textos: o primeiro de Luiz Magalhães de Araújo, na época diretor de uma escola secundária e professor em uma Faculdade da Fundação Valeparaibana e, o segundo, de Jomar Monteiro, Inspetor escolar e Diretor Substituto da Secretaria do departamento de educação de São Paulo. Em ambos os textos, os autores ressaltam a necessidade de uma mudança no ensino da matemática, indicando a importância que este manual teria neste processo. Ele seria como um guia com bases sólidas para os professores do ensino primário.

Depois, ainda há um texto destinado aos professores, em que as autoras dialogam sobre como é necessário ter cuidado ao ensinar matemática, levando em consideração aspectos lógicos e psicológicos para que os alunos possam se desenvolver (Ferreira; Carvalho; 196-). As autoras ainda citam a intenção delas de oferecer para os professores o que havia de melhor e, assim, permitir que eles pudessem mostrar como a matemática é bela.

Com tudo isso, notamos que desde o título fica bem claro que a obra busca uma inovação influenciada pela Matemática Moderna. A presença de diversos textos auxiliou bastante na coleta de informações, fazendo-nos conhecer um pouco mais o contexto da época, bem como os objetivos das autoras com a elaboração do manual.

Já no terceiro tópico, *a distribuição se assuntos*, as participantes observaram não haver sumário, mas que os assuntos estão divididos por tópicos, e que há uma ênfase na interdisciplinaridade (A1; A2; A3). Aqui, complementamos que, no final, há um índice pequeno, indicando que o manual é enxuto em termos de conteúdo já que é apenas para o 1.º ano (Figura 13), além disso, também não há um padrão oficial para índices.

Figura 13 – Índice de assuntos do manual de Tosca Ferreira e Henriqueta de Carvalho

ÍNDICE	
Noção de Conjunto	33
Número, Numeral, Algarismo	53
Adição e Subtração	99
Multiplicação e Divisão	121
Entrosamento da Matemática com a Língua Pátria, Es- tudos Sociais, Ciências e Saúde	139
Fatos fundamentais da Multiplicação e Divisão	151
Geometria	173
Recordação	179
Bibliografia	183

Fonte: Ferreira e Carvalho (196-, p. 187)

O manual começa com a teoria dos conjuntos, conteúdo que começou a aparecer no ensino primário com o advento das premissas da Matemática Moderna (Arruda, 2011) e só depois começa-se a falar de números, numeral e algarismo, para então entrar nas operações básicas e finalizar com a geometria. Pelo número de páginas, após introduzir o conteúdo de conjuntos, é possível observar que o manual trata mais dos conteúdos relacionados aos números e às operações, trazendo apenas um pouco da geometria para esse 1.º ano do ensino primário.

No quarto tópico, informações referentes ao “*significado*”, as participantes destacaram que o tema, multiplicação, é introduzido partindo do concreto e das experiências dos alunos, além disso, elas observaram uma valorização na propriedade comutativa da multiplicação e também a presença de figuras. Segundo Gouveia e Valente (2023, p. 13), as autoras do manual criaram um “trabalho de muitos elementos com características intuitivas, valendo - se de ilustrações, que passaram a estar mais articuladas com o conteúdo por elas ministrado”. As participantes também trouxeram uma definição de multiplicação, como pode ser observado no excerto a seguir:

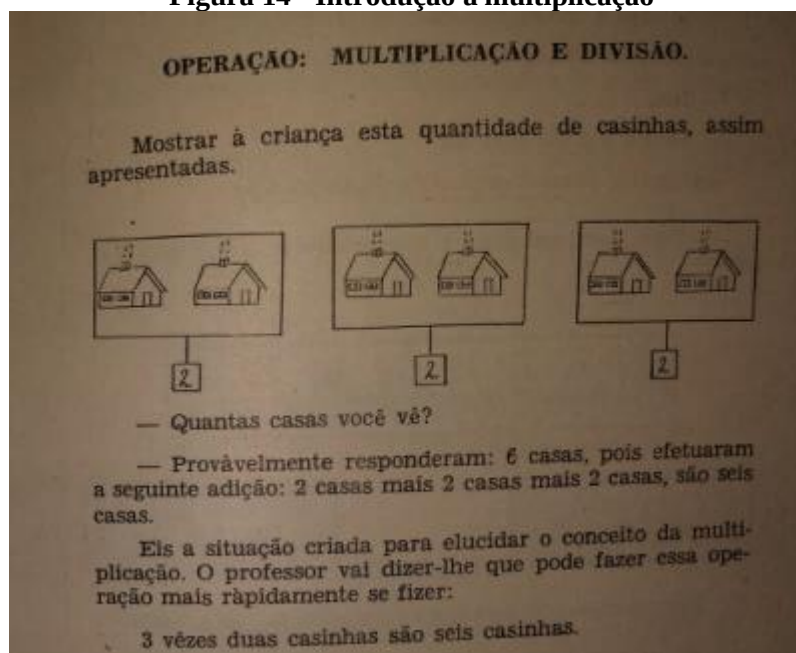
- c. Significados atribuídos pelo autor para o assunto, tema ou conteúdo investigado: A multiplicação é definida como a operação que substitui e acelera o processo de somar o mesmo número várias vezes.*
d. Há imagens que visam contribuir com a construção do significado? Sim.
e. O autor usa algum exemplo: Três grupos de duas casinhas.

f. Outras informações a serem destacadas: O manual valoriza a propriedade comutativa da multiplicação.

(Participantes A1; A2; A3)

Ao analisarmos, notamos também que as autoras do manual não apresentam uma definição fixa, de forma escrita, para a multiplicação. Elas indicam exercícios que levam o aluno a pensar e usar seus conhecimentos, para que então o professor introduza a ideia da multiplicação (Figura 14).

Figura 14 - Introdução à multiplicação

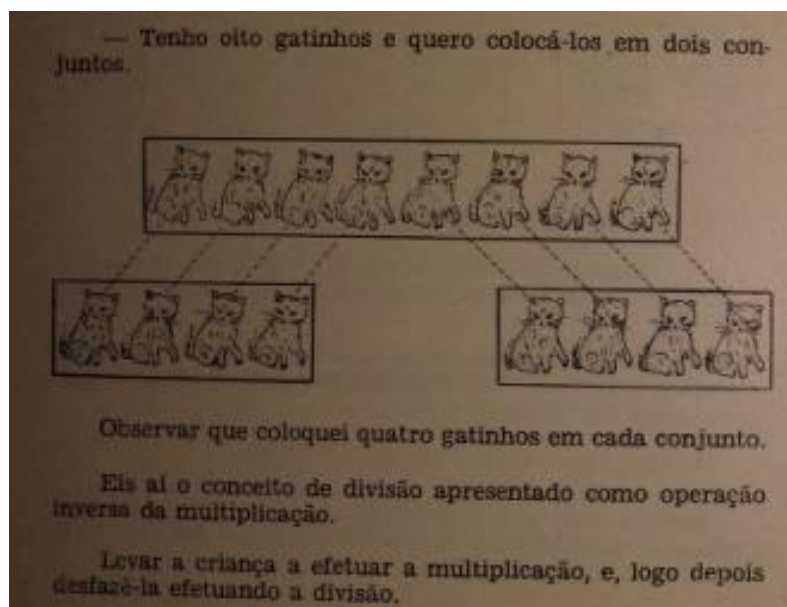


Fonte: Ferreira e Carvalho (196-, p. 123)

Vemos na figura anterior: três conjuntos de duas casinhas tornam-se seis casinhas, se somarmos duas mais duas mais duas, ou se fizermos três vezes duas casinhas. Neste caso, a multiplicação aparece como a representação da soma de múltiplas parcelas iguais.

Outro ponto interessante neste manual é que a multiplicação é apresentada juntamente com a divisão, ou seja, antes de aprofundar no estudo da multiplicação e ensinar temas como dobro e triplo, as autoras já apresentam o tema da divisão, com a intenção de mostrar que a divisão é a operação inversa da multiplicação. Isso representa um caminho para encontrar números desconhecidos em uma multiplicação.

Figura 15 - Multiplicação e Divisão



Fonte: Ferreira e Carvalho (196-, p. 124)

O exemplo anterior (Figura 15) propõe: tendo dois conjuntos, como distribuir igualmente oito gatinhos nesses conjuntos, ou seja, se “x” for a quantidade de gatos de cada conjunto, então, $? \times 2 = 8$. Na figura se preza a decomposição do todo em duas partes iguais, prevalecendo a compreensão da igualdade como relação e não como o resultado de uma operação, isto é, há uma (re)significação da multiplicação neste manual.

No quinto tópico, informações referentes a “*sequenciação*”, as participantes observaram que a multiplicação está após a adição e subtração, pois “*a sequência adotada é pedagogicamente e hierarquicamente justificada e reflete a ordem lógica de complexidade das operações aritméticas*” (A1; A2; A3), complementando ainda que essa ordem é melhor para a compreensão dos conceitos abordados. Há também a presença do conteúdo de conjuntos, que deve ser ensinado previamente.

Aqui observamos que iniciar o conteúdo do manual com os conjuntos mostra, novamente, uma das principais características do Movimento da Matemática Moderna: tomar a teoria dos conjuntos como a base do ensino matemático, iniciando-a já no ensino primário (Arruda, 2011).

Em relação ao sexto tópico, informações referentes à “*graduação*”. as participantes fizeram observações mais pontuais como o fato de a multiplicação estar distribuída de forma que seus módulos estejam interligados (A1; A2; A3). Elas enfatizaram também o cuidado que as autoras tiveram “*para garantir que o aluno compreenda o tópico de forma completa, não apenas operacional*” (A1; A2; A3) (Figura 25). Ou seja, deve-se ensinar o operacional, mas não ficar somente nele. O aluno deve compreender completamente o sentido e o significado do conteúdo.

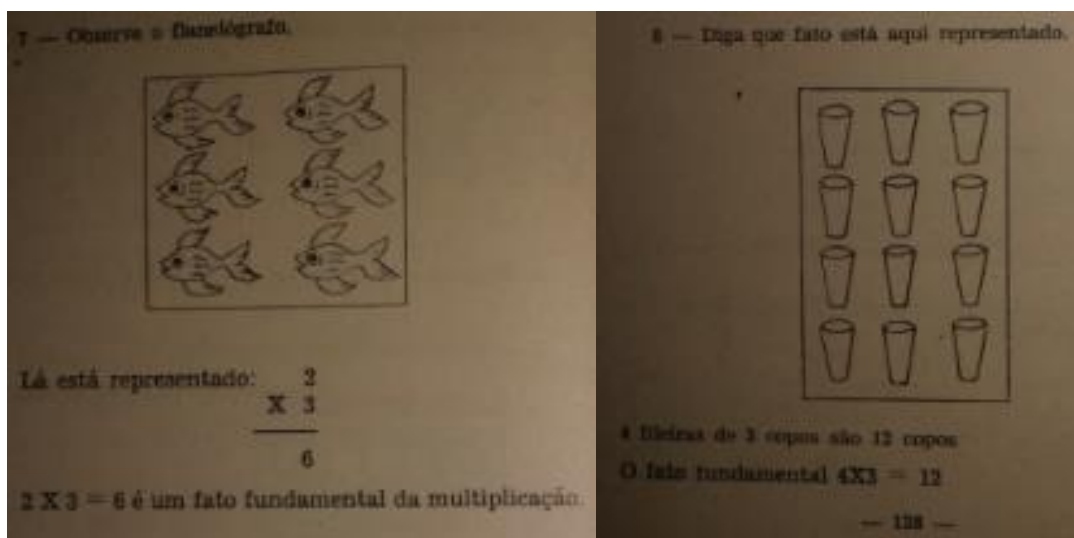
- b. Interpretar a forma como o tema ou assunto ou conteúdo a ser ensinado avança no manual: É uma descoberta guiada*
- c. Como o tema ou assunto ou conteúdo se encontra organizado? Está organizado em módulos interligados*
- d. Apresentar considerações sobre a “marcha de ensino”, ou seja, as escolhas do autor e suas ponderações quanto ao encadeamento do tema: Esse tema é um modelo de graduação hierárquica e gradual*
- e. Outros aspectos que se referirem ao zelo do autor ao tratar daquele tema: O zelo do autor se manifesta no esforço para garantir que o aluno compreenda o tópico de forma completa, não apenas operacional.*

(A1; A2; A3)

Ainda neste tópico, em nossa análise, observamos que o conteúdo teórico é bem simples e enxuto, assim, logo após a explicação sobre a multiplicação (e divisão), há um número abundante de exercícios. Aqui, verificamos que caberá ao aluno aperfeiçoar seus conhecimentos. Uma vez que os conceitos são explorados, as atividades são sugeridas para exercitar e enraizar o que foi aprendido.

Portanto, notamos a busca por uma estrutura mais rígida, em que se aprende a teoria e depois a coloca em prática com os exercícios. Utilizar imagens também é uma característica do manual. Isso possivelmente chamaria a atenção dos alunos, mas o foco da explicação está na operação e não no contexto do problema que a envolve, o seria um caminho mais abstrato do conteúdo. A Figura 16 mostra que há imagens de peixes e um conjunto de copos, contudo não há, de fato, um problema envolvendo peixes ou copos. O objetivo aqui seria aprender e compreender a operação de multiplicação e sua estrutura, como multiplicação na forma retangular (base x altura). Por meio de alguns exemplos, a ideia é que o aluno perceba este padrão.

Figura 16 – Atividades sobre multiplicação

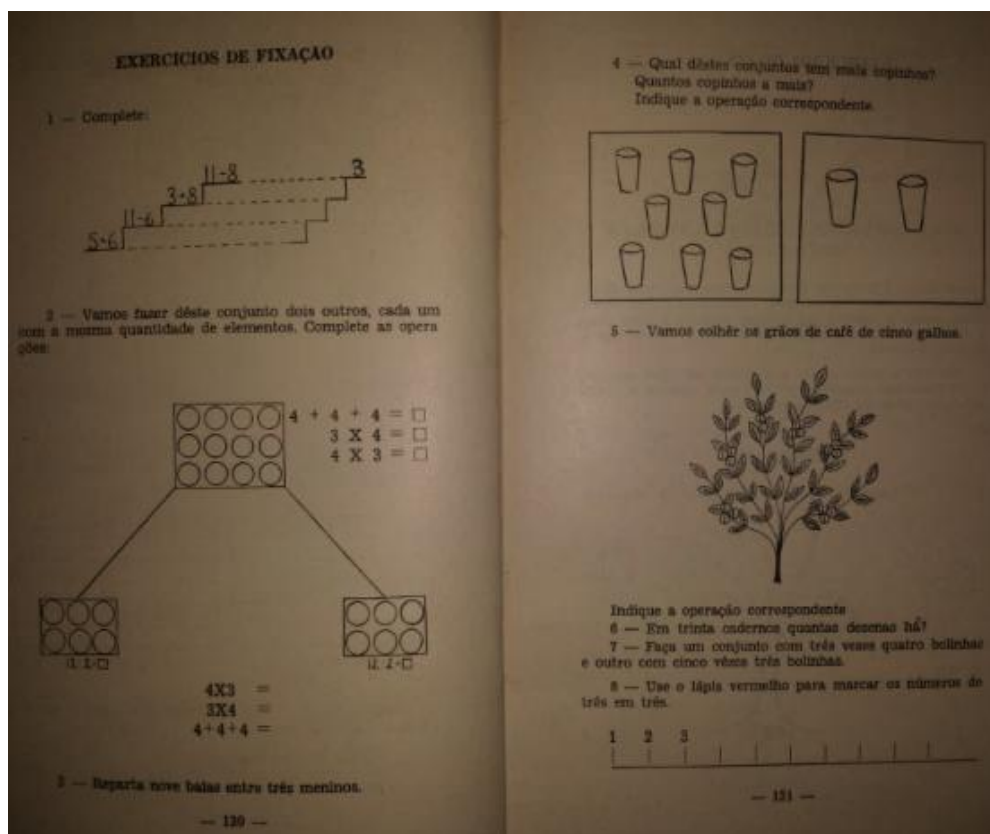


Fonte: Ferreira e Carvalho (196-, p. 128)

Finalmente, no sétimo tópico, informações referentes a “*exercícios e problemas*”, as participantes classificaram os exercícios em três grupos: “1 *exercícios conceituais*, 2 *exercícios de aplicação* e 3 *exercícios de fixação e fluência*” (A1; A2; A3), e também observaram a presença de imagens com figuras como casa e flores. Além disso, entenderam que o objetivo dos exercícios é “a construção do sentido, treinamento de competência e desenvolvimento da fluência”. (A1; A2; A3).

Como citado no tópico anterior, observamos que após trabalhar o conceito de multiplicação, o manual indica vários exercícios (Figura 17). Primeiro como atividades para exercitar o que acabou de ser exposto e, em seguida, para fixar os conteúdos. Isso é: que os alunos “fixarem”, para que esses conteúdos sirvam de base para futuros conteúdos.

Figura 17 - Exercícios



Fonte: Ferreira e Carvalho (196-, p. 131)

De forma geral, inferimos que as participantes notaram aspectos relevantes: forte trabalho com a noção de conjunto, o uso de imagens e ensino partindo do concreto. Este último foi o que teve mais destaque nas análises, em vários tópicos elas mencionaram que a ideia principal era começar o ensino partindo do concreto. Isso também foi observado por Gouveia e Valente (2023, p. 13), segundo eles,

por meio das práticas propostas, as autoras queriam incrementar o entendimento da matemática vivenciada pelos alunos em sua relação com as coisas que os rodeavam. Também é certo que, por enxergarem uma matemática mais intuitiva e elementar, a lição deveria ser ensinada partindo de objetos mais próximos da realidade das crianças (p. 13).

Por fim, foram percebidas várias características do Movimento da Matemática Moderna: presença dos conjuntos; partir de algo real para as crianças, pois, assim, se constrói um significado; generalizações e abstrações.

4.5 A comparação: buscando semelhanças e diferenças

Após as análises dos manuais e a obtenção das informações, solicitamos às participantes que fizessem uma comparação tópico a tópico, conforme o Itinerário, ou seja,

levantar as informações obtidas no primeiro tópico, nos três manuais e compará-las, depois no segundo tópico, no terceiro e assim sucessivamente, a fim de identificar semelhanças e diferenças entre eles.. . Após esta comparação, como tivemos o momento de discussão e socialização, traremos aqui, então, os resultados destas duas etapas e a *matemática do ensino* que conseguimos interpretar.

De modo geral, nos três primeiros tópicos: semelhanças: o público ao qual o manual se destinava, sendo o ensino primário e o sumário ou índice presente apenas no final dos manuais; e diferenças: os anos e as cidades de publicação, bem como o fato de nem todos apresentarem muito o contexto histórico e social.

Nestes tópicos, não esperávamos grandes semelhanças justamente por serem manuais de épocas e autores diferentes, portanto organizações e ideias diversas já eram esperadas. Outro fator que pode ter influenciado foi o fato de não haver normas que exigiam a padronização de informações. Quanto às diferenças na presença de aspectos como contexto histórico e social, deve-se principalmente as introduções e/ou prefácios, enquanto em alguns tem-se um espaço maior dedicado a estas partes, como os manuais 2 e 3, outros as colocam apenas brevemente como o manual 1.

Portanto, alguns aspectos solicitados por nós, no Itinerário, nestes três primeiros tópicos, exigiram uma busca por informações implícitas, como objetivos, crenças e concepções dos autores. Então, considerando que as participantes investigaram os manuais sem uma base teórica, como a que fizemos nesta pesquisa, e que elas não sabiam que era possível olhar para um manual e buscar tais informações, seria esperado não conseguirem pontuar algumas características que lhes permitiriam observar maiores diferenças. Aspectos, como a falta de contato com esse tipo de material, ou até mesmo a falta de atividades que envolvam análises, pode ter contribuído para as dificuldades na coleta e na interpretação de informações implícitas.

Quanto à vaga pedagógica: diferenças: como cada um dos manuais trazia consigo aspectos de sua época e características de seus autores, portanto eles se diferenciam em: no primeiro manual, da época do ensino intuitivo, destaca-se principalmente a presença de conteúdos voltados para fins comerciais, o que está ligado ao fato do autor ser professor em uma escola comercial e também de que na época se buscava um ensino voltado para a formação de mão de obra capaz de resolver os problemas do cotidiano. No segundo, em tempos da escola nova, vemos um ensino de forma simples, assentado no interesse do aluno, focando um pouco mais no aspecto social, além da presença de leituras ao final de cada conteúdo, provavelmente tendo como principal responsável, o autor Mello e Souza, Malba

Tahan. E já, no terceiro, publicado em tempos de matemática moderna, temos a introdução do conteúdo de conjuntos e um número maior de imagens. Como se destina apenas ao 1.º ano do ensino primário, tem um número menor de conteúdos, os quais não buscam necessariamente lidar com problemas cotidianos e/ou sociais, focando muito mais nas questões estruturais e operacionais. Ambas as autoras do manual eram conferencistas de um intensivo sobre a matemática moderna, assim inferimos que o manual ficasse focado nos aspectos destacados por esse movimento, ou seja, uma matemática mais estruturada e lógica.

Semelhanças entre elas: todos os autores, ao elaborarem os manuais, buscavam formas de melhorar o ensino da matemática de forma que seu aprendizado fosse útil para que os alunos pudessem contribuir com as necessidades de suas épocas. Por exemplo, no ensino intuitivo, buscaram-se formas mais fáceis para resolver problemas práticos e cotidianos, na escola nova, uma simplificação para focar em questões sociais e, na matemática moderna, uma formalidade maior.

De forma geral, a escrita na parte de comparações foi bem sucinta, portanto, muitos dos registros que obtivemos se deram de forma mais esclarecida durante o momento de socialização e discussão que tivemos, daí a importância de momentos presenciais com participantes na pesquisa.

Em relação ao tópico quatro – *significado*: elas apontaram, inicialmente, a presença de imagens e números como aspectos semelhantes. Embora os três tivessem a presença de imagens, no manual 3, havia um predomínio de imagens. As participantes inferiram que certamente esta seria uma estratégia, pois, para os professores dos primeiros anos escolares, a imagem estaria mais próxima do objeto do que a escrita. Ao questionarmos para que se expressassem um pouco mais, elas identificaram que o significado de multiplicação era bem semelhante nos três manuais, mas apontaram que a forma como aplicam o conteúdo em cada manual foi bem diferente.

Assim, podemos observar que, embora o significado de multiplicação tenha se mantido, a forma de aplicá-la mudou. No primeiro manual, sob as premissas do ensino intuitivo, podemos perceber que o ensino era pautado em regras (e era aí que as noções algébricas, como formas de generalização, encontravam espaço para marcar presença). Uma vez que deveria ser ensinado aquilo que se considerava útil para a prática, caberia, então, ao professor compreender o que a sociedade estava exigindo e, assim, relacionar ao conteúdo, mostrando formas para que pudessem ser colocados em prática. No manual 2, de 1934, notamos haver uma necessidade utilitária e prática do ensino. O foco estava em uma multiplicação que fizesse uso da álgebra para resolver problemas, articulando-a aos aspectos

sociais em que os alunos viviam. Aqui, inferimos que o professor não precisava se aprofundar tanto nas práticas voltadas para os cálculos, já que apenas uma deveria ser apresentada, mas por outro lado, deveria estar preparado para inseri-las no meio social de cada aluno, ao invés de encaixá-las em uma utilidade para a sociedade. Por fim, no terceiro manual, em tempos de MMM, destacava-se uma abordagem de ensino que permitia ao aluno construir a ideia de multiplicação, observando pela imagem dos objetos de sua realidade padrões, e daí a equivalência entre operações, a decomposição, ao invés de trazer uma definição pronta, buscando então um raciocínio estruturado, que pode auxiliar na formalização do conteúdo.

À medida que as exigências foram sendo alteradas, as imagens foram se tornando mais usuais, buscando uma abordagem voltada para a busca de uma definição. Bem explica Santos (2022) que as tecnologias disponíveis para edições em cada época também eram um fator limitante para a presença de ilustrações nos manuais. Ou seja, é natural que manuais mais antigos tenham pouca ou nenhuma imagem.

Quanto ao quinto tópico – *sequência* – as participantes pontuaram não haver diferenças realmente relevantes em suas análises. Basicamente, nos três havia a tentativa de ensinar a multiplicação junto com a divisão, a sua operação inversa. Mas como as participantes perceberam, “*o conteúdo de multiplicação normalmente está sempre ali, né? Depois da subtração, antes da divisão. Eu acho que isso não mudou de um manual para o outro. Segue a mesma sequência, a mesma linha de raciocínio*” (A1, informação verbal, transcrição nossa).

Essa configuração se encontrava basicamente em todos os manuais, o participante A2 (informação verbal) observou que mesmo que a forma de ensinar fosse diferente, a lógica por trás da organização era a mesma, havia uma tendência em conservar a marcha de ensino, a sequenciação, apesar de haver mudanças no significado e nos exercícios e problemas. Gouveia e Valente (2023) igualmente observaram isto, afirmando que mesmo que, no manual 3, na época do MMM houvesse sido adicionado o conteúdo de conjuntos, inserido no campo da álgebra, os demais seguiram uma estrutura semelhante que vem desde o ensino intuitivo.

Já, no sexto tópico – *gradação* – elas afirmaram que, apesar das diferenças na forma de significado e abordagem, finalidades diferentes, havia uma certa semelhança pela presença da marcha de ensino clássica, que, embora não fosse o foco dos manuais, ainda deixou seus vestígios em cada um deles, mas, que isso era mais evidente no primeiro manual, que por ser mais antigo era mais enxuto. O participante A1, destacou que “*o primeiro ele era mais enxuto. [...] Na época estava precisando de contadores, foi o que eu puxei da história. [...] Então, o*

conteúdo foi mais desenvolvido para o que estava precisando da época” (informação verbal, transcrição nossa).

Como citamos anteriormente, o manual 3 tinha uma quantidade menor de conteúdos, mas, em questão de distribuição, havia um foco nas operações básicas nos três manuais. Porém é notável que o primeiro manual apresentava mais conteúdos no que diz respeito à multiplicação, visando indicar formas mais rápidas de multiplicar números. Ele também faz o uso da letra x para representar um valor desconhecido, mostrando o uso da álgebra como um artifício para resolver problemas aritméticos.

Por fim, temos o sétimo tópico, que aborda os *problemas e exercícios*. O trio observou que as principais diferenças estavam ligadas à presença de imagens e à explicação escrita dos exercícios. (A1; A2; A3). No primeiro manual, de acordo com uma das participantes, não havia tanto contexto nos exercícios, era mais voltado para o uso de “resoluções algorítmicas” (A1, informação verbal), indicando uso do algoritmo, por isso regras para agilizar os cálculos. No segundo manual, essa perspectiva adquiriu um caráter um pouco mais formal, já que, segundo as análises do trio, um dos principais objetivos dos exercícios era ensinar “*a montagem das contas*” (A1; A2; A3). A “*montagem das contas*” seria o algoritmo da multiplicação juntamente com o ensino de regras que visassem ajudar o aluno a multiplicar com mais rapidez, porém mostrando caminhos com o uso da quantidade desconhecida. No manual 3, já se notava uma diferença maior, pois a presença de figuras fornecia mais elementos para auxiliar nas resoluções (A2, informação verbal), chamando a atenção das crianças para processos como correspondência, comparação, decomposição e equivalência.

Além disso, notamos também que as quantidades e objetivos variavam, ou seja, havia alterações na graduação e na sequenciação. No primeiro manual, havia mais repetições, ou seja, após cada tópico eram apresentados exercícios para que os alunos praticassem repetidamente. No segundo manual, havia um número menor de exercícios, buscando assim evitar uma matemática mecânica que, por sua vez, tenderia a ser cansativa e desinteressante para os alunos. No terceiro manual, havia três exercícios mais ilustrados, mas não necessariamente contextualizados, o foco aqui era compreender o algoritmo da multiplicação, que parecia ser o objetivo dos manuais.

Portanto, em nossa análise e com as observações das participantes, concluímos que a organização lógica de conteúdos foi mantida há bastante tempo. Mesmo com a inclusão dos conjuntos, parte da estrutura ainda se manteve. Conforme, as épocas mudaram, o professor precisava se adaptar. Passando da compreensão das necessidades da sociedade e adequação do conteúdo tendo-as como base, para a compreensão do aluno como um ser único, com sua

própria perspectiva social e partir disso para ensinar o conteúdo. Ou seja, os estudantes (aluno(a) como os(as) autores(as) os(as) chamavam) foram ganhando voz e centralidade.

Apesar de um significado semelhante, a multiplicação foi se alterando ao longo do tempo. Na época do ensino intuitivo, ela tinha um caráter puramente prático e imediato, na escola nova, adquiriu-se um pouco de formalidade e contextualização social, o que exigia mais exploração por parte do aluno e, no MMM, ela apresentou-se mais estruturada, com propriedades mais elaboradas, como a comutativa destacada pelas participantes.

A mudança de época trouxe também a mudança de necessidades e recursos: por exemplo, abrandar o rigor ou abordar mais aspectos da realidade, inserir imagens como ferramentas para o ensino e também para a aprendizagem.

4.6 Vestígios de uma álgebra do ensino em cada um dos manuais

Após as etapas feitas anteriormente, voltamo-nos para nossa questão de pesquisa “Que vestígios da álgebra podem ser interpretados como uma “álgebra do ensino”, a partir de orientações para o ensino de multiplicação em manuais pedagógicos do século XX, tendo em vista um itinerário elaborado com esta finalidade?

Antes de finalizarmos nossa discussão com as participantes, questionamos se elas tinham observado a presença de algo que remetia à álgebra nas análises. Começando pelo primeiro manual, o participante A1 comentou que “*foi bem pouco apresentado o conteúdo de álgebra no manual*” (informação verbal), complementando que tinha observado o uso da letra x , mas que, mesmo assim, não tinha conectado à álgebra. Essa percepção está alinhada à própria visão do autor que indicava que os alunos deveriam se familiarizar com o emprego da letra x , mas sem, de fato, se falar em álgebra (Oliveira, s.d). Maciel (2019, p. 136), ao analisar este manual, pontuou que ela era utilizada “para resolver problemas com quantidades, sendo uma delas conhecida e outra desconhecida” (p. 136).

Ou seja, observamos, em conjunto com as participantes, que a álgebra simbólica que se apresentava era extremamente simples, quase que limitada a um único papel: utilizar a letra x para representar uma quantidade, um valor, basicamente, permanecendo dentro da aritmética.

Então, a forma mais evidente da álgebra no primeiro manual era, de fato, o emprego das letras como símbolos para representar uma quantidade desconhecida, com o objetivo de facilitar a resolução de problemas aritméticos. Por outro lado, podemos observar situações

que trazem uma ideia algébrica mais implícita, como os casos de multiplicação para situações específicas trazidas pelo autor, na Figura 18.

Figura 18 - Casos para Abreviar a Multiplicação

1.º CASO—Quando o multiplicador for a unidade seguida de zeros, isto é quando o multiplicador for 10, 100, 1000, etc., não se effectua a multiplicação e basta escrever á direita do multiplicando o mesmo numero de zeros contidos no multiplicador.

EXEMPLOS

$$48 \times 10 = 480 \quad 226 \times 100 = 22600 \quad 45 \times 1000 = 45000$$

EXERCICIOS

$$\begin{array}{lll} 72 \times 10 = ? & 84 \times 100 = ? & 152 \times 1000 = ? \\ 28 \times 10 = ? & 136 \times 100 = ? & 329 \times 1000 = ? \end{array}$$

2.º CASO—Quando um dos factores, ou mesmo ambos, terminarem por zeros, effectua-se a multiplicação dos demais algarismos e á direita do producto escrevem-se então os zeros.

EXEMPLOS

$\begin{array}{r} 36 \overline{)00} \\ 24 \\ \hline 144 \\ 72 \\ \hline 86400 \end{array}$	$\begin{array}{r} 143 \\ 25 \overline{)0} \\ \hline 715 \\ 286 \\ \hline 35750 \end{array}$	$\begin{array}{r} 42 \overline{)00} \\ 34 \overline{)0} \\ \hline 168 \\ 126 \\ \hline 1428000 \end{array}$
--	---	---

EXERCICIOS

$450 \times 23 = ?$	$8363 \times 20 = ?$	$35000 \times 160 = ?$
$1680 \times 45 = ?$	$952 \times 130 = ?$	$26400 \times 300 = ?$

Fonte: Oliveira (192-, p. 35)

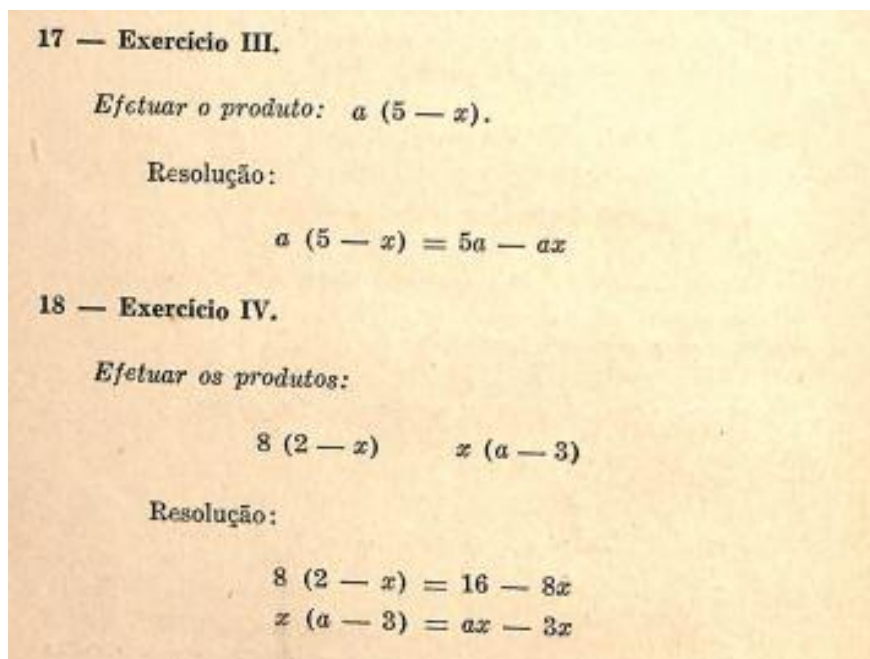
Na Figura 18, o autor propõe dois casos para abreviar multiplicação, quando os números têm o algarismo zero. Embora à primeira vista não parece ter a presença de uma álgebra, podemos notar que os casos indicam uma busca por um padrão. Ou seja, busca-se desenvolver a ideia de que toda vez que o algarismo zero aparecer em um número, essa regra será aplicável, tornando-se assim uma regra geral, uma característica algébrica.

Já no segundo manual, temos uma presença um pouco mais explícita da álgebra, já que os próprios autores, Thiré e Mello e Souza (1934), mencionaram pretender abordar aritmética, álgebra e geometria de forma unificada. Nos índices, podemos identificar conteúdos relacionados à álgebra, como monômios, polinômios e equações do 1.º grau. Portanto, notamos que neste manual a álgebra não era apenas um artifício para resolver problemas, ela era o próprio conteúdo.

No que diz respeito ao conteúdo de multiplicação, a abordagem tem semelhanças com o primeiro manual, ao explicar também casos de multiplicação. Quando os números têm o algarismo zero, o manual 2 aborda a álgebra implicitamente, semelhante ao manual 1. No

entanto, no que diz respeito ao uso da álgebra no conteúdo de multiplicação, o manual 2 vai um pouco mais longe, trazendo expressões algébricas, como na Figura 19.

Figura 19 - Expressões Algébricas na Multiplicação



Fonte: Thiré e Souza (1934, p. 56)

Assim, podemos observar que no segundo manual a álgebra já era trazida como um conteúdo próprio, como uma generalização de que o produto de um número pela diferença é a diferença deste número multiplicado pelo minuendo e subtraendo, a ferramenta algébrica torna-se uma facilitadora do processo. Assim, a álgebra marca presença maior no manual 2, mostrando possíveis mudanças na forma de ensino deste saber e uma presença mais forte da álgebra.

Já no terceiro manual, a álgebra pode ser constatada logo no início, pois o primeiro tema a ser trabalhado, noção de conjunto, está inserido no campo algébrico, sendo uma das principais características do MMM. Gouveia e Valente (2023, p. 15), também observaram esta tendência

Do ponto de vista do ideário do MMM, nos anos iniciais escolares, tem-se a precedência da Álgebra, via Teoria de Conjuntos, como elemento estruturante para o tratamento dos demais conteúdos a serem ensinados na aritmética. O Movimento, em suas propostas, rompendo com a precedência da Aritmética, advoga que, ao princípio, os alunos sejam levados a estabelecerem relações entre conjuntos.

Como Gouveia e Valente (2013) citam, a teoria dos conjuntos vem primeiro, pois ela se torna a base para os demais conteúdos. Depois que o manual insere o conteúdo de conjuntos, ele segue uma estrutura aritmética semelhante ao apresentado desde o ensino intuitivo (Gouveia; Valente, 2023).

Curiosamente, quando olhamos para o conteúdo de multiplicação não há a presença de letras para simbolizar números desconhecidos como nos manuais anteriores. Neste manual, quando olhamos para além da introdução com a teoria dos conjuntos, notamos não haver nenhuma forma explícita de álgebra, mas sim, a intenção de formar uma base para que futuramente os alunos possam se desenvolver algebricamente. Ou seja, no manual 3, as autoras buscaram trabalhar aspectos como a estrutura das operações, a observação de padrões e regras (Figura 20), mas sem de fato utilizar a álgebra de forma explícita.

Figura 20 – Exercício para observação de padrões com o Valor do Lugar

10 — No cartaz Valor de Lugar estão representados alguns fatos. Quais os seus resultados?

	unidades
	☐ ☐ ☐
	☐ ☐ ☐

$2 \times 3 =$

	unidades
	☐ ☐
	☐ ☐

$2 \times 2 =$

Nota: — Levar o aluno a perceber que a ordem dos fatores não altera o produto.

$2 \times 3 = 6$ equivale $3 \times 2 = 6$

Fonte: Ferreira e Carvalho (196-, p. 129)

Na Figura 20, podemos ver que as autoras indicavam que os professores deveriam levar os alunos a perceber a comutatividade da multiplicação, ou seja, é a busca por uma regra geral da multiplicação, assim começando a introduzir aspectos algébricos.

Percebemos, então, que, nos manuais escolhidos para essa pesquisa, a álgebra vem se mostrando mais com o passar do tempo, saindo de um instrumento para resolver problemas aritméticos no ensino intuitivo para a abertura do ensino escolar de matemática na matemática moderna. Embora o manual 3 indicasse uma presença mais implícita da álgebra em relação aos anteriores, devemos lembrar que ela era indicada como uma das bases para o ensino da

matemática, através da teoria dos conjuntos, portanto, em nossas análises, compreendemos que sua importância aumentou com o passar do tempo, primeiro adentrando o currículo matemático como um conteúdo a ser trabalhado e depois se tornando um de seus alicerces.

Então, concluímos que a álgebra se fez presente nos manuais de outras épocas, no ensino primário. Nem sempre como foco, mas ainda assim esteve lá como um instrumento para auxiliar na época do ensino intuitivo; ganhou seu próprio espaço, na era da Escola Nova; e se tornou uma peça fundamental durante o período da matemática moderna. Portanto, podemos dizer que a álgebra é parte fundamental da matemática, seu papel pode ser alterado para se adequar às necessidades da sociedade, mas não desaparecerá dos currículos, mesmo que não possamos vê-la de forma explícita, vestígios algébricos ainda podem ser encontrados.

Deste modo, o Quadro 1 ilustra os principais conhecimentos interpretados a partir da análise de cada um dos manuais:

Quadro 1- **Análise de conhecimentos**

ANÁLISE DE CONHECIMENTOS A PARTIR DAS OBSERVAÇÕES SOBRE AS INFORMAÇÕES COMPARADAS
(Manual 1) Conhecimento algébrico para ensinar a resolver problemas de multiplicação Análise do uso de noções algébricas, como termo desconhecido, ou método gráfico, para resolver pequenos problemas – denominado pelo autor de “vantajoso método”. Estratégia principal: Um do “método gráfico” para resolver problemas em especial da vida cotidiana.
(Manual 2) Conhecimento algébrico para compreensão da estrutura da multiplicação e outras operações as chamadas regras. Análise do uso de estruturas algébricas a partir da generalização de operações aritmética – foco em métodos para instigar o aluno a generalizar operações Estratégias principais: Regras e casos generalizados a partir das operações e de exercícios propostos. Problemas gerais.
(Manual 3) Conhecimento elementar das noções algébricas.

Análise do uso de conceitos algébricos na base escolar visando instigar na criança a comparação, a correspondência, a decomposição, a equivalência, identificação de padrões.

Estratégias principais: Observações de padrões, relações e correspondências a partir de exercícios e problemas propostos com uso de figuras comuns à realidade da maioria das crianças. Exercícios e problemas envolvendo conjuntos.

Fonte: Elaborado pelas pesquisadoras

A partir dos conhecimentos interpretados, conseguimos então sistematizar como se apresenta a matemática do ensino, e a álgebra do ensino como podemos observar no quadro 2.

Quadro 2- Sistematização

SISTEMATIZAÇÃO DE SABERES ARTICULAÇÃO ENTRE MATEMÁTICAS A E PARA ENSINAR (MATEMÁTICA DO ENSINO)		
Uma matemática para ensinar a resolver problemas	Uma matemática a ensinar com uso de termos desconhecidos	Matemática do ensino com foco nos problemas do cotidiano
Uma matemática para ensinar a generalizar operações	Uma matemática a ensinar generalizações	Matemática do ensino com foco na generalização da aritmética
Uma matemática para ensinar uma álgebra elementar	Uma matemática a ensinar conceitos algébricos elementares	Matemática do ensino com foco na álgebra a partir de elementos de conjuntos e suas relações
SISTEMATIZAÇÃO DE (VESTÍGIOS) DE UMA ÁLGEBRA DO ENSINO		
Uma álgebra para ensinar a resolver problemas	Uma álgebra a ensinar com o uso de termo desconhecido	<i>Uma álgebra do ensino com foco nos problemas, números desconhecidos</i>
Uma álgebra para ensinar a generalizar operações	Uma álgebra a ensinar para generalizar	<i>Uma álgebra do ensino com foco no cálculo das operações usando a estratégia de generalizar</i>

Uma álgebra para ensinar elementos da álgebra	Uma álgebra a ensinar de elementos de conjuntos e suas relações	<i>Uma álgebra do ensino com foco na teoria dos conjuntos e no ensino de elementos e suas relações</i>

Fonte: Elaborado pelas pesquisadoras deste trabalho

Portanto, pudemos observar que o manual 1 vai trazer uma matemática para ensinar a resolver problemas com termos desconhecidos, constituindo uma matemática do ensino para resolver problemas do cotidiano. Já o manual 2, tem uma matemática mais voltada para a generalização de operações, caracterizando uma matemática do ensino focada em generalizar operações aritméticas e cálculos aritméticos. Por fim, no manual 3, temos a matemática voltando seu olhar para a álgebra elementar, trabalhando com conceitos algébricos a partir da teoria dos conjuntos, assim temos uma matemática do ensino com foco na teoria dos conjuntos e no ensino de elementos e suas relações. Dessa maneira, uma álgebra do ensino que vai se transformando.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com a intenção de buscar vestígios de álgebra em manuais do século XX, esta pesquisa se propôs a elaborar um Itinerário como produto educacional que contribuísse com a coleta de informações presentes nos manuais, interpretação de conhecimentos a partir das informações e sistematização de saberes a partir desses conhecimentos.

O nosso primeiro passo foi realizar a seleção dos manuais, em que houvesse um conteúdo comum que explorasse as noções algébricas. Dessa forma, optamos por buscar três manuais em épocas distintas, para que contemplassem características de diferentes vagas pedagógicas Ensino Intuitivo, Escola Nova e o Movimento da Matemática Moderna, pois isto poderia possibilitar o estudo das transformações de uma *álgebra do ensino* ao longo tempo.

Após a escolha dos manuais, foi o momento de desenvolver o produto educacional. Assim, optamos por elaborar o Itinerário, de forma que nos permitisse coletar as informações para buscar vestígios de álgebra. Para isso, pesquisamos sobre os saberes do ensino e sobre a matemática do ensino, e tomamos como base os elementos da matemática do ensino (Valente, 2020). Assim, construímos o Itinerário de modo que possibilitasse observar os conhecimentos implícitos e explícitos de cada manual e, a partir deles, caracterizar saberes.

Ler e interpretar os manuais requer uma leitura atenta e uma base de conhecimentos, assentada nos aspectos da História da Educação Matemática. Apesar de o Itinerário ser elaborado de forma clara, as participantes não dispunham de uma formação mais robusta para preenchê-lo, o que pode ter sido a causa de uma análise menos aprofundada por parte delas.

Entretanto, a partir do conhecimento que dispunham, foram capazes de perceber que os manuais continham uma grande quantidade de informações, explícitas e implícitas. As explícitas eram aquelas facilmente identificadas, como nome dos autores, edição, editoras etc.; as implícitas, por sua vez, eram aquelas que poderiam ser inferidas e interpretadas, por isso a necessidade de um aporte teórico-metodológico robusto para essa interpretação. Esse exercício proporcionou às futuras professoras a possibilidade de olhar para os manuais pedagógicos sob outra perspectiva, de maneira mais crítica.

Foi esse aporte, aliado a esse novo olhar, tanto da pesquisadora que vos escreve quanto das participantes, que possibilitou o alcance dos três objetivos da pesquisa que aqui relembramos: 1) Identificar manuais pedagógicos de períodos distintos com a presença de noções algébricas no ensino de aritmética, mais precisamente no ensino de multiplicação; 2) Interpretar vestígios de elementos algébricos presentes no ensino de aritmética nos manuais pedagógicos, verificando convergências e distanciamentos ao compará-los; 3) Sistematizar, a

partir das convergências e dos distanciamentos interpretados sobre os elementos algébricos no ensino de aritmética (multiplicação), vestígios da articulação de uma *álgebra a ensinar* com uma *álgebra para ensinar*, mais especificamente uma *álgebra do ensino*.

Assim com o auxílio do Itinerário e os referenciais teórico-metodológicos, observamos que, mesmo quando o foco do trabalho era aritmético, como na época do ensino intuitivo, havia vestígios da álgebra nos manuais analisados, sendo ela utilizada principalmente como uma ferramenta para resolver problemas mais difíceis. Dessa maneira, sistematizamos uma *álgebra para ensinar* a resolver problemas aritméticos e uma *álgebra a ensinar* concentrada no uso de termos desconhecidos, neste caso uma álgebra do ensino com foco nos problemas e nos números desconhecidos.

Ao passarmos às análises do manual inserido em tempos de Escola Nova, identificamos uma mudança no panorama da álgebra. Embora ela fosse utilizada ainda como instrumento, começava a se mostrar presente como conteúdo. Assim, temos uma *álgebra para ensinar* para generalizar e uma *álgebra a ensinar* centrada na busca por padrões e generalizações das operações, o que nos fez sistematizar uma álgebra do ensino com foco na cálculo das operações por meio de estratégias de generalização.

A mudança mais perceptível em relação à presença da álgebra, entretanto, ocorreu em tempos de Matemática Moderna. A necessidade de uma matemática mais rigorosa e abstrata fez com que a álgebra começasse a entrar em cena desde os primeiros anos escolares. A introdução da noção de conjuntos no ensino primário mostrava que uma *álgebra para ensinar* a álgebra elementar passava a marcar presença e, ao mesmo tempo, uma *álgebra a ensinar* com foco na noção de conjuntos, se destaca, levando-nos à sistematização de uma álgebra do ensino com foco na teoria dos conjuntos e no ensino de elementos e suas relações.

Durantes nossas análises, foi possível perceber como a álgebra ou mesmo as noções algébricas apresentadas nos manuais foram se transformando com o passar do tempo, algo que a História da educação matemática nos permite, ou seja, ampliar o olhar para as diferentes configurações da matemática do ensino. Além disso percebemos o quão complexo é exercer a profissão de professor/a/pesquisador/a. Desde a busca por documentos e informações até a necessidade de ampliar seus conhecimentos teórico-metodológicos antes de analisar qualquer fonte de pesquisa, é preciso sempre ter ética e responsabilidade na busca por respostas da sua questão de pesquisa de modo que ela realmente contribua para a disseminação de saberes objetivados.

Ao longo da pesquisa, observamos que, para fazer interpretações de nossas fontes, foi preciso compreender aspectos relacionados à sua produção, bem como do contexto histórico

das épocas em que foram elaboradas, o que exigiu um exercício de leitura, interpretação e releitura. Ou seja, a busca pelos conhecimentos contidos nos manuais, utilizados na pesquisa exigiu mais do que simplesmente ler as informações dispostas neles, foi preciso interpretá-las e compreendê-las como construções de sua própria época, marcadas por nuances que expressavam características do ensino de matemática em outros tempos.

Embora esse processo seja trabalhoso, destacamos a importância da História da educação matemática na trajetória acadêmica do professor que ensina matemática, que vai além de conhecer o passado, mas também ensinar os discentes a lidarem com fontes históricas, documentos de outras épocas, realizar análises aprofundadas e construiu uma rede de informações necessária à compreensão dos processos históricos relacionados ao ensino de matemática.

Como pesquisadora, tive a oportunidade de perceber as transformações da matemática escolar no decorrer do tempo, o que me tornou uma professora mais crítica em relação à matemática escolar e o ao seu currículo da matemática. Esse percurso também me permitiu compreender de maneira mais ampla, a importância de articular o presente ao passado para interpretar as transformações ocorridas no ensino de matemática.

Esperamos que o Itinerário, produto educacional dessa pesquisa, possa servir de ferramenta tanto para docentes de diferentes níveis de ensino, quanto para outros pesquisadores interessados em compreender as finalidades de um manual ou livro didático e as transformações que sofreu ao longo do tempo.

REFERÊNCIAS

- AGUIAR, Kelly Nunes. **O uso e a compreensão da linguagem algébrica por estudantes do 3.º ciclo**. 2019. Dissertação (Mestrado em Educação / Didática da Matemática) – Universidade de Lisboa, Instituto de Educação, 2019.
- ALMEIDA, Jadilson Ramos de; SANTOS, Marcelo Câmara dos. Pensamento algébrico: em busca de uma definição. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 6, n. 10, p. 34-60, 2017. Disponível em: <https://periodicos.unespar.edu.br/rpem/article/view/6055>. Acesso em: 17 nov. 2025.
- ARRUDA, Joseane Pinto de. **Histórias e práticas de um ensino na escola primária: marcas e movimentos da matemática moderna**. 2011. Tese (Doutorado em Educação Científica e Tecnológica) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2011.
- BERTICELLI, Danilene Gullich Donin; FELISBERTO, Lidianne Gomes dos Santos; PINTO, Neuza Bertoni. Uma *matemática a ensinar*, 1920-1960. In: VALENTE, Wagner Rodrigues; BERTINI, Luciane de Fátima (org.). **A matemática do ensino: por uma história do saber profissional, 1870-1960**. Campinas, SP: Pontes Editora, 2022. p. 123-151.
- BERTINI, Luciane de Fatima; MORAIS, Rosilda dos Santos; VALENTE, Wagner Rodrigues. **A matemática a ensinar e a matemática para ensinar: novos estudos sobre a formação de professores**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.
- BITENCOURT, Daiane Venâncio. **Early álgebra na perspectiva do livro didático**. 2018. 126 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) -Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus/BA, 2018.
- BLOCH, Marc. **Apologia da história ou o ofício do historiador**. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2001.
- BRANCO, Neusa; PONTE, João Pedro da. Articulação entre pedagogia e conteúdo na formação inicial de professores dos primeiros anos: uma experiência em álgebra. In: **Práticas Profissionais dos Professores de Matemática** (João Pedro da Ponte). Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. p. 379-405.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Documento Curricular para Goiás Ampliado: Educação Infantil e Ensino Fundamental**. Goiás, 2020.
- BÚRIGO, Elizabete Zardo. **Movimento da Matemática Moderna no Brasil: estudo da ação e do pensamento de educadores matemáticos nos anos 60**. 1989. 293 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1989.
- BURKE, Peter. **O que é história do conhecimento?** São Paulo: Editora Unesp, 2016.

CAMARA, Alessandra; PINTO, Neuza Bertoni. Uma *matemática para ensinar*, 1920-1960. In: VALENTE, Wagner Rodrigues; BERTINI, Luciane de Fátima (org.). **A matemática do ensino**: por uma história do saber profissional, 1870-1960. Campinas, SP: Pontes Editora, 2022. p. 153-189.

CANAVARRO, Ana Paula. O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. **Quadrante**, v. 16, n. 2, p. 81-118, 2007. Disponível em: <https://revistas.rcaap.pt/index.php/quadrante/article/view/22816>. Acesso em: 21 fev. 2025.

CARVALHO, Mariana de Lima; MAIA, Lucas Eduardo de Oliveira; VASCONCELOS, Francisco Henrique Lima. A formação docente em álgebra voltada para os anos iniciais à luz da BNCC: uma revisão sistemática de literatura. **Cuadernos de Educación y Desarrollo – QUALIS A4**, [S. l.], v. 16, n. 7, p. e4983, 2024. DOI: 10.55905/cuadv16n7-150. Disponível em: <https://ojs.cuadernoseducacion.com/ojs/index.php/ced/article/view/4983>. Acesso em: 17 nov. 2025.

CHERVEL, André. **L'histoire des disciplines scolaires. Réflexions sur un domaine de recherche**. Tradução de Paulo Ricardo da Silva Rosa. In: *Histoire de l'éducation*, n° 38, 1988. p. 59-119.

CHOPPIN, Alain; BASTOS, Tradução Maria Helena Camara. O historiador e o livro escolar. **Revista História da Educação**, [S. l.], v. 6, n. 11, p. 5–24, 2012. Disponível em: <https://seer.ufrgs.br/index.php/asphe/article/view/30596>. Acesso em: 17 nov. 2025.

CHOPPIN, Alain. História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte. **Educação e pesquisa**, v. 30, p. 549-566, 2004. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/ep/a/GNrKGpgQnmdcxwKQ4VDTgNQ/?lang=pt>. Acesso em: 11 nov. 2025.

CIRÍACO, Klinger Teodoro. Para além da aritmética: por uma algebrização do currículo dos primeiros anos. **Pesquisas e Práticas Educativas**, v. 1, e202006, 2020. Disponível em: https://epf.unesp.br/pepe/index.php/pepe/article/view/38?utm_source=chatgpt.com. Acesso em: 16 nov. 2025.

CYRINO, Márcia Cristina de Costa Trindade; DE OLIVEIRA, Hélia Margarida. Pensamento algébrico ao longo do Ensino Básico em Portugal. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 24, n. 38, p. 97-126, 2011.

DA SILVA, Maria Célia Leme; VALENTE, Wagner Rodrigues. Uma breve história do ensinar e aprender matemática nos anos iniciais: uma contribuição para a formação professores. **Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, São Paulo, v. 15, n. 4, p. 857-871, 2013. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/17750>. Acesso em: 10 jan. 2026.

FERREIRA, Tosca; CARVALHO, Henriqueta de. **Curso completo de Matemática Moderna para o Ensino Primário**. Vol. 1. [S. l.]: [s.n.], s.d. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/158565>. Acesso em: 17 nov. 2025.

FERREIRA, Miriam Criez Nobrega; RIBEIRO, Miguel; RIBEIRO, Alessandro Cruues. Conhecimento matemático para ensinar álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental. **Zetetiké**, v. 25, n. 3, p. 496-514, 2017. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8648585>. Acesso em: 17 nov. 2025.

FIORENTINI, Dario; OLIVEIRA, Ana Teresa de Carvalho Correa de. O lugar das matemáticas na Licenciatura em Matemática: que matemáticas e que práticas formativas? **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 27, n. 47, p. 917–938, dez. 2013.

FORTALEZA, Francisca Janice dos Santos; MACIEL, Viviane Barros. Uma *matemática para ensinar*, 1870-1920. In: VALENTE, Wagner Rodrigues; BERTINI, Luciane de Fátima (org.). **A matemática do ensino**: por uma história do saber profissional, 1870-1960. Campinas, SP: Pontes Editora, 2022. p. 65-122.

GARNICA, Antonio Vicente Marafioti; SOUZA, Luzia Aparecida de. **Elementos de história da educação matemática**. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2012.

GHEMAT-BR. **Glossário**. São Paulo, 2016. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/158952>. Acesso em: 28 fev. 2026.

GODOI, Anieli Joana de; COSTA, David Antonio da. Saberes em transformação na matemática moderna: os cadernos escolares de alunos do ensino primário (1960-1969). **Revista de História da Educação Matemática**, ano, v. 6, 2020. Disponível em: <https://histemat.com.br/index.php/HISTEMAT/article/view/301>. Acesso em: 15 nov. 2025.

GOUVEIA, Relicler Pardim. **A matemática moderna na formação de professores da Secretaria Municipal de São Paulo (SMSP), 1960-1970**: processos e dinâmicas de constituição de novos saberes. 2023. 166 f. Tese (Doutorado em Ciências) - Universidade Federal de São Paulo, Escola de Filosofia, Letras e Ciências Humanas, Guarulhos, 2023.

GUINDO, Luciani Coelho. **Elementos da história do ensino de matemática no Colégio Nossa Senhora Auxiliadora entre 1930 a 1970 no Sul do Mato Grosso Uno**. 2018. 174 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Matemática, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande – MS, 2018.

HOFSTETTER, Rita, SCHNEUWLY, Bernard. Saberes: um tema central para às profissões do ensino et da formação. In: HOFSTETTER, R.; WAGNER, R.V. (org.). **Saberes em (trans) formação**: tema central da formação de professores. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017. p. 63–102.

JANDREY, Diogo Ferreira; DOS SANTOS, Edilene Simões Costa. Saberes para ensinar frações no ensino primário no movimento da matemática moderna (1960 a 1970). **Seminário Temático Internacional**, p. 1-15, 2021. Disponível em: <http://anais.ghemat-brasil.com.br/index.php/STI/article/view/65>. Acesso em: 15 nov. 2025.

JULIA, Dominique. A cultura escolar como objeto histórico. Tradução de Gizele de Souza. **Revista brasileira de história da educação**, v. 1, n. 1, p. 9-43, 2001.

JUNGBLUTH, Adriana; SILVEIRA, Everaldo; GRANDO, Regina Celia. A Álgebra no Currículo de Matemática dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: a Voz dos Professores. **Educação Matemática Pesquisa Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, v. 24, n. 1, p. 250-288, 2022.

LEMOS DA ROCHA, Ivone. A álgebra para ensinar aritmética: um novo saber na formação de professores primários para uma sociedade moderna, década de 1910. **Perspectivas em Diálogo: Revista de Educação e Sociedade**, [S. l.], v. 8, n. 16, p. 60–71, 2021.

DOI: [10.55028/pdres.v8i16.10684](https://doi.org/10.55028/pdres.v8i16.10684). Disponível

em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/persdia/article/view/10684>. Acesso em: 6 jun. 2026.

LIBÂNEO, José Carlos. Pedagogia e pedagogos: inquietações e buscas. **Educar em revista**, n. 17, p. 153-176, 2001. Disponível em: http://educa.fcc.org.br/scielo.php?pid=S0104-40602001000100012&script=sci_abstract. Acesso em: 17 nov. 2025.

LIBÂNEO, José Carlos. Metodologias ativas: a quem servem? nos servem? In: LIBÂNEO, José Carlos; ROSA, Sandra Valéria Limonta; ECHALAR, Adda Daniela Lima Figueiredo; SUANNO, Marilza Vanessa Rosa (orgs.). **Didática e formação de professores**: embates com as políticas curriculares neoliberais. Goiânia: Cegraf UFG, 2022, p. 38-46. Disponível em: https://publica.ciar.ufg.br/ebooks/edipe2_ebook/artigo_10.html. Acesso em: 14 nov. 2025

LINS, Rômulo Campos; GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. 4. ed. Campinas, SP: Papirus, 2006.

MACHADO, Benedito Fialho. **Saberes elementares aritméticos em manuais didáticos do curso primário produzidos no Pará (1850 – 1950)**. 2018. 199 f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemáticas) – Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém, 2018.

MACIEL, Viviane Barros. **Elementos do saber profissional do professor que ensina matemática: uma aritmética para ensinar nos manuais pedagógicos (1880–1920)**. 2019. 312 f. Tese (Doutorado em Ciências: Educação e Saúde na Infância e na Adolescência) – Universidade Federal de São Paulo, Escola de Filosofia, Letras e Ciências Humanas, Guarulhos, 2019. Orientador: Wagner Rodrigues Valente.

MATOS, Diego; GIRALDO, Victor; QUINTANEIRO, Wellerson. A cultura matemática mobilizada por licenciandos no contexto de uma disciplina de análise real. **Boletim GEPEM**, [S. l.], n. 70, p. 26–42, 2017.

NACARATO, Adair Mendes; CUSTÓDIO, Iris Aparecida. **O desenvolvimento do pensamento algébrico na Educação Básica**: compartilhando propostas de sala de aula com o professor que ensina (ensinará) Matemática. Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2018.

OLIVEIRA, Tito Cardoso de. **Aritmética complementar**. 8. ed. Belém: Livraria e Casa Editora, s.d. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/163573>. Acesso em: 17 nov. 2025.

OLIVEIRA, Maria Cristina Araújo de. História da educação matemática como disciplina na formação de professores que ensinam Matemática. **Cadernos de História da Educação**, v. 16, n. 3, p. 653-665, 2017. Disponível em: http://educa.fcc.org.br/scielo.php?pid=S1982-78062017000300653&script=sci_abstract. Acesso em: 14 nov. 2025

OLIVEIRA, Marcus Aldenison de; PINHEIRO, Nara Vilma Lima. Uma *matemática a ensinar*, 1870-1920. In: VALENTE, Wagner Rodrigues; BERTINI, Luciane de Fátima (org.). **A matemática do ensino**: por uma história do saber profissional, 1870-1960. Campinas, SP: Pontes Editora, 2022. p. 31-63.

PONTE, João Pedro da. Números e álgebra no currículo escolar. In: ENCONTRO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 14, **Anais [...]**. p. 5-27, 2006.

PONTE, João Pedro da; BRANCO, Neusa; MATOS, Ana. Álgebra no Ensino Básico. **Portugal: Ministério da Educação-BGIdc**, p. 92-115, 2009.

RADFORD, Luis. O ensino-aprendizagem da álgebra na teoria da objetivação. In: MORETTI, Vanessa; RADFORD, Luis (org.). **Pensamento algébrico nos anos iniciais**: diálogos e complementaridades entre a teoria da objetivação e a teoria histórico-cultural. São Paulo: Livraria da Física, 2021. p. 171-195.

ROCHA, Ivone Lemos da. **Álgebra para resolver problemas**: as propostas de Otelo de Souza Reis e Tito Cardoso de Oliveira, década de 1910. 2019. 105 f. Dissertação (Mestrado em Ciências: Educação e Saúde da Infância e Adolescência) – Universidade Federal de São Paulo, Escola de Filosofia, Letras e Ciências Humanas, Guarulhos, 2019. Orientadora: Luciane de Fatima Bertini.

RODRIGUÊS, Jeremias Stein; COSTA, David Antonio da. UMA ÁLGEBRA A ENSINAR NA ESCOLA COMPLEMENTAR CATARINENSE: perspectivas preliminares. **Seminário Temático Internacional**, [S. l.], v. 1, n. 1, p. 1–20, 2021. Disponível em: <https://anais.ghemat-brasil.com.br/index.php/STI/article/view/37>. Acesso em: 6 jun. 2026.

SANTOS, Anderson Oramisio. **Vida, pensamento e obras do professor Júlio Cesar de Mello e Souza Malba Tahan [recurso eletrônico]**: o ensino de matemática no Brasil nas primeiras décadas do século XX. 2019. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Educação. Orientador: Guilherme Saramago de Oliveira.

SANTOS, Anderson Oramisio *et al.* Malba Tahan e os manuais didáticos para ensinar matemática em tempos de escola nova. **Cadernos da FUCAMP**, v. 21, n. 50, 2022. Disponível em: <https://www.revistas.fucamp.edu.br/index.php/cadernos/article/view/2742>. Acesso em: 19 nov. 2025.

SHULMAN, Lee S. **Those who understand: knowledge growth in teaching**. Educational Researcher, Flórida R EUA, v. 15, n. 4, p. 4-14, 1986.

SILVA, Camilla Teixeira; MACIEL, Viviane Barros. Itinerário de observação e análise de manuais pedagógicos para a caracterização de uma *matemática do ensino*. **Revista de História da Educação Matemática**, São Paulo, v. 11, p. 1–16, 2025. DOI: 10.62246/HISTEMAT.2447-6447.2025.11.755. Disponível em: <https://histemat.com.br/index.php/HISTEMAT/article/view/755>. Acesso em: 27 fev. 2026.

SILVEIRA, Renata Feuser; COSTA, David Antonio da; BARBARESCO, Cleber Schaefer. Uma álgebra como objeto histórico no ensino profissional técnico: perspectivas e caracterização. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 28, n. 1, p. 1–23, abr./jun. 2026. DOI: <https://doi.org/10.64856/acta.scientiae.8283>. Disponível em: <https://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/8283>. Acesso em: 6 jun. 2026

SOUZA, Suely Cristina Silva. *O curso fundamental da Reforma Francisco Campos: um olhar sob as instruções pedagógicas do programa de Matemática de 1931*. **Revista HISTEDBR On-line**, Campinas, v. 12, n. 46, p. 325–346, jun. 2012. DOI: 10.20396/rho.v12i46.8640089. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/histedbr/article/view/8640089>. Acesso em: 19 jul. 2026.

SOUZA, Daniella de Paula Pereira. Transição da aritmética para a álgebra: uma abordagem com o uso de regularidades e padrões. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA), 23., 2019, São Paulo. Anais... São Paulo: Universidade Cruzeiro do Sul, *Campus Anália Franco*, 2019.

SOUZA JÚNIOR, Marcílio; GALVÃO, Ana Maria de Oliveira. História das disciplinas escolares e história da educação: algumas reflexões. **Educação e Pesquisa**, [S. l.], v. 31, n. 3, p. 391–408, 2005. DOI: 10.1590/S1517-97022005000300005. Disponível em: <https://revistas.usp.br/ep/article/view/27985>. Acesso em: 6 jun. 2026.

TARDIF, Maurice. **Saberes docentes e formação profissional**. Petrópolis: Vozes, 2002.

THIRÉ, Cecil; SOUZA, Mello e. **Matemática, 1º ano**. 5. ed. 1934. Belém: [s.n.], 1934. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/161623>. Acesso em: 17 nov. 2025.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE JATAÍ. **Guia da inserção curricular da extensão universitária para os cursos de graduação no âmbito da Universidade Federal de Jataí** [recurso eletrônico]. Jataí: UFJ, Pró-Reitoria de Extensão, Cultura e Esporte, 2022. Disponível em: <https://bit.ly/3sasH13>. Acesso em: 30 abr. 2026.

VALENTE, Wagner Rodrigues. História da Educação Matemática: interrogações metodológicas. **Revista eletrônica de educação matemática**, v. 2, n. 1, p. 28-49, 2007. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/12990>. Acesso em: 14 nov. 2025

VALENTE, Wagner Rodrigues. História da educação matemática: considerações sobre suas potencialidades na formação do professor de matemática. **Boletim de Educação Matemática**, v. 23, n. 35A, p. 123-136, 2010. Disponível em: <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10810>. Acesso em: 14 nov. 2025

VALENTE, Wagner Rodrigues. Oito temas sobre História da educação matemática. **REMATEC**. Revista de Matemática, Ensino e Cultura (UFRN), v. 8, p. 22-50, 2013.

VALENTE, Wagner Rodrigues. História da educação matemática nos anos iniciais: a passagem do simples/complexo para o fácil/difícil. **Cadernos de História da Educação**, v. 14, n. 1, p. 357-367, 2015. Disponível em: http://educa.fcc.org.br/scielo.php?pid=S1982-78062015000100357&script=sci_arttext. Acesso em: 15 nov. 2025.

VALENTE, Wagner Rodrigues. A matemática para o professor dos primeiros anos escolares – a álgebra entre a cultura enciclopédica e a formação profissional. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática (JIEEM)**, v. 10, n. 1, p. 8-14, 2017. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/185669>. Acesso em: 17 nov. 2025.

VALENTE, Wagner Rodrigues. Processos de investigação histórica da constituição do saber profissional do professor que ensina matemática. **Acta Scientiae**, v. 20, n. 3, 2018. Disponível em: <http://posgrad.ulbra.br/periodicos/index.php/acta/article/view/3906>. Acesso em: 20 ago. 2025.

VALENTE, Wagner Rodrigues. Programas de ensino e manuais escolares como fontes para estudo da constituição da *matemática para ensinar*. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 12, n. 2, p. 51-63, 2019. Disponível em: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7222062>. Acesso em: 15 nov. 2025.

VALENTE, Wagner Rodrigues. História e cultura em educação Matemática: a produção da *Matemática do ensino*. **REMATEC**, Belém, v. 15, n. 36, p. 164–174, 2020. DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2020.n16.p164-174.id307. Disponível em: <https://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/88>. Acesso em: 2 set. 2025.

VALENTE, Wagner Rodrigues. História da formação do professor que ensina matemática: etapas de constituição da *matemática para ensinar*. **Revista BOEM**, Florianópolis, v. 10, n. 19, p. 10–24, 2022. DOI: 10.5965/2357724X10192022010. Disponível em: <https://www.revistas.udesc.br/index.php/boem/article/view/21698>. Acesso em: 4 jan. 2026.

VALENTE, Wagner Rodrigues; BERTINI, Luciane de Fátima. In: VALENTE, Wagner Rodrigues; BERTINI, Luciane de Fátima. (org.). Sobre a *matemática do ensino* como objeto teórico de pesquisa. **A matemática do ensino: por uma história do saber profissional, 1870 - 1960**. Campinas, SP: Pontes Editora, 2022. p. 19-29.

VALENTE, Wagner Rodrigues. A *matemática do ensino* e os documentos curriculares: história da produção de novos saberes. **Revista de Educação Matemática**, v. 20, n. Edição Especial:, p. e023094-e023094, 2023. Disponível em: <https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/372>. Acesso em: 15 nov. 2025.

VALENTE, Wagner Rodrigues. **Saber objetivado e formação de professores**: reflexões pedagógico-epistemológicas. *História da Educação*, Porto Alegre, v. 23, e77747, p. 1-22, 2019.

ZUIN, Elenice de Souza Lodron. **Propostas para o ensino do sistema métrico no Pará pelas mãos de Tito Cardoso de Oliveira**. *Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas*, Belém, v. 16, n. 36, p. 142–158, jul./dez. 2020. DOI: 10.18542/amazrecm.v16i36.7636.

APÊNDICES**APÊNDICE A****PRODUTO EDUCACIONAL****ITINERÁRIO PARA A ANÁLISE DE MANUAIS PEDAGÓGICOS**

**ITINERÁRIO PARA A ANÁLISE DE
MANUAIS PEDAGÓGICOS**
Produto Educacional

Autoras
Camilla Teixeira Silva
Dra. Viviane Barros Maciel

Jataí – GO
2026



INSTITUTO FEDERAL
Goiás

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
SISTEMA INTEGRADO DE BIBLIOTECAS

TERMO DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAÇÃO NO REPOSITÓRIO DIGITAL DO IFG - ReDi IFG

Com base no disposto na Lei Federal nº 9.610/98, AUTORIZO o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, a disponibilizar gratuitamente o documento no Repositório Digital (ReDi IFG), sem ressarcimento de direitos autorais, conforme permissão assinada abaixo, em formato digital para fins de leitura, download e impressão, a título de divulgação da produção técnico-científica no IFG.

Identificação da Produção Técnico-Científica

- | | |
|---|---|
| ☐ Tese | ☐ Artigo Científico |
| ☐ Dissertação | ☐ Capítulo de Livro |
| ☐ Monografia – Especialização | ☐ Livro |
| ☐ TCC - Graduação | ☐ Trabalho Apresentado em Evento |
| ☒ Produto Técnico e Educacional - Tipo: Guia Metodológico | |

Nome Completo do Autor: Camilla Teixeira Silva

Matrícula: 20241020280024

Título do Trabalho: ITINERÁRIO PARA A ANÁLISE DE MANUAIS PEDAGÓGICOS

Autorização - Marque uma das opções

1. ☒ Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso aberto);
2. ☐ Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG somente após a data ____/____/____ (Embargo);
3. ☐ Não autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso restrito).

Ao indicar a opção **2 ou 3**, marque a justificativa:

- ☐ O documento está sujeito a registro de patente.
☐ O documento pode vir a ser publicado como livro, capítulo de livro ou artigo.
☐ Outra justificativa: _____

DECLARAÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO NÃO-EXCLUSIVA

O/A referido/a autor/a declara que:

- i. o documento é seu trabalho original, detém os direitos autorais da produção técnico-científica e não infringe os direitos de qualquer outra pessoa ou entidade;
- ii. obteve autorização de quaisquer materiais inclusos no documento do qual não detém os direitos de autor/a, para conceder ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás os direitos requeridos e que este material cujos direitos autorais são de terceiros, estão claramente identificados e reconhecidos no texto ou conteúdo do documento entregue;
- iii. cumpriu quaisquer obrigações exigidas por contrato ou acordo, caso o documento entregue seja baseado em trabalho financiado ou apoiado por outra instituição que não o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás.

Jataí, 26/08/2026.

Assinatura do Autor e/ou Detentor dos Direitos Autorais



INSTITUTO FEDERAL
Goiás

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
SISTEMA INTEGRADO DE BIBLIOTECAS

TERMO DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAÇÃO NO REPOSITÓRIO DIGITAL DO IFG - ReDi IFG

Com base no disposto na Lei Federal nº 9.610/98, AUTORIZO o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, a disponibilizar gratuitamente o documento no Repositório Digital (ReDi IFG), sem ressarcimento de direitos autorais, conforme permissão assinada abaixo, em formato digital para fins de leitura, download e impressão, a título de divulgação da produção técnico-científica no IFG.

Identificação da Produção Técnico-Científica

- | | |
|---|---|
| ☐ Tese | ☐ Artigo Científico |
| ☐ Dissertação | ☐ Capítulo de Livro |
| ☐ Monografia – Especialização | ☐ Livro |
| ☐ TCC - Graduação | ☐ Trabalho Apresentado em Evento |
| ☒ Produto Técnico e Educacional - Tipo: Guia Metodológico | |

Nome Completo do Autor: Viviane Barros Maciel

Matrícula: 2450587

Título do Trabalho: ITINERÁRIO PARA A ANÁLISE DE MANUAIS PEDAGÓGICOS

Autorização - Marque uma das opções

1. ☒ Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso aberto);
2. ☐ Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG somente após a data ____/____/____ (Embargo);
3. ☐ Não autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso restrito).

Ao indicar a opção **2 ou 3**, marque a justificativa:

- ☐ O documento está sujeito a registro de patente.
☐ O documento pode vir a ser publicado como livro, capítulo de livro ou artigo.
☐ Outra justificativa: _____

DECLARAÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO NÃO-EXCLUSIVA

O/A referido/a autor/a declara que:

- i. o documento é seu trabalho original, detém os direitos autorais da produção técnico-científica e não infringe os direitos de qualquer outra pessoa ou entidade;
- ii. obteve autorização de quaisquer materiais inclusos no documento do qual não detém os direitos de autor/a, para conceder ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás os direitos requeridos e que este material cujos direitos autorais são de terceiros, estão claramente identificados e reconhecidos no texto ou conteúdo do documento entregue;
- iii. cumpriu quaisquer obrigações exigidas por contrato ou acordo, caso o documento entregue seja baseado em trabalho financiado ou apoiado por outra instituição que não o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás.

Jataí, 26/08/2026.

Assinatura do Autor e/ou Detentor dos Direitos Autorais

**Camilla Teixeira Silva
Dra. Viviane Barros Maciel**

ITINERÁRIO PARA A ANÁLISE DE MANUAIS PEDAGÓGICOS

**Produto Educacional vinculado a dissertação: VESTÍGIOS DE UMA
ÁLGEBRA DO ENSINO: análise de manuais pedagógicos por futuras
professoras**

**JATAÍ
2026**

Autorizo, para fins de estudo e de pesquisa, a reprodução e a divulgação total ou parcial deste trabalho, em meio convencional ou eletrônico, desde que a fonte seja citada.

ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO

Na presente data realizou-se a sessão pública de defesa da Dissertação intitulada **VESTÍGIOS DE UMA ÁLGEBRA DO ENSINO: análise de manuais pedagógicos por futuras professoras**, sob orientação de Viviane Barros Maciel, apresentada pela aluna **Camilla Teixeira Silva (20241020280024)** do Curso **Mestrado Profissional em Educação para Ciências e Matemática (Câmpus Jataí)**. Os trabalhos foram iniciados às **14:00** do dia **30/06/2026** pela Professora presidente da banca examinadora, constituída pelos seguintes membros:

- **Viviane Barros Maciel** (Presidente)
- **Adriana Aparecida Molina Gomes** (Examinadora Interna)
- **Gabriel Luís da Conceição** (Examinador Externo)

A banca examinadora, tendo terminado a apresentação do conteúdo da Dissertação, passou à arguição da candidata. Em seguida, os examinadores reuniram-se para avaliação e deram o parecer final sobre o trabalho apresentado pela aluna, tendo sido atribuído o seguinte resultado:

☒ Aprovado

☐ Reprovado

Nota :

Observação / Apreciações:

Produto Educacional: ITINERÁRIO PARA A ANÁLISE DE MANUAIS PEDAGÓGICOS

Proclamados os resultados pelo presidente da banca examinadora, foram encerrados os trabalhos e, para constar, eu **Viviane Barros Maciel** lavrei a presente ata que assino juntamente com os demais membros da banca examinadora.

Documento assinado eletronicamente por:

- **Gabriel Luís da Conceição**, em **30/06/2026 16:41:35** com chave **b404b38474bb11f19954005056a537a4**.
- **Adriana Aparecida Molina Gomes**, em **30/06/2026 16:42:57** com chave **e4e245fc74bb11f1a857005056a537a4**.
- **Viviane Barros Maciel**, em **30/06/2026 16:35:50** com chave **e65a9a1674ba11f18ec6005056a537a4**.

Este documento foi emitido pelo SUAP. Para comprovar sua autenticidade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse https://suap.ifg.edu.br/comum/autenticar_documento/ e informe os dados a seguir.

Tipo de Documento: Ata de Projeto Final

Data da Emissão: 30/06/2026

Código de Autenticação: fdee72





DESCRIÇÃO TÉCNICA

AUTORIA

Primeiro(a) autor(a): Camilla Teixeira Silva

Segundo(a) autor(a): Viviane Barros Maciel

TÍTULO DO PRODUTO: ITINERÁRIO PARA A ANÁLISE DE MANUAIS PEDAGÓGICOS

PRODUTO VINCULADO À [TESE/DISSERTAÇÃO]: Produto Educacional vinculado à tese intitulada: “VESTÍGIOS DE UMA ÁLGEBRA DO ENSINO: análise de manuais pedagógicos por futuras professoras”

CATEGORIA: Ver tabela no final da página (exemplo: PTT1 – Material didático/instrucional: instrumento de coleta e interpretação de dados)

PÚBLICO ALVO: Indicar o público alvo a que se destina o produto educacional.

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: Ensino de Ciências e Matemática

LINHA DE PESQUISA: Ensino, Aprendizagem e Formação Docente em Ciências e Matemática

FINALIDADE: Este produto educacional tem como objetivo construir um possível caminho para auxiliar professores/as e/ou pesquisadores/as a retirar e interpretar informações de manuais pedagógicos e livros didáticos, em um movimento analítico e comparativo, em busca do que autores do campo da História da educação matemática denominam de “matemática do ensino”

ADERÊNCIA: Adentra a linha de pesquisa Ensino, Aprendizagem e Formação Docente em Ciências e Matemática, como uma pesquisa na perspectiva histórica, se encaixando no campo da História da Educação Matemática

IMPACTO: O produto surgiu a partir da necessidade de coletar, organizar e interpretar informações de manuais pedagógicos. Ele poderá auxiliar outros professores/pesquisadores, a extrair informações de manuais didáticos/livros pedagógicos e adotar uma postura analítica em relação a elas

APLICABILIDADE: O produto pode ser aplicado de forma simples. Além de ser bem intuitivo, há nele uma explicação de termos que dizem respeito aos saberes matemáticos, presença de exemplos e orientações para o auxílio de futuros usuários.

INOVAÇÃO: Considerando que há uma gama enorme de temas que podem ser analisados em manuais pedagógicos/livros didáticos, bem como um aumento de pesquisas no campo da História da Educação Matemática, este produto educacional se mostra como uma forma de auxiliar o caminho para a coleta e interpretação de informações, atuando como um guia mais prático e concreto.

COMPLEXIDADE: O produto pode ser classificado como de média complexidade. Embora seja fácil de compreender e de preencher, algumas partes podem exigir uma base teórica e/ou compreensão e interpretação de informações implícitas nas fontes documentais.

VALIDAÇÃO: Aplicação com estudantes do curso de pedagogia da Universidade Federal de Jataí e aprovação por banca avaliadora da dissertação e produto educacional.

DISPONIBILIDADE: Irrestrita, preservando-se os direitos autorais bem como a proibição do uso comercial do produto.

DIVULGAÇÃO: Em formato digital no repositório institucional:
<https://repositorio.ifg.edu.br/>

FINANCIAMENTO: Não houve financiamento

INSTITUIÇÕES ENVOLVIDAS: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás – Câmpus Jataí e Universidade Federal de Jataí

IDIOMA: Português

CIDADE: Jataí-GO

PAÍS: Brasil

ANO: 2026

ITINERÁRIO PARA A ANÁLISE DE MANUAIS PEDAGÓGICOS

Produto Educacional

Autoras
Camilla Teixeira Silva
Dra. Viviane Barros Maciel

Jataí – GO
2026

CONSIDERAÇÕES INICIAIS DE UM PRODUTO EDUCACIONAL ATEMPORAL

Este produto educacional é fruto de uma dissertação de mestrado desenvolvida, por mim, Camilla Teixeira Silva, orientada pela Prof. Dra. Viviane Barros Maciel, no Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática (PPGECM), do Instituto Federal de Goiás (IFG), Câmpus Jataí, na linha: Ensino, Aprendizagem e Formação Docente em Ciências e Matemática.

A preocupação com a álgebra sempre esteve presente durante os tempos de educação básica e na graduação em Matemática, na Universidade Federal de Jataí (UFJ). Quando aluna e depois professora (peço licença para falar sobre mim em primeira pessoa) usualmente recorria ao livro didático do professor (nomenclatura atual) para ensinar. Os livros destinados ao professor, em tempos anteriores, denominavam-se *Manuais pedagógicos* e o livro do aluno, *manual ou livro didático*, conforme o Glossário do Repositório de Conteúdo Digital (RCD), elaborado pelo Grupo de Estudos e Pesquisas sobre História da Educação Matemática (Ghemat), disponibilizado em 2016¹.

Por elaborar uma pesquisa no campo da História da Educação Matemática volvemos nosso olhar para os manuais pedagógicos e didáticos de outros tempos e contextos.

Assim, vamos explicar melhor como esse produto contribuiu para a escrita da dissertação “Vestígios de uma álgebra do ensino: análise de manuais pedagógicos por futuras professoras” e como foi realizar este primeiro trabalho sobre os saberes profissionais do(a) professor(a) que ensina matemática no IFG/Câmpus Jataí.

Nosso objetivo foi construir um possível caminho para contribuir com professores(as) e/ou pesquisadores(as) para lerem e interpretarem informações, indo, conforme Lévi-Strauss, do “cru” ao “cozido” (Burke, 2016, p.19). A leitura, a coleta e as interpretações de informações e conhecimentos nos manuais pedagógicos e didáticos configuram-se um movimento analítico e comparativo.

No campo da História da Educação Matemática, uma rede de pesquisadores(as) brasileiros(as) têm se debruçado nos estudos sobre os saberes profissionais. Afinal que conjunto de saberes é reivindicado ao professor(a) para ensinar álgebra, por exemplo?

Um leigo responderia: basta a ele ou a ela saber álgebra e ter uma boa didática para ensiná-la. No entanto, os(as) estudiosos(as) dos saberes necessários à docência (Shulmann, 1986; Tardif,

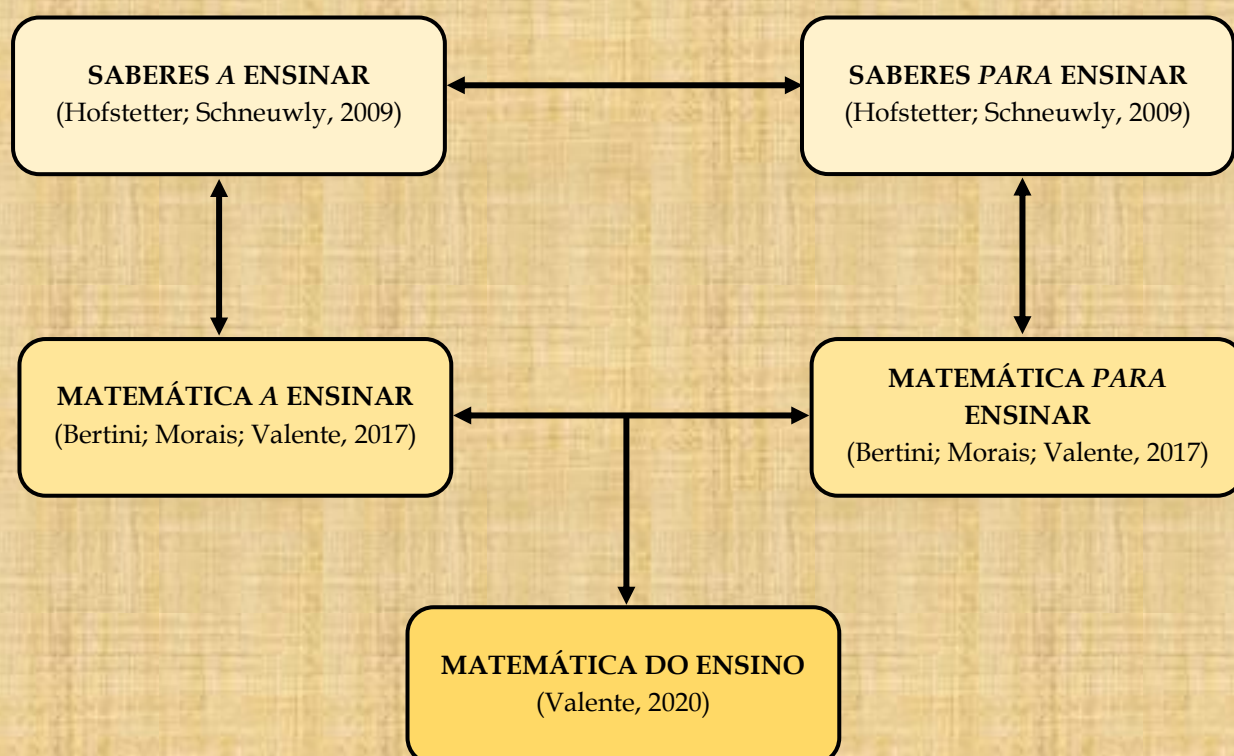
¹ Em 2018 se constituiu Grupo Associado de Estudos e Pesquisas sobre História da Educação Matemática (Ghemat - Brasil)

2002) diriam ser necessário conhecer o currículo ou mesmo os saberes da experiência. De fato, estes são importantes, mas ainda é preciso considerar os saberes como uma produção histórico-social, ou seja, olhar para os diferentes tempos, materiais, sujeitos, instituições, conceitos, enfim... para as diversas *matemáticas do ensino*, expressão cunhada pelo professor Wagner Rodrigues Valente (2020), líder do Grupo Associado de Estudos e Pesquisas sobre História da Educação Matemática (Ghemat-Brasil), visão que se contrapõe à visão estática e de unicidade do ensino de matemática.

As transformações dos saberes *a e para* ensinar matemáticas e das matemáticas *a e para* ensinar (que articuladas foram definidas por matemática do ensino por Valente (2020) (que explicaremos em outra sessão deste produto) têm sido estudadas por pesquisadores(as), como mostram alguma obras de referência: *Saberes: um tema central para às profissões do ensino e da formação* (Hofstetter; Schneuwly, 2017), *A matemática a ensinar e a matemática para ensinar: novos estudos sobre a formação de professores* (Bertini; Moraes; Valente, 2017) e *A matemática do ensino: uma história do saber profissional, 1870-1960* (Valente; Bertini, 2022).

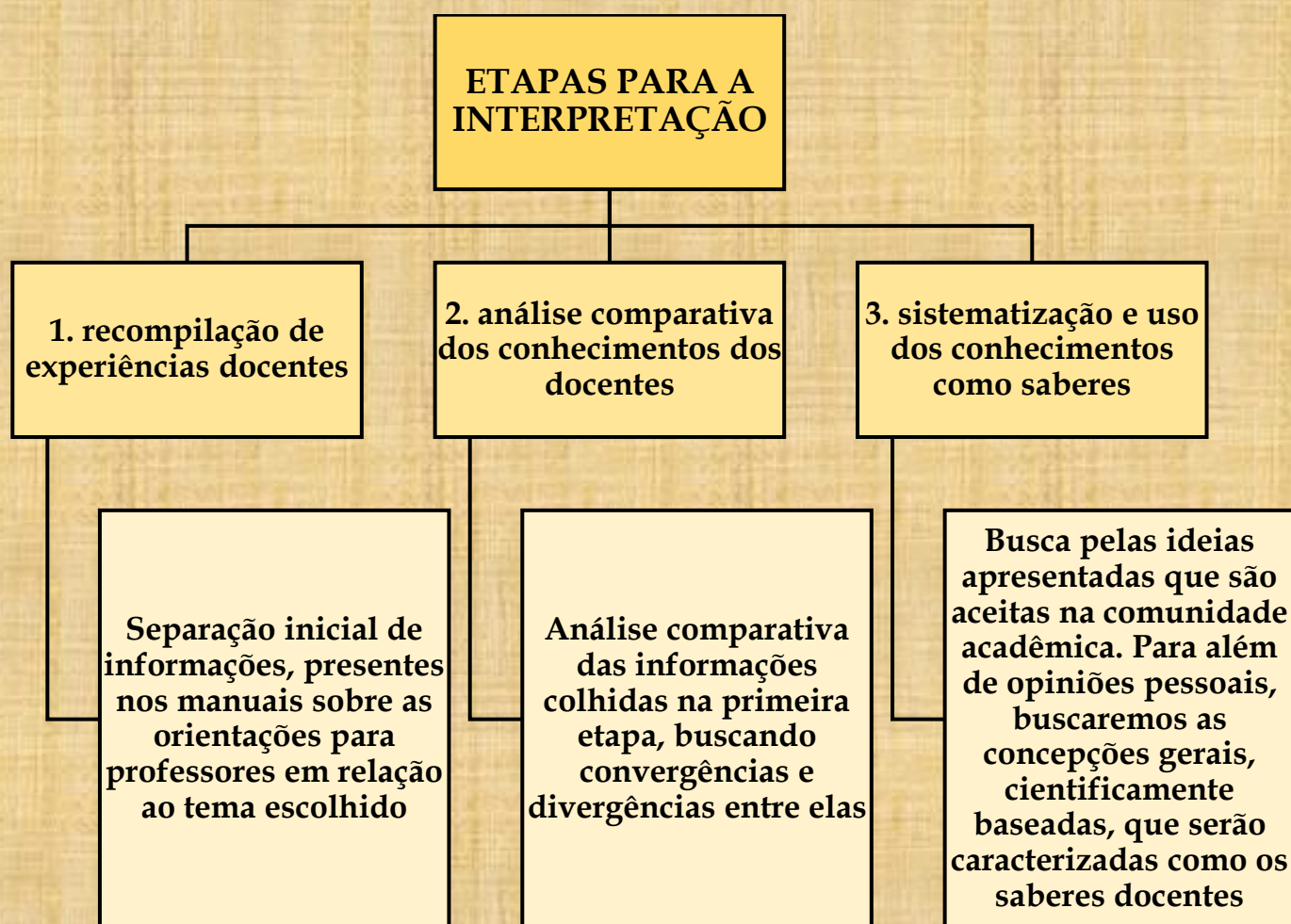
Hofstetter e Schneuwly (2017), autores suíços, explicam que os saberes do ensino e da formação são de dois tipos, *saberes a ensinar* e *saberes para ensinar*. Novamente engana-se quem pensa que isso possa ser reduzido a conteúdos e métodos. Para os estudos que vêm sendo desenvolvidos, especialmente de pesquisadores(as) membros e que já desenvolveram pesquisas no-Ghemat-Brasil, há muito mais do que se imagina nestes saberes e, mais, a eles estão ligadas duas categorias definidas por Bertini, Moraes e Valente (2017) como *matemática a ensinar* e *matemática para ensinar*.

A imagem a seguir pode explicar melhor como tais saberes se relacionam e como deles se decanta a *matemática do ensino*.



Ao ver a importância da compreensão destas transformações e do quanto há detalhes a serem observados e interpretados em um simples manual, buscamos criar um guia que denominamos Itinerário para tornar possíveis as etapas de “recompilação de experiências docentes, análise comparativa dos conhecimentos dos docentes, sistematização e uso dos conhecimentos como saberes.” (Valente, 2018, p. 380), ou seja, a passagem da informação à sua interpretação como um saber sistematizado.

A primeira etapa consistiu na separação inicial de informações, a partir da(s) fonte(s) escolhida(s). No caso desse Itinerário, nossas fontes foram manuais pedagógicos, com orientações para formar o professor. Assim esta etapa foi mais descritiva e intencionou identificar informações a respeito de um determinado tema que se desejava investigar, analisar. Na segunda etapa, a partir da seleção de informações e das orientações identificadas, foi possível constituir um *corpus* analítico de conhecimentos. E por fim, na terceira etapa, com base nesse *corpus* analítico de conhecimentos, buscou-se interpretar os usos de saberes e sistematizá-los.

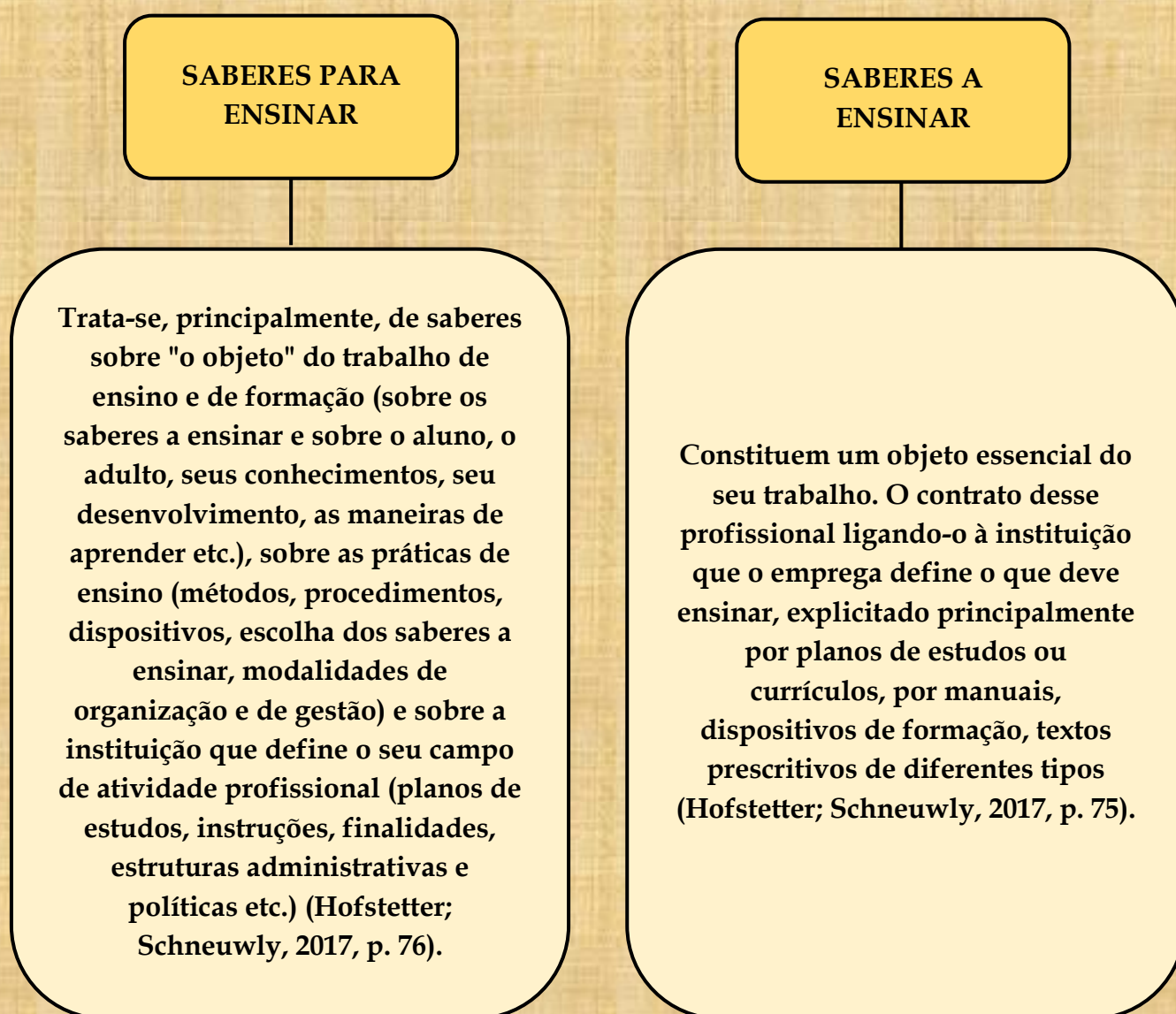


Assim, referenciando-nos no conceito de “matemática do ensino” de Valente (2020) é que pensamos nos elementos principais norteadores das nossas análises, visando lapidar o Itinerário que apresentaremos aqui.

MATEMÁTICA DO ENSINO

Antes de adentrarmos no conceito de *matemática do ensino* (Valente, 2020), precisamos compreender os conceitos de *saberes a e para ensinar* (Hofstetter; Schneuwly, 2017); *matemática a ensinar* e *matemática para ensinar* (Bertini; Moraes; Valente, 2017).

Para Hofstetter e Schneuwly (2017), a profissão docente organiza-se em torno de duas categorias centrais e complementares de saberes: *saberes a ensinar* (o conteúdo, objeto de trabalho do professor e o que deve ser transmitido ao aluno) e os *saberes para ensinar* (as ferramentas, métodos e saberes profissionais usados para viabilizar esse ensino). Melhor explicando:



Com o olhar na matemática do ensino, Valente juntamente com Bertini, Moraes definem duas categorias a partir dos saberes *a* e *para* ensinar, as matemáticas *a* e *para* ensinar. A *matemática a ensinar* compreende desde os conteúdos, os temas, que, muitas vezes, vêm organizados em manuais pedagógicos e livros didáticos para o(a) professor(a) ensinar em sala de aula, até ensinamentos de caráter cultural, participando assim de toda a formação do(a) estudante (Valente, 2019). Ou seja, é tudo aquilo que o estudante deve aprender durante seu período acadêmico. Valente (2019, p. 53) esclarece que:

A constituição de uma matemática a ensinar é dada por processos históricos, revelando-se esse saber devedor, em cada época, das finalidades atribuídas à escola, da pedagogia reinante num dado tempo escolar, das concepções vigentes sobre a matemática, dentre vários outros determinantes.

Já a *matemática para ensinar* está atrelada às ferramentas de trabalho do(a) professor(a) em sua prática docente, como materiais pedagógicos e estratégias de ensino (Valente, 2022). Valente (2022, p. 14) nos fala que a matemática para ensinar é uma “categoria que enfeixa, como se disse, as ferramentas que o futuro docente deverá manejar para o ensino, para o trabalho com uma matemática a ensinar, objeto do ofício pedagógico”.

Como ambas, *matemática a ensinar* e *matemática para ensinar*, fazem parte do processo de formação dos(as) professores(as), então, segundo Valente, é possível chegar a uma *matemática do ensino* e caracterizar seus elementos.

A *matemática do ensino* expressa as relações que se estabelecem entre a *matemática a ensinar* – objeto de trabalho do professor; e a *matemática para ensinar* – ferramenta de trabalho docente. Articuladas e dependentes uma da outra, tais matemáticas afastam-se de uma caracterização disciplinar, levando em consideração os seus processos e dinâmicas de elaboração, por entre tensões sempre presentes entre os campos da educação, da matemática e das práticas profissionais dos docentes (Valente, 2023, p. 4, grifo nosso).

O esquema, a seguir, mostra, de forma resumida, alguns aspectos da *matemática do ensino*.



Para caracterizar a matemática do ensino, Valente (2020) propõe os seguintes elementos: *significado, graduação, sequenciação, exercícios e problemas*.

A validação deste Itinerário foi realizada na dissertação que deu origem a este produto, com professoras do curso de Pedagogia, com a qual buscamos caracterizar uma álgebra do ensino.

ELEMENTOS PARA CARACTERIZAR UMA MATEMÁTICA DO ENSINO

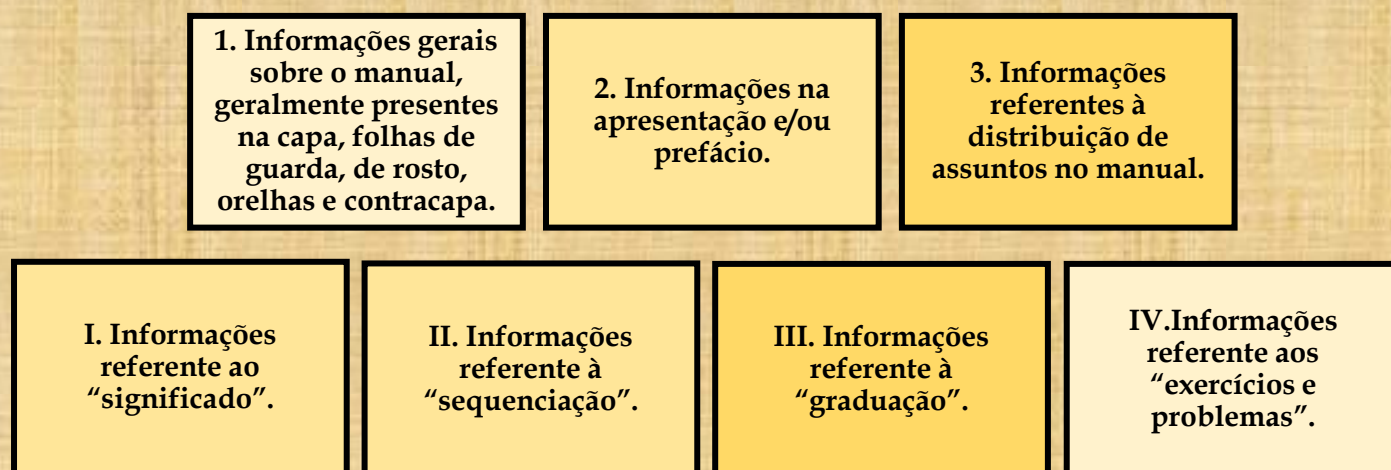
Tendo em conta os elementos que caracterizam a matemática do ensino, segundo Valente (2020) – *significado, sequenciação, graduação, exercícios e problemas* – nosso Itinerário observa:

Significado: entender em cada época como foi introduzido conteúdo e como ele acontece. Que ideia(s) o texto pretende incutir nos alunos em relação ao significado apresentado?

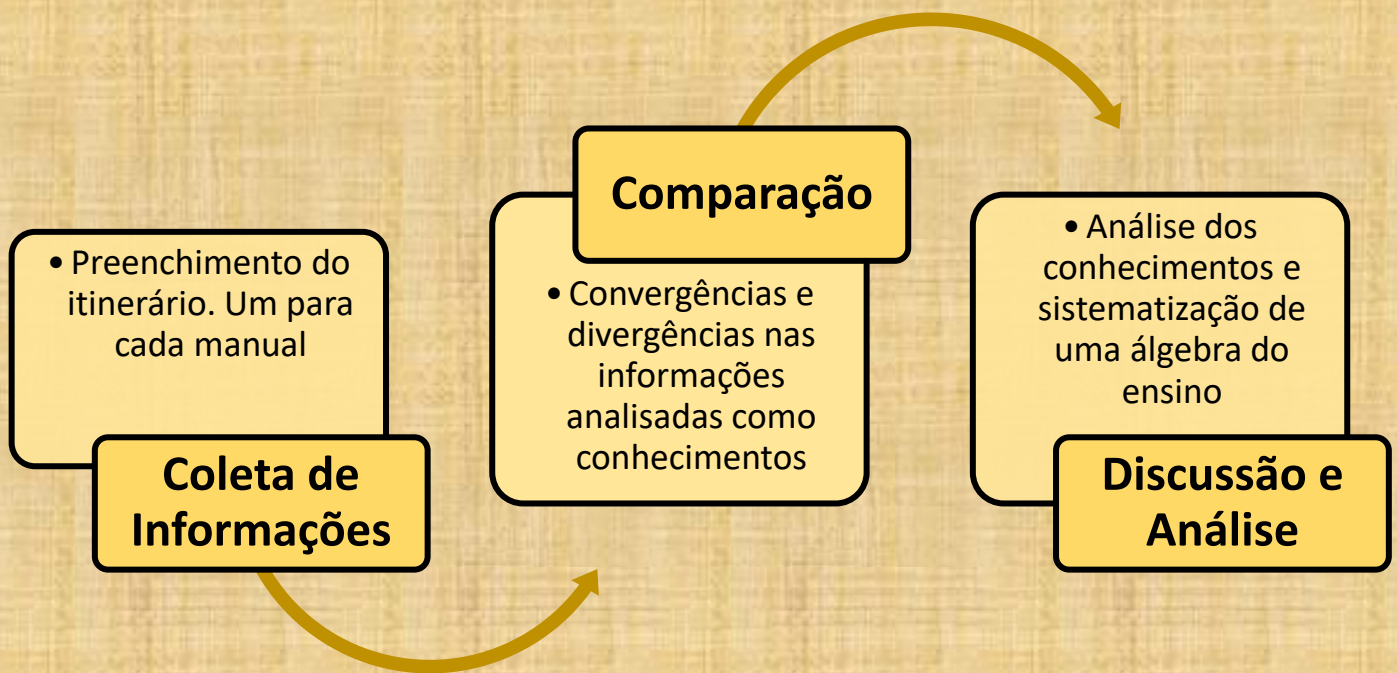
Sequenciação: analisar a localização do tema escolhido. Que conteúdos o antecedem e o seguem posteriormente. Geralmente este conteúdo aparece em outros manuais nesta sequência. Que motivos justificam a sua posição?

Graduação: investigar como o conteúdo investigado se organiza, como é o seu avanço no manual, qual a relação ensino/aprendizagem que podemos interpretar?

Exercícios e problemas: entender que tipo de exercícios são trazidos durante a apresentação do conteúdo no manual? Qual a finalidade deles? Este elemento está localizado na conclusão de cada capítulo, permitindo avaliar as finalidades de seu ensino ou se o capítulo se inicia com um problema ou exercício? O que isso mudaria nas finalidades deles? De acordo com esses questionamentos sobre cada elemento, o Itinerário foi organizado da seguinte maneira:



Lembrando que seguimos três passos:



Vamos ver cada uma destas etapas?!

1. Informações gerais

A seção “*Informações Gerais*” se destina à coleta de informações como título, autoria, ano e local de publicação, editora, público ao qual o livro ou manual se destina, atualizações, conforme documentos oficiais ou destinados a que tipo de instituição etc.

Informações gerais sobre o manual, geralmente presentes na capa, folhas de guarda, de rosto, orelhas e contracapa: Título, subtítulo, autoria, informações sobre o autor (funções que desempenha, locais de trabalho, entre outras), público ao qual o manual se destina, editora, cidade de publicação, ano de publicação, imagens, descrição da materialidade/ou metadados acerca da materialidade, marcas que pessoas que estiveram de posse dele deixaram ou mesmo nomes de livrarias por onde o livro circulou, entre outros elementos específicos que possam contribuir para identificar o manual (Silva; Maciel, 2025, p. 10).

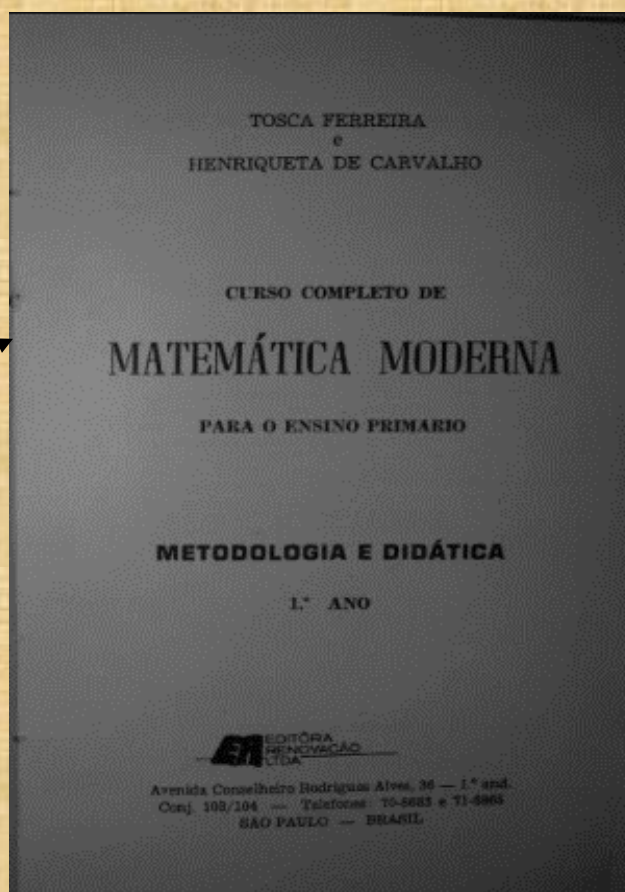
Exemplo: Capa e Contracapa do Curso completo de Matemática Moderna para o Ensino Primário, Volume 1, das autoras Tosca Ferreira e Henriqueta de Carvalho. (<https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/158565>.)



Capa, contendo título e indicação do nível de ensino

Fonte: Ferreira e Carvalho (196-)

Contracapa, contendo informações como a autoria, público-alvo, nível de ensino, subtítulo, editora, endereço da editora.



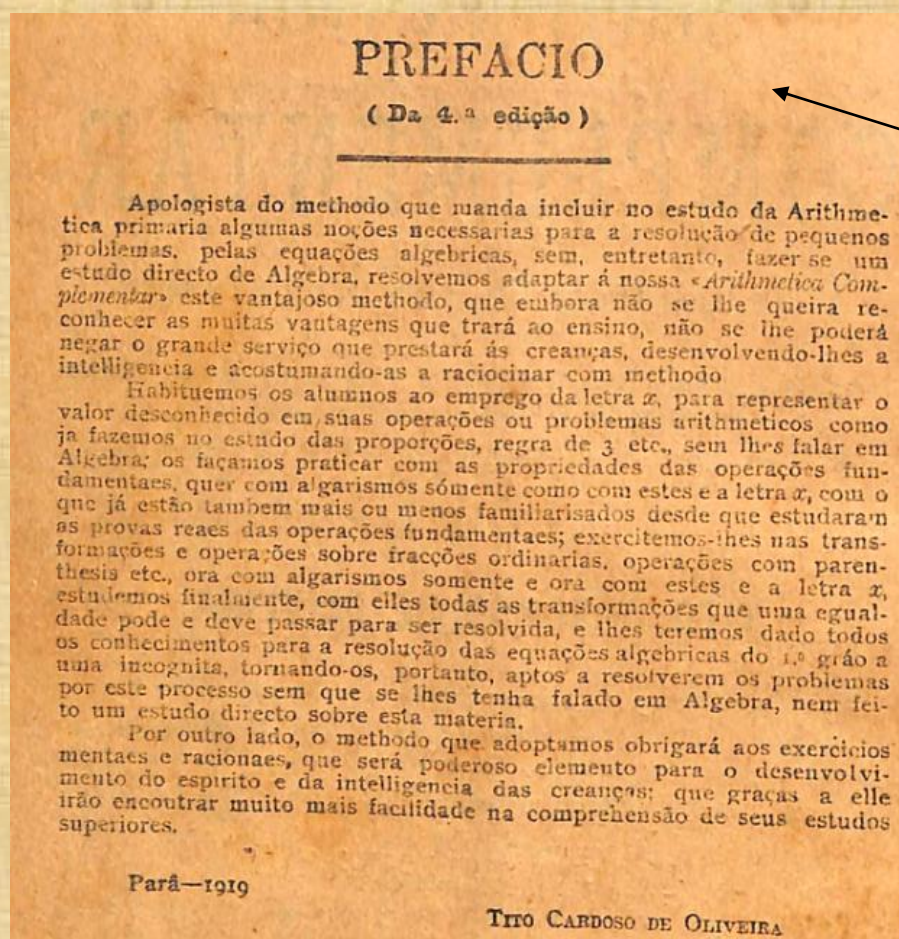
Fonte: Ferreira e Carvalho (196-)

2. Informações na apresentação

O segundo tópico criado foi o “*Informações na apresentação*”. Após a identificação do manual no tópico anterior, buscamos então compreender um pouco mais sobre o contexto em que ele foi criado, abordando assim aspectos históricos de sua época bem como as individualidades de seus autores.

Informações na apresentação e/ou prefácio: autoria; autores de outros manuais; obras; concepções; crenças; propósitos; objetivos; conteúdos; conselhos; provocações; informações sobre o contexto histórico, político, social e cultural; vagas pedagógicas; teorias; leis; decretos; documentos oficiais; outras informações presentes (Silva; Maciel, 2025, p. 10).

Exemplo: Prefácio do *Arithmetica Complementar*, do autor, Tito Cardoso de Oliveira (<https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/163573>.)



Prefácio, contendo informações como objetivos e concepções de ensino e explicações sobre a presença de alguns elementos, como a letra x.

Fonte: Oliveira (192-)

3. Informações sobre a distribuição dos assuntos

O terceiro tópico, “*Informações os sobre a distribuição dos assuntos*”, analisa a estruturação dos manuais, a presença de conteúdos e a distribuição. É a oportunidade de identificar a presença e a localização do tema escolhido.

se houver sumário, observar se a distribuição contempla o tema a ser observado, se o sumário é detalhado, se está ao final ou não, se há glossário, se o sumário explicita o conteúdo ou tema que se busca investigar, se a distribuição de temas é equilibrada com relação ao número de páginas destinadas a cada um deles. Se não houver sumário, relatar como os assuntos estão distribuídos nos manuais, entre outras informações pertinentes (Silva; Maciel, 2025, p. 10).

Exemplo: Índice do Curso completo de Matemática Moderna para o Ensino Primário, Volume 1, das autoras Tosca Ferreira e Henriqueta de Carvalho. (<https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/158565>.)

ÍNDICE	
Noção de Conjunto	33
Número, Numeral, Algarismo	53
Adição e Subtração	99
Multiplicação e Divisão	121
Entrosamento da Matemática com a Língua Pátria, Estudos Sociais, Ciências e Saúde	139
Fatos fundamentais da Multiplicação e Divisão	151
Geometria	173
Recordação	179
Bibliografia	185

Índice de tópicos e subtópicos

Fonte: Ferreira e Carvalho (196-)

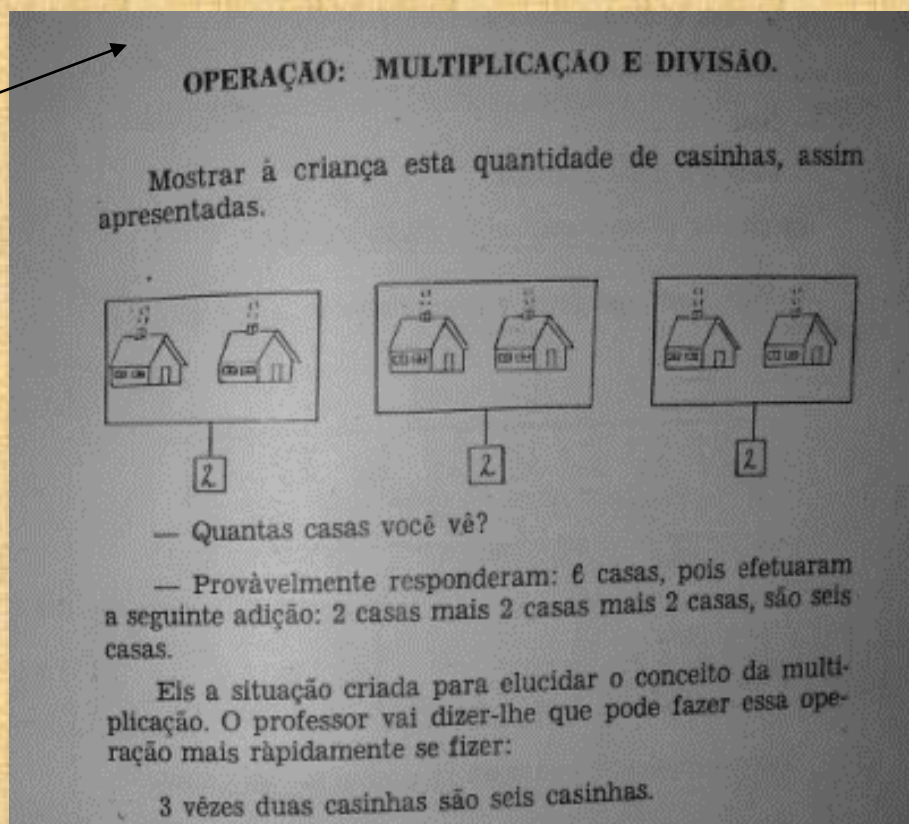
I. Informações relacionadas ao “significado”

No quarto tópico, entramos nos elementos que caracterizam a matemática do ensino. Começamos então pelo “*significado*”, que vai buscar informações sobre a introdução do conteúdo e qual é o significado dele no manual.

observar como o tema é introduzido e os elementos ou estratégias que o autor utiliza para isso; os significados atribuídos pelo autor para o assunto, tema ou conteúdo investigado; observar se há imagens que visam contribuir com a construção do significado, pois se espera que este leve a níveis de sistematização de um conceito” (Silva; Maciel, 2025, p. 10).

Exemplo: Introdução a Multiplicação do Curso completo de Matemática Moderna para o Ensino Primário, Volume 1, das autoras Tosca Ferreira e Henriqueta de Carvalho. (<https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/158565>.)

Podemos observar que as autoras, ao introduzirem a multiplicação, não trazem uma definição, mas usam imagens como artifício para o aluno compreender a operação.



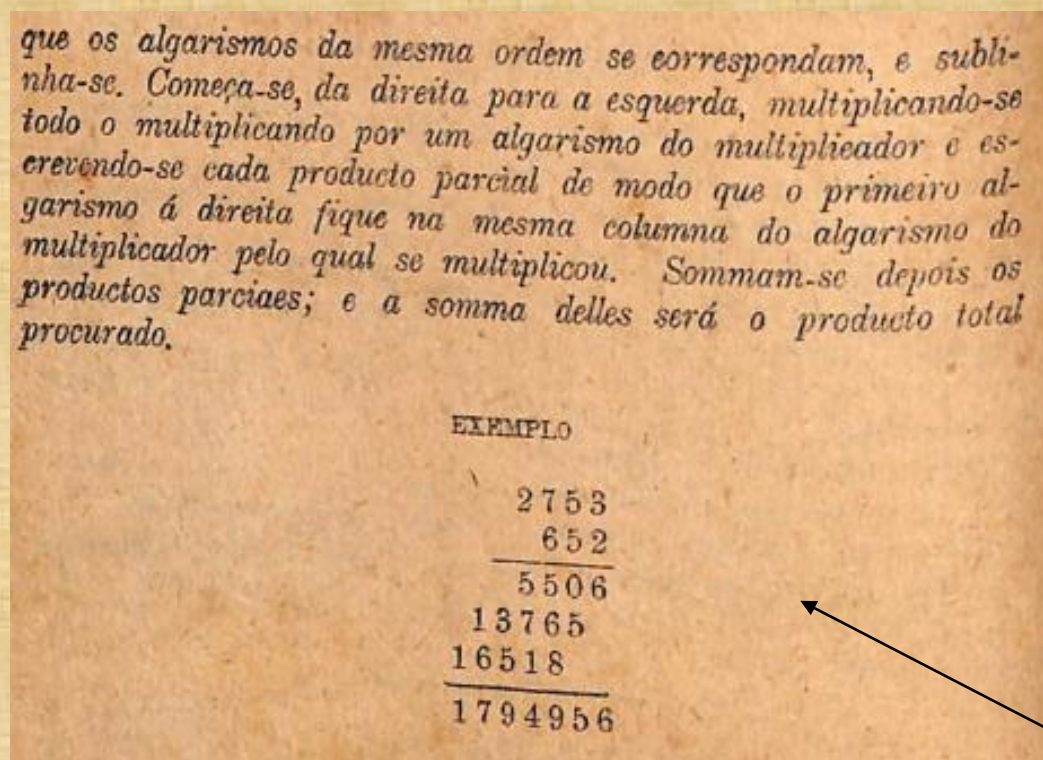
Fonte: Ferreira e Carvalho (196-)

II. Informações sobre a “sequenciação”

O quinto tópico, “sequenciação”, objetiva compreender como o tema escolhido está organizado, se existe uma explicação para a forma como ele foi organizado ou pelas escolhas de onde colocá-lo no manual.

verificar como e onde o tema, assunto ou conteúdo está ordenado; sua localização (o que vem antes e depois dele); se há justificativas para se posicionar naquela sequência; apresentar interpretações a partir da organização e ordenação de temas no manual, destacando elementos que contribuíram para estas (Silva; Maciel, 2025, p. 10).

Exemplos: Explicação da multiplicação do Arithmetica Complementar, do autor, Tito Cardoso de Oliveira. (<https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/163573>.)



Fonte: Oliveira (192-)

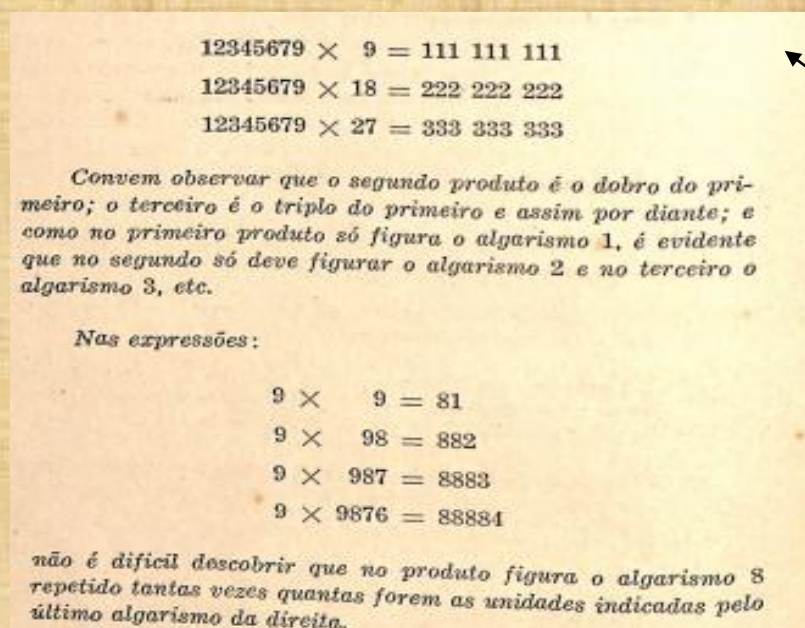
O índice/sumário pode auxiliar na sequenciação, mas nem sempre terá um presente. Assim, analisar o tema escolhido pode auxiliar. Por exemplo, no manual da imagem, a multiplicação necessita do conceito da soma, portanto faz sentido ela vir depois dela na sequência de conteúdos.

III. Informações relativas à “graduação”

O sexto tópico está relacionado a “graduação”, intencionado interpretar quais escolhas o autor faz para abordar o conteúdo, se leva mais tempo em alguma parte ou se tem um cuidado maior com algum aspecto específico.

interpretar concepções de ensino e de aprendizagem a partir das orientações do autor; interpretar a forma como um conjunto de conteúdos a serem ensinados avançam no manual e se encontram organizados, em um olhar mais amplo; apresentar considerações sobre a “marcha de ensino”, ou seja as escolhas do autor e suas ponderações quanto ao encadeamento dos conteúdos tratados naquele tema, entre outros aspectos que se referirem ao zelo do autor ao tratar daquele tema (Silva; Maciel, 2025, p. 10).

Exemplos: Graduação do Matemática, 1º ano, de Cecil Thiré e Mello e Souza. (<https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/161623>.)



Fonte: Thiré e Souza (1934)

A graduação é mostrada, quando analisamos a organização do conteúdo: se há exercícios ou teoria, como são trabalhados. A imagem ao lado mostra um exemplo de texto que sempre aparece no final de cada conteúdo neste manual.

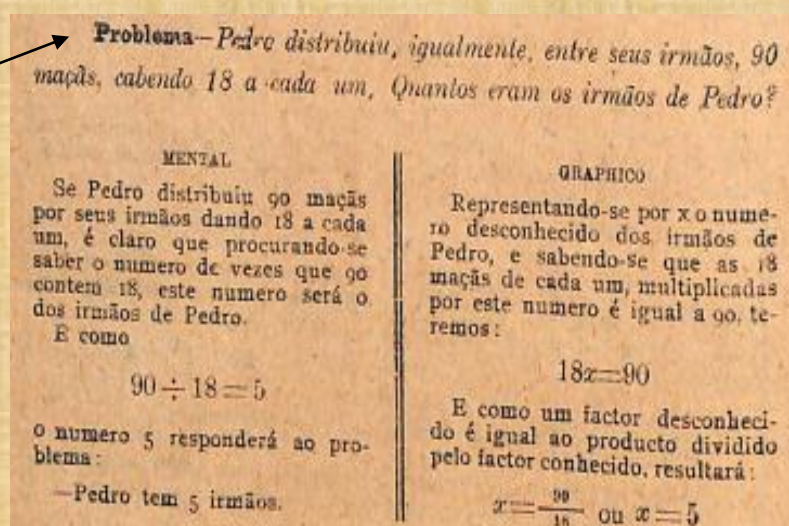
IV. Informações sobre “exercícios e problemas”

O sétimo, e último tópico, “exercícios e problemas”, vai focar na análise dos problemas propostos, observando se existem exercícios, quantidade, frequência e finalidades deles.

Informações referente aos “exercícios e problemas”: analisar o que o autor espera do leitor de seu manual a partir das informações nele presentes; verificar se há ou não algum indício dessa validação no manual; destacar os tipos de exercícios e/ou problemas a partir do ensino do tema, assunto ou conteúdo que se deseja analisar (apresentação, classificação, organização, finalidades); entre outras (Silva; Maciel, 2025, p. 10).

Exemplo: Exercícios de multiplicação do Arithmetica Complementar, do autor, Tito Cardoso de Oliveira. (<https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/163573>.)

Alguns manuais podem utilizar imagens nos exercícios ou, como na figura, o autor mostra duas formas de resolver um problema



Fonte: Oliveira (192-)

Uma vez que essas informações forem preenchidas, poderemos partir para a segunda parte do Itinerário, onde é feita a comparação entre as informações obtidas. Nessa parte, buscamos **identificar** as semelhanças e as diferenças entre cada um dos cinco tópicos anteriores, pois, assim, conseguimos observar alterações e permanências através de cada manual.

Por fim, nas páginas seguintes constam cada um dos tópicos e informações solicitadas que queremos coletar. Este Itinerário nos auxiliou em nossa pesquisa e acreditamos que pode vir a ser útil para outras pessoas que estejam interessadas em analisar manuais pedagógicos.

UM ITINERÁRIO PARA TE ORIENTAR: roteiro de observações e questionamentos

1. INFORMAÇÕES GERAIS

Geralmente as informações gerais sobre o manual estão presentes na capa, folhas de guarda, de rosto, orelhas e contracapa. Preencha todas as informações que você puder encontrar no manual... Você pode completá-las, se achar necessário.

- a. Título e Subtítulo:
- b. Autoria:
- c. Informações sobre o autor (funções que desempenha, locais de trabalho, entre outras):
- d. Público ao qual o manual se destina:
- e. Editora:
- f. Cidade de publicação:
- g. Ano de publicação:
- h. Imagens:
- i. Descrição da materialidade/ou metadados acerca da materialidade (características materiais):
- j. Marcas que pessoas que estiveram de posse dele deixaram:
- k. Nomes de livrarias por onde o manual circulou
- l. Outros elementos específicos que possam contribuir para identificar o manual.

2. INFORMAÇÕES REFERENTES À APRESENTAÇÃO E/OU AO PREFÁCIO DO MANUAL

Dentre as informações na apresentação ou prefácio o que consegue observar sobre:

- a. Presença de prefácio e/ou apresentação:
- b. Autoria:
- c. Autores citados de outros manuais:
- d. Obras citadas:
- e. Concepções:
- f. Crenças:
- g. Propósitos:
- h. Objetivos:
- i. Conteúdos:
- j. Conselhos:
- k. Provocações:
- l. Informações sobre o contexto histórico:
- m. Informações sobre o contexto político:
- n. Informações sobre o contexto cultural:
- o. Menciona-se a vaga pedagógica? Qual?
- p. Aspectos teóricos implícitos/explicitos:
- q. Aspectos metodológicos implícitos/explicitos:
- r. Leis, decretos, programas de ensino ou documentos oficiais citados:
- s. Outras informações presentes:

Professores(as) e Pesquisadores(as), antes de entregar o Itinerário é imprescindível discutir com os(as) estudantes alguns conceitos ou mesmo definições, como concepções, crenças, provocações, aspectos teóricos, metodológicos, vagas pedagógicas, leis, decretos, programas de ensino. Alguns destes conceitos podem ser encontrados no Glossário do Ghemat-Brasil, no link <https://ghemat-brasil.com.br/rcd/>.

3. INFORMAÇÕES REFERENTES À DISTRIBUIÇÃO DE ASSUNTOS NO MANUAL

Sobre a distribuição dos assuntos nos manuais:

3.1. Há sumário ou lista de assuntos?

- a. Como encontra-se organizado/a? Como é feita a distribuição de assuntos?
- b. O sumário é detalhado?
- c. Está ao final ou no início do manual? Antes e depois de qual assunto ou conteúdo?
- d. Há um glossário no manual, guia de termos, ou guia de pesquisa em ordem alfabética ao final do manual?
- e. O sumário explicita o conteúdo ou tema que se busca investigar?
- f. Qual a distribuição de páginas para cada assunto?
- g. A distribuição de temas é equilibrada com relação ao número de páginas destinadas a cada um deles?
- h. Outros assuntos a destacar:

3.2. Se não houver sumário ou lista de assuntos:

- a. Relatar como os assuntos estão distribuídos nos manuais trazendo informações como a distribuição de conteúdo e páginas para cada assunto.
- b. Outras informações pertinentes:

Tema/Assunto/Conteúdo investigado: _____

I. INFORMAÇÕES REFERENTES AO “SIGNIFICADO”

- a. Tema, assunto ou conteúdo investigado:
- b. Como o tema, assunto ou conteúdo investigado é introduzido? (Elementos ou estratégias que o autor utiliza para isso). Comente detalhadamente.
- c. Significados atribuídos pelo autor para o assunto, tema ou conteúdo investigado:
- d. Há imagens que visam contribuir com a compreensão do significado? Pode detalhar e falar mais sobre cada uma delas? Sobre suas finalidades no manual e relações dessas com o contexto cultural e pedagógico?
- e. O autor usa algum exemplo? Como isso é feito?
- f. Outras informações a serem destacadas:

[illegible]

II. INFORMAÇÕES REFERENTES À “SEQUENCIACÃO”

- Como o tema, assunto ou conteúdo está ordenado e em que posição se localiza no manual?
- O que vem antes e depois do tema, assunto ou conteúdo investigado?
- Há justificativas para o tema, conteúdo ou assunto investigado se posicionar naquela sequência? (apresente interpretações a partir da organização e ordenação do tema no manual, destacando elementos que contribuíram para isso)
- Geralmente o tema, conteúdo ou assunto aparece na sequência apresentada, ou em outra? Comente.
- Outras informações pertinentes:

This image shows a single sheet of white paper with horizontal blue ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins or other markings on the paper.

III. INFORMAÇÕES REFERENTES À “GRADUAÇÃO”

- Interpretar concepções de ensino e de aprendizagem a partir das orientações do autor (qual a ideia de ensino e aprendizagem):
- Interpretar a forma como o tema ou o assunto ou o conteúdo a ser ensinado avança no manual:
- Como o tema ou assunto ou conteúdo se encontra organizado no decorrer das páginas?
- Apresentar considerações sobre a “marcha de ensino”, ou seja, as escolhas do autor e suas ponderações quanto ao encadeamento do tema.
- Outros aspectos que se referem ao zelo do autor, ao tratar daquele tema:

This image shows a single sheet of white paper with horizontal blue ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

IV. INFORMAÇÕES REFERENTES AOS “EXERCÍCIOS E PROBLEMAS”

- Há exercícios e/ou problemas no manual? Como se dá essa distribuição no manual e quanto ao assunto, tema ou conteúdo estudado?
- Como os exercícios e/ou problemas são apresentados?
- Como os exercícios e/ou problemas são classificados? (os demais tópicos seguem esta classificação?)
- Como os exercícios e/ou problemas são organizados? (os demais tópicos seguem esta organização?)
- Quais são as finalidades dos exercícios e/ou problemas identificados? Ou seja, qual o objetivo do autor com esses exercícios e/ou problemas na sua opinião? Isso fica explícito no texto?
- O que o autor espera validar com os exercícios e/ou problemas propostos?

This image shows a single sheet of white paper with horizontal blue or grey ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

V. CRUZAMENTO DE INFORMAÇÕES

Objetivo: Buscando caracterizar uma matemática do ensino, pediremos que comparem as informações que retiraram dos manuais. É importante conhecer o contexto de cada época, observar aspectos sociais, políticos, culturais, as relações dos autores com editoras e instituições de ensino, entre outros, para identificar as semelhanças e as diferenças/ ou aos distanciamentos entre os manuais.

1. Em relação as informações gerais dos manuais (Época, autoria, público alvo, local, etc.):

a. Semelhanças:

b. Diferenças/distanciamentos:

2. Informações na apresentação/prefácio (Objetivos, cenários políticos, históricos e social, vaga pedagógica, etc.):

a. Semelhanças:

b. Diferenças/distanciamentos:

3. Informações referentes à distribuição de assuntos:

a. Semelhanças:

b. Diferenças/distanciamentos:

4. Informações referentes ao “significado”:

a. Semelhanças:

b. Diferenças/distanciamentos:

c. Por que você acha que há essas semelhanças ou diferenças?

5. Informações referentes à “sequência”:

a. Semelhanças:

b. Diferenças:

- c. Por que você acha que há essas semelhanças ou diferenças?

6. Informações referentes à “graduação”:

- a. Semelhanças:
- b. Diferenças:
- c. Por que você acha que há essas semelhanças ou diferenças?

7. Informações referentes a “exercícios e problemas”:

- a. Semelhanças:
- b. Diferenças:
- c. Por que você acha que há essas semelhanças ou diferenças?

***Se preferir, você pode elaborar um quadro comparativo:**

QUADRO COMPARATIVO		
Informações	Semelhanças	Diferenças/distanciamentos
1. Gerais		
2. Apresentação/prefácio		
3. Distribuição de assuntos		
TEMA:		
Informações	Semelhanças	Diferenças/distanciamentos
I. Significado		
II. Sequência		
III. Graduação		

IV. Exercícios e Problemas		

Agora, você pode tentar agrupar o que organizou no quadro comparativo e analisar cada uma das comparações, tentando extrair conhecimentos. Os conhecimentos serão categorias capazes de representar o comparativo analisado. Vamos colocar no quadro a seguir alguns exemplos do que consta na dissertação que deu origem a este produto educacional.

QUADRO DE ANÁLISE DE CONHECIMENTOS
(Manual 1²) Conhecimento algébrico para ensinar a resolver problemas de multiplicação Análise do uso de noções algébricas, como termo desconhecido, ou método gráfico, para resolver pequenos problemas – denominado pelo autor de “vantajoso método”. Estratégia principal: Uso do “método gráfico” para resolver problemas, em especial da vida cotidiana
(Manual 2³) Conhecimento algébrico para compreensão da estrutura da multiplicação e outras operações as chamadas regras Análise do uso de estruturas algébricas a partir da generalização de operações aritmética – foco em métodos para instigar o aluno a generalizar operações Estratégias principais: Regras e casos generalizados a partir das operações e de exercícios propostos. Problemas gerais.
(Manual 3⁴) Conhecimento elementar das noções algébricas Análise do uso de conceitos algébricos na base escolar visando instigar na criança a comparação, a correspondência, a decomposição, a equivalência, identificação de padrões. Estratégias principais: Observações de padrões, relações e correspondências a partir de exercícios e problemas propostos com uso de figuras comuns à realidade da maioria das crianças. Exercícios e problemas envolvendo conjuntos.

Fonte: Elaborado pelas pesquisadoras deste trabalho.

² Manual 1: Arithmetica Complementar, de Tito Cardoso de Oliveira, 192?.

³ Manual 2: Matemática, 1º ano, de Cecil Thiré e Mello e Souza, 1934.

⁴ Manual 3: Matemática Moderna para o Ensino Primário – Vol. 1, de Tosca Ferreira e Henriqueta de Carvalho, 196?.

Somente depois das análises comparativas de conhecimentos é que buscamos caracterizar as *matemáticas a e para ensinar*; e *álgebras a e para ensinar* e suas respectivas articulações.

SISTEMATIZAÇÃO DE SABERES ARTICULAÇÃO ENTRE MATEMÁTICAS A E PARA ENSINAR (MATEMÁTICA DO ENSINO)		
Uma matemática para ensinar a resolver problemas	Uma matemática a ensinar com uso de termos desconhecidos	Matemática do ensino com foco nos problemas do cotidiano
Uma matemática para ensinar a generalizar operações	Uma matemática a ensinar generalizações	Matemática do ensino com foco na generalização da aritmética
Uma matemática para ensinar uma álgebra elementar	Uma matemática a ensinar conceitos algébricos elementares	Matemática do ensino com foco na álgebra elementar
SISTEMATIZAÇÃO DE (VESTÍGIOS) DE UMA ÁLGEBRA DO ENSINO		
Uma álgebra para ensinar a resolver problemas	Uma álgebra a ensinar com o uso de termo desconhecido	Uma álgebra do ensino com foco nos problemas, números desconhecidos
Uma álgebra para ensinar a generalizar operações	Uma álgebra a ensinar para generalizar	Uma álgebra do ensino com foco no cálculo das operações usando a estratégia de generalizar
Uma álgebra para ensinar elementos da álgebra	Uma álgebra a ensinar de elementos de conjuntos e suas relações	Uma álgebra do ensino com foco na teoria dos conjuntos e no ensino de elementos e suas relações

Fonte: Elaborado pelas pesquisadoras deste trabalho.

Veja que o quadro anterior possui duas partes. Na primeira parte, organizamos as interpretações sobre as matemáticas *para ensinar* na primeira coluna, as matemáticas *a ensinar* na segunda coluna, e na terceira coluna a *matemática do ensino* lida a partir da articulação dos resultados da primeira

com a segunda coluna. Na segunda parte fizemos o mesmo exercício buscando vestígios de uma *álgebra do ensino*. Seja qual for o saber, ao vislumbrar uma sistematização é importante tentar fazer este movimento. Claro que você fica livre para sugerir etapas que contribuam para deixar este modelo de Itinerário ainda mais completo, mesmo por que a sua questão e as fontes escolhidas podem te levar a caminhos inusitados! Bons estudos!

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Apresentamos aqui um Itinerário para auxiliar na análise de manuais pedagógicos que também pode ser expandido para livros didáticos (bastando para isso pequenos ajustes). Ele foi elaborado, refinado e validado, como um produto educacional de uma dissertação de mestrado em Educação para Ciências e Matemática. Durante nossa pesquisa, ele se mostrou necessário para que pudéssemos fazer uma coleta de informações organizada e objetiva, levando as futuras professoras a perceberem vários elementos que este importante objeto cultural (Choppin, 2012) carrega e em partes podem ser interpretados.

O Itinerário foi elaborado visando ser um guia na coleta, na descrição, na comparação e na interpretação das informações rumo à caracterização de saberes, portanto é composto por tópicos que nos levam a extrair dos manuais pedagógicos elementos que são necessários para compreender como a matemática *a* e *para ensinar* encontram-se articulada em cada um deles, de modo a caracterizar uma *matemática do ensino*.

Com este guia, o(a) leitor(a), professor(a) ou pesquisador(a) pode realizar um mapeamento das informações que são de suma importância dentro de um determinado tema, pois ajuda-lhes a compreender aspectos relativos ao contexto social, histórico e cultural da época em que o manual pedagógico foi publicado e também quais eram as características dele e os objetivos que os autores tinham ao elaborá-lo. Ao obtermos essas informações, conseguimos por meio da análise comparativa de conhecimentos e da sistematização deles caracterizar as matemáticas *a* e *para ensinar*, o que por sua vez nos mostrará a direção para a *matemática do ensino*.

Além disso, a estruturação de informações, proporcionadas pelo Itinerário, facilita para que, na análise de mais de um manual pedagógico, seja possível compreender as mudanças e as permanências que ocorreram entre as épocas ou até mesmo entre edições.

Assim, foi possível observarmos as características do que determinamos, na dissertação, como *álgebra para ensinar*, *álgebra a ensinar* e *álgebra do ensino*. Colocamos, como exemplo, os quadros com nossas constatações, podendo assim notar melhor a construção da álgebra ao longo do tempo.

Conseguimos perceber a passagem da álgebra de uma ferramenta para ensinar multiplicação, para uma álgebra como seu próprio conteúdo e sua própria definição, tornando-se algo a ser ensinado por si mesmo e não apenas como um facilitador para resolver outros problemas. Portanto, o Itinerário nos permitiu compilar, analisar e comparar informações de forma que pudéssemos começar mostrar a caracterização do que compreendemos como *álgebra do ensino*.

Após a validação do produto, conseguimos observar como ele contribuiu para as futuras professoras do curso de Pedagogia terem um olhar mais amplo e crítico para os manuais pedagógicos e livros didáticos. Isto pode ser percebido quando elas se demonstraram surpresas com o número de informações que podem ser extraídas do manual e como é possível interpretá-las e associá-las ao contexto histórico e social da época.

Por fim, esperamos que este Itinerário possa ser utilizado por (futuros(as)) professores(as), mesmo de outros cursos e também por pesquisadores (as), pois seus elementos servem de referência para as análises de manuais pedagógicos, contribuindo para organizar e interpretar informações em conhecimentos e sistematizar saberes, fornecendo um caminho para caracterizar as matemáticas a e para ensinar e perceber as transformações numa matemática do ensino (seja ela uma aritmética, álgebra ou geometria do ensino).

Espero que você compartilhe o nosso produto com mais professores(as) e pesquisadores(as) e nos ajude a ampliá-lo e aprimorá-lo a partir de novas experiências, pesquisas, olhares e contribuições.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos aos/às professores/as do PPGECDM/IFG/Câmpus Jataí; à Faculdade de Educação/UFJ; ao Curso de Pedagogia/ UFJ; ao Grupo de Pesquisas e Estudos em Educação Matemática nos Anos Iniciais – GEMAI/CNPq e ao GHEMAT-Brasil.

Sugestões e considerações às autoras, encaminhem para nossos endereços de e-mail:

camilla.teixeirasilva@gmail.com

barrosmaciell@gmail.com ou vivianemaciell@ufj.edu.br

REFERÊNCIAS

- BERTINI, Luciane de Fatima; MORAIS, Rosilda dos Santos; VALENTE, Wagner Rodrigues. **A matemática a ensinar e a matemática para ensinar: novos estudos sobre a formação de professores**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.
- BURKE, Peter. **O que é história do conhecimento?** São Paulo: Editora Unesp, 2016.
- CHOPPIN, Alain; BASTOS, Tradução Maria Helena Câmara. O historiador e o livro escolar. **Revista História da Educação**, [S. l.], v. 6, n. 11, p. 5–24, 2012. Disponível em: <https://seer.ufrgs.br/index.php/asphe/article/view/30596>. Acesso em: 17 nov. 2025.
- GHEMAT. **Glossário**. São Paulo, 2016. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/158952>. Acesso em: 08 fev. 2026.
- FERREIRA, Tosca; CARVALHO, Henriqueta de. **Curso completo de Matemática Moderna para o Ensino Primário**. Vol. 1. [S. l.]: [s.n.], s.d. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/158565>. Acesso em: 17 nov. 2025.
- HOFSTETTER, Rita, SCHNEUWLY, Bernard. Saberes: um tema central para às profissões do ensino et da formação. In: HOFSTETTER, R.; WAGNER, R.V. (org). **Saberes em (trans) formação: tema central da formação de professores**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017. p. 63–102.
- OLIVEIRA, Tito Cardoso de. **Aritmética complementar**. 8. ed. Belém: Livraria e Casa Editora, s.d. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/163573>. Acesso em: 17 nov. 2025.
- SHULMAN, Lee S. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, Flórida R EUA, v. 15, n. 4, p. 4-14, 1986.
- SILVA, Camilla Teixeira; MACIEL, Viviane Barros. Itinerário de observação e análise de manuais pedagógicos para a caracterização de uma matemática do ensino. **Revista de História da Educação Matemática**, São Paulo, v. 11, p. 1–16, 2025. DOI: 10.62246/HISTEMAT.2447-6447.2025.11.755. Disponível em: <https://histemat.com.br/index.php/HISTEMAT/article/view/755>. Acesso em: 27 fev. 2026.
- TARDIF, Maurice. **Saberes docentes e formação profissional**. Petrópolis: Vozes, 2002.
- THIRÉ, Cecil; SOUZA, Mello e. **Matemática, 1º ano**. 5. ed. 1934. Belém: [s.n.], 1934. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/161623>. Acesso em: 17 nov. 2025.
- VALENTE, Wagner Rodrigues. Processos de investigação histórica da constituição do saber profissional do professor que ensina matemática. **Acta Scientiae**, v. 20, n. 3, 2018. Disponível em: <http://posgrad.ulbra.br/periodicos/index.php/acta/article/view/3906>. Acesso em: 20 ago. 2025.

VALENTE, Wagner Rodrigues. Programas de ensino e manuais escolares como fontes para estudo da constituição da matemática para ensinar. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 12, n. 2, p. 51-63, 2019. Disponível em: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7222062>. Acesso em: 15 nov. 2025.

VALENTE, Wagner Rodrigues. História e cultura em educação matemática: a produção da Matemática do ensino. **REMATEC**, Belém, v. 15, n. 36, p. 164-174, 2020. DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141. 2020.n16.p164-174.id307. Disponível em: <https://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/88>. Acesso em: 2 set. 2025.

VALENTE, Wagner Rodrigues. História da formação do professor que ensina matemática: etapas de constituição da matemática para ensinar. **Revista BOEM**, Florianópolis, v. 10, n. 19, p. 10-24, 2022. DOI: 10.5965/2357724X10192022010. Disponível em: <https://www.revistas.udesc.br/index.php/boem/article/view/21698>. Acesso em: 4 jan. 2026.

VALENTE, Wagner Rodrigues. A matemática do ensino e os documentos curriculares: história da produção de novos saberes. **Revista de Educação Matemática**, v. 20, n. Edição Especial:, p. e023094-e023094, 2023. Disponível em: <https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/372>. Acesso em: 15 nov. 2025.

VALENTE, Wagner Rodrigues; BERTINI, Luciane de Fatima (org.). **A matemática do ensino: uma história do saber profissional, 1870-1960**. São Paulo: Universidade Federal de São Paulo; Campinas: Pontes Editores, 2022. Livro eletrônico (PDF). (Coleção Educação e Saúde, v. 1). Disponível em: <https://repositorio.unifesp.br/handle/11600/70378>. Acesso em 16 nov. 2025.

APÊNDICE B - TCLE

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO - TCLE

Você/Sr./Sra. está sendo convidado(a) a participar, como voluntário(a), da pesquisa intitulada “Investigando Vestígios de uma Álgebra do Ensino em Livros Didáticos e Manuais Pedagógicos (1870 - 1970), com Professores do Ensino Fundamental” Meu nome é Camilla Teixeira Silva. Sou a pesquisadora responsável e estou sob a orientação da Prof^{ra}. Dra. Viviane Barros Maciel, junto ao Programa de Pós-graduação em Educação para Ciências e Matemática – Instituto Federal de Goiás – Câmpus Jataí. Minha área de atuação é Educação Matemática. Após receber os esclarecimentos e as informações a seguir, se você aceitar fazer parte do estudo, assine ao final deste documento, que está impresso em duas vias, sendo que uma delas é sua e a outra pertence ao(à) pesquisador(a) responsável. Esclareço que em caso de recusa na participação você não será penalizado(a) de forma alguma. Mas, se aceitar participar, as dúvidas sobre a pesquisa poderão ser esclarecidas pela pesquisadora responsável, via E-mail: camilla.teixeirasilva@gmail.com e, inclusive, sob forma de ligação, mensagem via WhatsApp, através do seguinte contato telefônico: (64) 9 9699-7071. Inclusive com possibilidade de ligação a cobrar. Poderão também entrar em contato com a pesquisadora orientadora Prof. Dra. Viviane Barros Maciel pelo telefone (64) 99972-0525, pelo e-mail: vivianemaciel@ufj.edu.br. Ao persistirem as dúvidas sobre os seus direitos como participante desta pesquisa, você também poderá fazer contato com o **Comitê de Ética em Pesquisa do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás/IFG**, pelo telefone (62) 3612-2239 ou e-mail cep@ifg.edu.br.

1. Informações Importantes sobre a Pesquisa:

- 1.1 O título da pesquisa é: Investigando Vestígios de uma Álgebra do Ensino em Livros Didáticos e Manuais Pedagógicos (1870 - 1970), com Professores do Ensino Fundamental. Ela é uma pesquisa de Mestrado que está sendo desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática do Instituto Federal de Goiás, *Câmpus Jataí*. O principal objetivo dela será analisar, juntamente com os professores que ensinam matemática no Ensino Fundamental, vestígios de uma álgebra do ensino na escola primária, a partir da interpretação das orientações para o ensino e para o ensinar álgebra em livros didáticos e em manuais pedagógicos (1870-1970).
- 1.2 Para esta pesquisa os manuais e livros pedagógicos, bem como todo o material necessário será disponibilizado pelas pesquisadoras. Pediremos produções por escrito e faremos registros escritos e de áudio durante os encontros;
- 1.3 Faremos encontros presenciais, que serão previamente agendados de acordo com a disponibilidade dos participantes e das pesquisadoras.
- 1.4 Os participantes analisarão como a álgebra era apresentada em livros/manuais de outras épocas. Durante os encontros presenciais, teremos momentos para discussões, quando os participantes poderão explanar suas opiniões e ouvir as dos outros e depois teremos momentos escritos para que eles possam registrar suas conclusões.
- 1.5 Os participantes estão livres para se recusar a participar das atividades/produções em qualquer fase da pesquisa;

- 1.6 participantes tem expressa de liberdade de se recusar a responder questões que lhe causem desconforto emocional e/ou constrangimento;
- 1.7 Embora os riscos da pesquisa sejam mínimos, consideramos que os participantes possam ter problemas como cansaço, falta de tempo, imprevistos ou desconforto com alguma das atividades ou discussões. Caso isso aconteça, deixamos claro que os participantes podem recusar a participação em qualquer momento da pesquisa, bem como desistir dela, se assim desejarem;
- 1.8 Essa pesquisa busca trazer como benéficos para os participantes uma visão sobre o ensino-aprendizagem da álgebra ao longo do tempo, fornecendo uma melhor compreensão sobre a estruturação da álgebra como ela se apresenta hoje nas escolas, bem como fornecer uma base de conhecimentos para um olhar crítico para o currículo escolar atual;
- 1.9 Caso ocorra qualquer problema, as pesquisadoras garantem assistência integral, imediata e gratuita aos participantes;
- 1.10 Os participantes não terão despesas em função de sua cooperação com a pesquisa. Todo material será fornecido pelas pesquisadoras;
- 1.11 A divulgação dos resultados da pesquisa será feita através da dissertação de mestrado e artigos científicos. Além disso, os resultados serão divulgados aos participantes da pesquisa;
- 1.12 Os resultados serão divulgados sejam eles favoráveis ou não;
- 1.13 Garantimos que a identidade dos participantes será mantida em sigilo na análise dos resultados;
- 1.14 O participante tem o direito de pleitear indenização (reparação a danos imediatos ou futuros), garantida em lei, decorrentes de sua participação na pesquisa, caso se sinta desrespeitado no sentido de não ter sido respeitado o estabelecido neste termo;

Caso aceite participar da nossa pesquisa, por favor, preencha os campos a seguir:

Eu,, concordo em participar do estudo intitulado “Investigando Vestígios De Uma Álgebra Do Ensino Em Livros Didáticos E Manuais Pedagógicos (1870 - 1970)”. Informo ter mais de 18 anos de idade, e destaco que minha participação nesta pesquisa é de caráter voluntário. Fui, ainda, devidamente informado(a) e esclarecido(a), pelos pesquisadores(a) responsáveis Camilla Teixeira Silva e Viviane Barros Maciel, sobre a pesquisa, os procedimentos e métodos nela envolvidos, assim como os possíveis riscos e benefícios decorrentes de minha participação no estudo. Foi-me garantido que posso retirar meu consentimento a qualquer momento, sem que isto leve a qualquer penalidade. Declaro, portanto, que concordo com a minha participação no projeto de pesquisa acima descrito.

Jataí, de de

() Permito a divulgação das minhas opiniões/conclusões nos resultados publicados da pesquisa;

() Não permito a publicação das minhas opiniões/conclusões nos resultados publicados da pesquisa.

Assinatura por extenso do(a) participante

Camilla Teixeira Silva – Pesquisadora Responsável

Profª. Dra. Viviane Barros Maciel - Pesquisadora Orientadora