

INSTITUTO FEDERAL

Goiás

Câmpus Anápolis

Gabriel Henrique do Nascimento

Análise biobjetivo de roteamento de fluxo em redes com custos dos fluxos e qualidades dos enlaces variados

Anápolis-GO

2022

Gabriel Henrique do Nascimento

Análise biobjetivo de roteamento de fluxo em redes com custos dos fluxos e qualidades dos enlaces variados

Trabalho submetido ao curso de Bacharelado em Ciência da Computação do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás - Câmpus Anápolis como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de Bacharel em Ciência da Computação.

Instituto Federal de Goiás - Câmpus Anápolis

Orientador: Profa. Dra. Kátia Cilene Costa Fernandes

Anápolis-GO

2022

**TERMO DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAÇÃO
NO REPOSITÓRIO DIGITAL DO IFG - ReDi IFG**

Com base no disposto na Lei Federal nº 9.610/98, AUTORIZO o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, a disponibilizar gratuitamente o documento no Repositório Digital (ReDi IFG), sem ressarcimento de direitos autorais, conforme permissão assinada abaixo, em formato digital para fins de leitura, download e impressão, a título de divulgação da produção técnico-científica no IFG.

Identificação da Produção Técnico-Científica

- | | |
|--|---|
| ☐ Tese | ☐ Artigo Científico |
| ☐ Dissertação | ☐ Capítulo de Livro |
| ☐ Monografia – Especialização | ☐ Livro |
| ☒ TCC - Graduação | ☐ Trabalho Apresentado em Evento |
| ☐ Produto Técnico e Educacional - Tipo: _____ | |

Nome Completo do Autor: Gabriel Henrique do Nascimento

Matrícula: 20171060140229

Título do Trabalho: Análise biobjetivo de roteamento de fluxo em redes com custos dos fluxos e qualidades dos enlaces variados.

Autorização - Marque uma das opções

1. (X) Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso aberto);
2. () Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG somente após a data ____/____/____ (Embargo);
3. () Não autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso restrito).

Após indicar a opção **2 ou 3**, marque a justificativa:

- () O documento está sujeito a registro de patente.
() O documento pode vir a ser publicado como livro, capítulo de livro ou artigo.
() Outra justificativa: _____

DECLARAÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO NÃO-EXCLUSIVA

O/A referido/a autor/a declara que:

- i. o documento é seu trabalho original, detém os direitos autorais da produção técnico-científica e não infringe os direitos de qualquer outra pessoa ou entidade;
- ii. obteve autorização de quaisquer materiais incluídos no documento do qual não detém os direitos de autor/a, para conceder ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás os direitos requeridos e que este material cujos direitos autorais são de terceiros, estão claramente identificados e reconhecidos no texto ou conteúdo do documento entregue;
- iii. cumpriu quaisquer obrigações exigidas por contrato ou acordo, caso o documento entregue seja baseado em trabalho financiado ou apoiado por outra instituição que não o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás.

Anápolis-GO, 19 / 12 / 2022.
Local Data

Gabriel Henrique do Nascimento

Assinatura do Autor e/ou Detentor dos Direitos Autorais



Documento assinado digitalmente

GABRIEL HENRIQUE DO NASCIMENTO

Data: 28/05/2025 10:06:42-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

FICHA CATALOGRÁFICA

N244a	NASCIMENTO, Gabriel Henrique do Análise biobjetivo de roteamento de fluxo em redes com custos dos fluxos e qualidades dos enlaces variados / Gabriel Henrique do Nascimento – – Anápolis: IFG, 2022. 49 p. : il. color. Orientadora: Prof. Dra. Kátia Cilene Costa Fernandes. Trabalho de Conclusão do Curso de Ciência da Computação, Instituto Federal de Goiás, Campus Anápolis, 2022. 1. Problema biobjetivo em redes. 2. Redes de computadores. 3. <i>E-constraint</i>. 4. Roteamento de fluxos. 5. Modelo Barabási-Albert I. FERNANDES, Kátia Cilene Costa orien.. II. Título.
CDD 004.6	

Ficha catalográfica elaborada pelo Bibliotecário Matheus Rocha Piacenti CRB1/2992
Biblioteca Clarice Lispector, Campus Anápolis
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás



INSTITUTO FEDERAL
Goiás

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE GOIÁS
CÂMPUS ANÁPOLIS

ATA DA SESSÃO PÚBLICA DE APRESENTAÇÃO E DEFESA DO TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

No 19º dia do mês de dezembro do ano de dois mil e vinte e dois, às 9 horas e 8 minuto, foi realizada a sessão pública de apresentação e defesa do Trabalho de Conclusão de Curso do Graduando **GABRIEL HENRIQUE DO NASCIMENTO** (matrícula 20171060140229) do curso de BACHARELADO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO. A banca foi composta pelos seguintes membros: Kátia Cilene Costa Fernandes, Alexandre Bellezi Jose e Alisson Assis Cardoso, sob a presidência do primeiro. O trabalho de conclusão de curso tem como título "**Análise biobjetivo de roteamento de fluxo em redes com custos dos fluxos e qualidades dos enlaces variados**", da área de Otimização Combinatória, sob orientação da Profa. Kátia Cilene Costa Fernandes. Após a apresentação, tendo sido o autor arguido pela Banca Examinadora, a nota obtida foi 9,0 (nove) e o Trabalho de Conclusão de Curso foi considerado (x) aprovado () aprovado com correções () reprovado pela banca examinadora.

Encerra-se a presente sessão às 9 horas e 34 minutos. Eu, Prof. Kátia Cilene Costa Fernandes, dato e assino a presente ata que segue assinada por todos os membros da Banca e pelo graduando.

(Assinado eletronicamente)

Dra. Kátia Cilene Costa Fernandes

Prof. IFG - Câmpus Anápolis

(Assinado eletronicamente)

Ma. Alexandre Bellezi Jose

Prof. IFG - Câmpus Anápolis

(Assinado eletronicamente)

Dr. Alisson Assis Cardoso

Prof. Universidade Federal de Goiás

(Assinado eletronicamente)

Gabriel Henrique do Nascimento

Orientando

Documento assinado eletronicamente por:

- Gabriel Henrique do Nascimento, 20171060140229 - Discente, em 19/12/2022 14:45:48.
- Alexandre Bellezi Jose, PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO, em 19/12/2022 10:10:15.
- Alisson Assis Cardoso, Alisson Assis Cardoso - 234120 - Professor de computação (no ensino superior) - Ufg (01567601000143), em 19/12/2022 10:10:12.
- Katia Cilene Costa Fernandes, PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO, em 19/12/2022 10:09:23.

Este documento foi emitido pelo SUAP em 10/12/2022. Para comprovar sua autenticidade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse <https://suap.ifg.edu.br/autenticar-documento/> e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 354896

Código de Autenticação: 52d83aead8



Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás
Avenida Pedro Ludovico, s/ nº, Reny Cury, ANÁPOLIS / GO, CEP 75131-457
(62) 3703-3371 (ramal: 3371), (62) 3703-3350 (ramal: 3350)

RESUMO

Este trabalho inicia-se com um estudo sobre otimização multiobjetivo com ênfase em problemas biobjetivo e além disso, métodos para achar a solução desses problemas, dando ênfase no método chamado ϵ -constraint. A proposta é estudar o algoritmo para resolver um problema biobjetivo de roteamento de fluxos em rede, apresentado em (PINTO; FERNANDES; CARDOSO, 2021), considerando os custos de enlaces variados. Esse algoritmo gera um conjunto mínimo completo de soluções Pareto-Ótima. As métricas avaliadas são a cardinalidade desse conjunto mínimo completo, número de iterações e o tempo de execução desse algoritmo. Todas essas métricas serão comparadas tanto para o custo fixo apresentadas no trabalho (PINTO; FERNANDES; CARDOSO, 2021), quanto para os custos variados implementados nesse presente trabalho. O cenário adotado para o roteamento de fluxos é uma rede baseada no modelo Barabási-Albert.

Palavras-chave: Problema biobjetivo em redes, custos e qualidades dos enlaces variados, ϵ -constraint, modelo Barabási-Albert, roteamento de fluxos.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Ilustração de duas funções objetivo conflitantes. Fonte: (NARIÑO; MARTHA, 2014)	14
Figura 2 – Espaço das soluções admissíveis, espaço dos objetivos admissíveis e o grau de dominância em um problema de minimização com duas funções objetivo. Fonte: (HASHIMOTO, 2004)	15
Figura 3 – Dominância de Pareto para um problema de minimização com duas funções objetivo. Fonte: (HASHIMOTO, 2004)	15
Figura 4 – Exemplo de Grafo. Fonte: Próprio Autor.	22
Figura 5 – Modelo de Grafo com conexões aleatórias. Fonte: Próprio Autor.	22
Figura 6 – Modelo de Grafo Barabási-Albert. Fonte: (BARABÁSI, 2009)	24
Figura 7 – Exemplo de uma rede de computadores. Fonte: (TANENBAUM, 2003).	25
Figura 8 – Cardinalidade do conjunto mínimo completo de soluções Pareto-ótimas, considerando múltiplos destinos. Fonte: Próprio Autor.	30
Figura 9 – Cardinalidade do conjunto mínimo completo de soluções Pareto-ótimas, considerando múltiplos destinos, considerando destino único. Fonte: Próprio Autor.	31
Figura 10 – Número de iterações considerando destinos múltiplos. Fonte: Próprio Autor.	33
Figura 11 – Número de iterações considerando destino único. Fonte: Próprio Autor.	34
Figura 12 – Tempo de execução do algoritmo considerando destinos múltiplos. Fonte: Próprio Autor.	36
Figura 13 – Tempo de execução do algoritmo considerando destino único. Fonte: Próprio Autor.	37
Figura 14 – Aumento de custo (%) e diminuição do gargalo considerando destinos múltiplos. Fonte: Próprio Autor.	39
Figura 15 – Aumento de custo (%) e diminuição do gargalo considerando destino único. Fonte: Próprio Autor.	40

Sumário

1	INTRODUÇÃO	9
2	REFERENCIAL TEÓRICO	11
2.1	Problemas de Otimização	11
2.2	Problemas de Otimização Multiobjetivo	12
2.2.1	Soluções Pareto-Ótimas	14
2.2.2	A importância do tomador de decisão	16
2.2.3	Métodos para resolver problemas multiobjetivo	17
2.2.3.1	Métodos de escalarização	18
2.2.3.1.1	Soma ponderada	18
2.2.3.1.2	Método das restrições	18
2.2.4	O modelo biojetivo	19
2.3	Modelo Barabási-Albert	22
2.4	Redes de Computadores	24
3	METODOLOGIA	27
3.1	Cplex Solver	27
4	AVALIAÇÃO COMPUTACIONAL	29
4.1	Análise dos Resultados	29
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	43
	REFERÊNCIAS	45

1 INTRODUÇÃO

Na literatura os estudos às redes sem fio de múltiplos saltos, como as redes de sensores sem fio (RSSF) e as redes mesh sem fio se tornam cada vez mais comum, sendo essas redes essenciais na construção de uma cidade inteligente, um bom roteamento considerando a qualidade dos enlaces é essencial (PINTO; FERNANDES; CARDOSO, 2021).

Muitos desses estudos utilizam a otimização através de problemas biobjetivo, que são uma categoria dos problemas multiobjetivo, para rotear os fluxos numa determinada rede. Também se mostram aplicadas em diversas outras áreas, como em áreas de geração de energia eólica e solar (JURECZKO; MRÓWKA, 2022; AVVARI; M., 2022), na engenharia civil (LIANG, 2022), na física (YOU et al., 2022) e em áreas farmacêuticas (YANG et al., 2022).

Além disso, é possível encontrar diversos problemas biobjetivo de roteamento de fluxos em redes, onde uma função objetivo minimiza o gargalo da rede e a outra minimiza o custo total dos caminhos utilizados para o roteamento (TADAYUKI, 2020) e (FERNANDES, 2019a).

Em (PINTO; FERNANDES; CARDOSO, 2021) é apresentado um modelo de problema biobjetivo que na função gargalo leva em consideração a qualidade de cada enlace e o peso de cada fluxo a ser roteado numa rede. Já, na segunda função objetivo, o intuito é minimizar o custo total do roteamento de todos os fluxos, porém, o custo para cada fluxo atravessar cada enlace foi considerado constante, ou seja, cada custo é igual a 1, para todos os fluxos a serem roteados.

Deste modo, o objetivo geral deste trabalho é estudar os problemas multiobjetivo e biobjetivo, bem como alguns métodos para achar soluções desses tipos de problemas (ULUNGU; TEGHEM, 1994; HANSEN, 1980; FERNANDES, 2019a). Além disso, estudar o modelo de problema biobjetivo, bem como compreender o algoritmo e a implementação para resolvê-lo, apresentado em (PINTO; FERNANDES; CARDOSO, 2021).

Quanto ao objetivo específico, o intuito é expandir essa implementação, variando os custos para os fluxos atravessarem um enlace numa rede baseada no modelo Barabási-Albert. Assim, comparando esses novos resultados das métricas estudadas com os resultados onde esses custos são constantes. O intuito é observar se há diferenças significativas, principalmente, na quantidade de soluções Pareto-ótimas, bem como o tempo de execução do algoritmo, dentre outras métricas apresentadas em (PINTO; FERNANDES; CARDOSO, 2021).

Uma pequena explanação quanto à importância do tomador de decisão em um problema de otimização multiobjetivo é apresentado neste trabalho. Para melhor compreensão nesses tipos de problemas de roteamento de fluxos, houve, também, uma investigação de topologias de rede que representam redes reais, em destaque o modelo Barabási–Albert.

Portanto, faz-se uma análise de como as diferentes condições da rede, como qualidade de enlace, peso dos fluxos e custo para atravessar esses enlaces, influenciam no desempenho geral da tarefa de rotear fluxos na rede.

Neste trabalho o Capítulo 2 apresenta o referencial teórico, abordando conceitos como otimização de uma única e de múltiplas funções objetivo, soluções Pareto-Ótimas e os métodos para encontrá-las. Também é apresentado o modelo biobjetivo o qual é foco deste trabalho, um detalhamento do papel do tomador de decisão e do modelo Barabási-Albert, finalizando com uma breve introdução as redes de computadores e de sensores sem fio.

O Capítulo 3 traz a metodologia, nele é detalhado o que é feito em cada uma das etapas do trabalho, desde o estudo dos modelos, compreensão do algoritmo usado até sua implementação. A análise dos resultados é apresentada no Capítulo 4. Ao final são apresentadas as Considerações Finais e as Referências.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Problemas de Otimização

Muitas situações-problema do dia a dia tem o objetivo de encontrar o melhor modo de realizar determinadas tarefas. Assim, envolvem encontrar o valor máximo ou mínimo de alguma função para atender alguma demanda. Por exemplo, o menor tempo para executar uma determinada atividade, o custo total mínimo para fazer uma viagem de um ponto de origem até um ponto de destino, o gargalo mínimo no roteamento de fluxos numa determinada rede, dentre outros. Esses tipos de problemas podem ser resolvidos encontrando uma função apropriada que representa essa demanda e, em seguida, usar técnicas para determinar uma solução de valor máximo ou mínimo necessário.

Os problemas de otimização envolvem a busca pelo ponto mínimo ou máximo, o ponto ótimo, de uma função. A função qual deseja-se otimizar é chamada de *função objetivo*, e suas variáveis são chamadas de *variáveis de decisão*.

O objetivo desses problemas é encontrar o ponto ótimo porque, em geral, esse ponto significa algo importante para a função, como por exemplo: encontrar o ponto mínimo de uma função de custo, ou encontrar o ponto máximo de uma função de lucro (CHAPRA; CANALE, 2009).

As variáveis da função objetivo são chamadas de variáveis de decisão, e elas poderão estar sujeitas a diversas restrições (CLÍMACO JOÃO NAMORADO; ANTUNES, 2003).

Um problema de otimização geralmente pode ser definido da seguinte forma:

Encontre $\mathbf{x}$, que:

$$\begin{aligned} & \text{maximize } y = f(\mathbf{x}) \\ \text{1 } & \text{sujeito a: } d_i(\mathbf{x}) \leq a_i \quad i = 1, 2, \dots, m \\ & e_i(\mathbf{x}) \geq b_i \quad i = 1, 2, \dots, n \\ & f_i(\mathbf{x}) = c_i \quad i = 1, 2, \dots, p \end{aligned}$$

onde $\mathbf{x}$ é um vetor contendo as n variáveis de decisão, $f(\mathbf{x})$ é a função objetivo, $d_i(\mathbf{x})$ e $e_i(\mathbf{x})$ são as restrições expressas por desigualdades e $f_i(\mathbf{x})$ são as restrições expressas por igualdades e a_i , b_i e c_i são constantes (CHAPRA; CANALE, 2009).

O vetor $\mathbf{x}$ que atende a todas as restrições é chamado de *vetor admissível* (*viável*), este vetor gera uma *solução admissível* (*viável*) para o problema. Entre o conjunto de todas as soluções admissíveis há uma solução que melhor otimiza a função objetivo, a essa

¹ ou minimize, dependendo do problema.

solução é dada a alcunha de *solução ótima* (CLÍMACO JOÃO NAMORADO; ANTUNES, 2003), onde se encontra o ponto ótimo. Alguns autores chamam o problema de uniobjetivo ou mono-objetivo quando existe apenas uma função objetivo a ser otimizada (PEREIRA, 2004; PEREIRA; ANDREOLI, 2021; COELHO; ZUBEN, ; JÚNIOR, 2011).

2.2 Problemas de Otimização Multiobjetivo

Os problemas de otimização multiobjetivo (PMO), também chamado de otimização multicritério, multidesempenho ou otimização de vetor (COELLO, 2000), diferem dos tipos de problemas definidos anteriormente no sentido em que há várias funções objetivo a serem otimizadas, e não apenas uma.

Para (OSYCZKA, 1985) os problemas de otimização multiobjetivo tem a finalidade de encontrar um vetor de variáveis de decisão que satisfaça todas as restrições e otimizem uma função vetorial cujo elementos representam as funções objetivo, ou seja, encontrar uma solução que forneça os valores de todas as funções objetivo, sendo aceitáveis para o tomador de decisão (TD), que detalharemos mais a frente.

Um problema de otimização multiobjetivo (PMO) genérico inclui um conjunto de n variáveis de decisão, um conjunto de k funções objetivo, e um conjunto de m restrições. Com o objetivo sendo:

$$\text{maximizar } \mathbf{y} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_k(\mathbf{x})) \quad (2.1)$$

$$\text{sujeito a: } \mathbf{e}(\mathbf{x}) = (e_1(\mathbf{x}), e_2(\mathbf{x}), \dots, e_m(\mathbf{x})) \leq \mathbf{0}$$

$$\text{onde } \mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbf{X}$$

$$\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_k) \in \mathbf{Y}$$

Com $\mathbf{x}$ sendo o vetor de variáveis de decisão, $\mathbf{y}$ o vetor objetivo², $\mathbf{X}$ significando o *espaço de decisão*, $\mathbf{Y}$ significando o *espaço de objetivos* e a restrição $\mathbf{e}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0}$ determina o *conjunto das soluções admissíveis (viáveis)* (ZITZLER, 1999).

A otimização matemática considera a existência de uma função $\mathbf{f} : \mathbf{X} \rightarrow \mathbf{Y}$ que provê o mapeamento do espaço de decisão para o espaço de objetivos, ou seja, para cada $\mathbf{x}$ há um $\mathbf{f}(\mathbf{x}) \in \mathbf{Y}$ contendo seus resultados (EMMERICH; DEUTZ, 2006), (MENDONÇA, 2019).

O *espaço de decisão* também chamado *espaço de busca* se trata do conjunto que restringe o domínio dos valores assumidos pelas variáveis de decisão. Qualquer informação que permita reduzir o espaço de busca é bem-vinda. Quando há a definição explícita de restrições de igualdade e desigualdade o espaço de decisão pode ser reduzido para o *espaço de decisão admissível* ou *conjunto das soluções admissíveis* denotado $\mathcal{X}$, i.e., $\mathcal{X}$

² vetor contendo as funções objetivo do problema

é o conjunto dos vetores de decisão que satisfazem a restrição $\mathbf{e}(\mathbf{x})$. Portanto $\mathcal{X}$ é um subconjunto de $\mathbf{X}$ e seu objetivo é limitar o espaço de busca para apenas os valores que são pertinentes para o problema (EMMERICH; DEUTZ, 2006; EHRGOTT; GANDIBLEUX, 2000; GOULART, 2014). Como $\mathcal{X}$ fornece a região admissível de $\mathbf{X}$, logo sua imagem é a região admissível de $\mathbf{Y}$, i.e., o *espaço de objetivos admissíveis* ou as soluções admissíveis do problema, e será simbolizado por $\mathcal{Y} = f(\mathcal{X})$.

Os problemas PMO's são a natureza da maioria dos problemas reais, pois envolvem diversos objetivos a serem otimizados simultaneamente (PEREIRA, 2004), como por exemplo:

- controle de estoque em sistemas de montagem de dois níveis sob incerteza de prazos de entrega (HNAIEN; DOLGUI; DELORME, 2010).
- Problemas de planejamento florestal (PEREIRA, 2004).
- Otimização de portfólios financeiros (MENDONÇA, 2019), (QI; YEN, 2017).
- *Job shop scheduling* (HAN et al., 2019).
- Otimização em projetos de redes de distribuição de água (FORMIGA, 2005).
- Problema de planejamento operacional de lavra de mina a céu aberto, considerando alocação dinâmica de caminhões (JÚNIOR, 2011).

Tais problemas possuem duas grandes dificuldades: Objetivos múltiplos e conflitantes e um espaço de busca muito complexo (ZITZLER, 1999).

Enquanto que em problemas de otimização simples (uma única função objetivo) uma solução ótima é facilmente identificada, em um PMO, objetivos conflitantes geram um conjunto de soluções, conhecidas como soluções eficientes ou Pareto-ótimas (ZITZLER, 1999), que serão melhor definidas a seguir. Portanto, se perde o sentido falar em solução ótima, visto que não é possível otimizar dois objetivos conflitantes simultaneamente (CLÍMACO JOÃO NAMORADO; ANTUNES, 2003), como será ilustrado na Figura 1, que foi adaptada de (NARIÑO; MARTHA, 2014).

Considere um problema de maximização com as duas funções objetivo ilustrada na Figura 1, perceba que não é possível atingir o valor máximo das duas funções com o mesmo vetor objetivo. Ainda mais, quando a coordenada x_1 é igual a 10, a f_1 atinge seu valor máximo, porém para a f_2 seu valor não é interessante. A medida que aumentamos o valor de x_1 , a f_2 também cresce, porém a f_1 diminui, neste mesmo intervalo. Ou seja, a maioria dos POM's possuem suas funções objetivo com esta natureza, em que, ao aumentar o valor de uma, é reduzido o valor de outra.

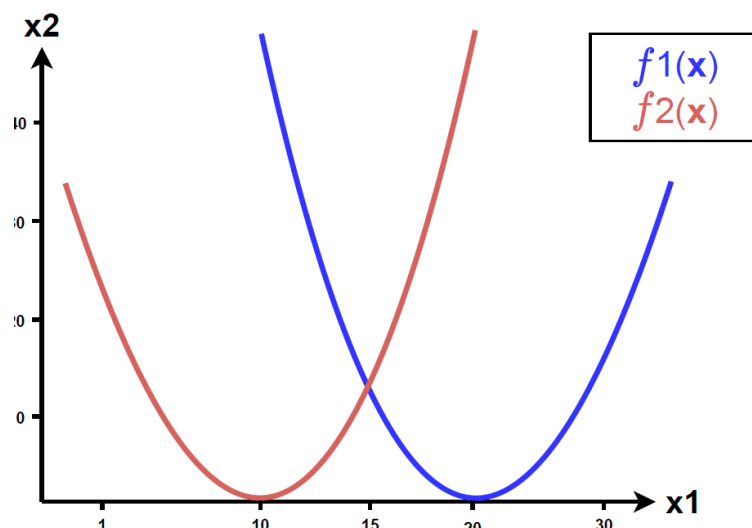


Figura 1 – Ilustração de duas funções objetivo conflitantes.

Fonte: (NARIÑO; MARTHA, 2014)

Devido a essas condições, *trade-offs*³ satisfatórios devem ser encontrados, podendo ser uma solução intermediária entre os objetivos, uma solução dando preferência a um objetivo em detrimento de outro ou a solução que dê o maior valor para um objetivo que o tomador de decisão julgue mais essencial. Sendo assim, cabe ao TD escolher dentre as soluções Pareto-Ótimas, qual lhe atenderá melhor (PEREIRA, 2004). Assim, como já comentado, diferentemente dos problemas de otimização simples, onde uma solução ótima é facilmente identificada, num PMO uma nova noção de otimalidade é necessária. Essa nova noção são as soluções chamadas Pareto-Ótimas, que serão mais detalhadas a seguir (ZITZLER, 1999).

2.2.1 Soluções Pareto-Ótimas

A partir de (PARETO, 1896) é instituído o conceito de soluções eficientes para problemas PMO, que foram denominadas de soluções Pareto-Ótimas e, assim, dá origem à busca na otimização multiobjetivo (JÚNIOR, 2011). A definição diz que um vetor $\mathbf{x}$ é um Pareto-Ótimo se não existe outro vetor $\mathbf{x}'$ que possa melhorar uma função objetivo sem piorar outra (JÚNIOR, 2011; ZITZLER, 1999; GOULART, 2014). Podemos dizer também que $\mathbf{x}$ pertence ao conjunto de soluções Pareto-Ótimas, se não existe outro vetor $\mathbf{x}'$ que domine $\mathbf{x}$. O que nos leva a definição do conceito da Dominância de Pareto.

A Figura 2 tem o objetivo de ajudar na compreensão de alguns conceitos de soluções viáveis (admissíveis) para PMO e no conceito da Fronteira Pareto-Ótima. Já a Figura 3, tem a finalidade de facilitar a compreensão de Dominância de Pareto, ambas as figuras foram adaptações apresentadas em (HASHIMOTO, 2004).

³ trocas entre o ganho em um objetivo e perda em outro

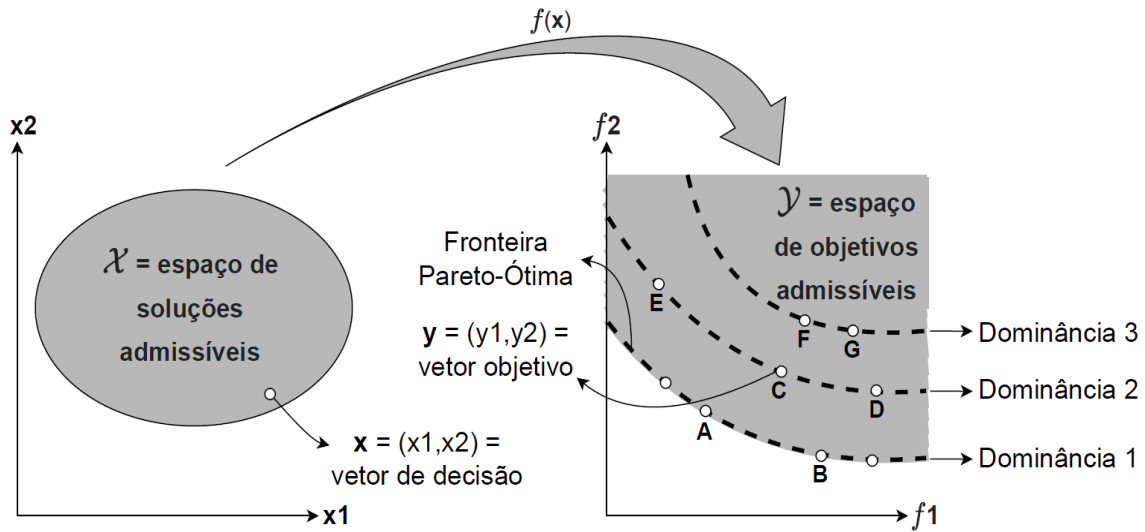


Figura 2 – Espaço das soluções admissíveis, espaço dos objetivos admissíveis e o grau de dominância em um problema de minimização com duas funções objetivo.

Fonte: (HASHIMOTO, 2004)

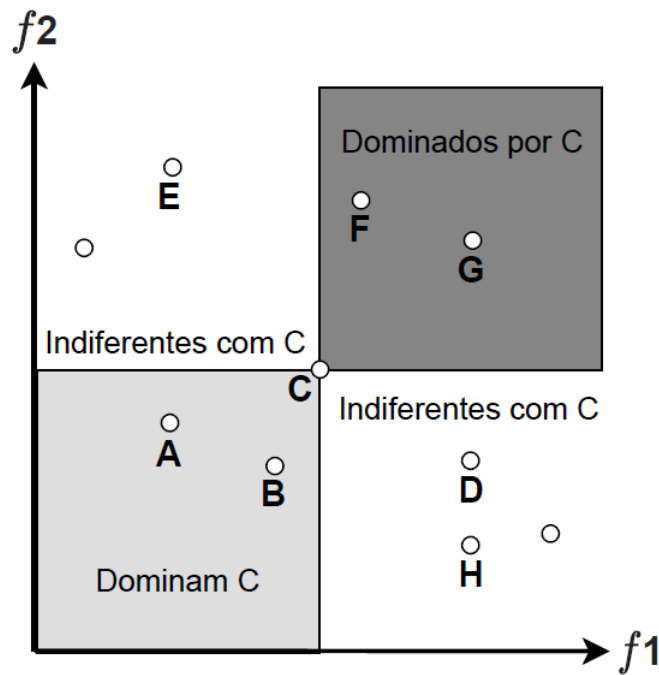


Figura 3 – Dominância de Pareto para um problema de minimização com duas funções objetivo.

Fonte: (HASHIMOTO, 2004)

Dados dois vetores de decisão $\mathbf{x}$ e $\mathbf{y} \in \mathcal{X}$ há 3 maneiras de relacionamento entre seus correspondentes vetores objetivo, considerando um problema de minimização, sendo k o número de funções objetivo:

- $f_i(\mathbf{x}) < f_i(\mathbf{y}) \forall i \in \{1, 2, \dots, k\}$: é dito que o vetor objetivo $\mathbf{a} = f(\mathbf{x})$ domina o vetor objetivo $\mathbf{b} = f(\mathbf{y})$. Em outras palavras, $\mathbf{a}$ é melhor que $\mathbf{b}$ em todos os objetivos. É notado por $\mathbf{a} \succ \mathbf{b}$. Também é dito que $\mathbf{b}$ é dominado por $\mathbf{a}$. Como é o caso dos vetores objetivo do quadrante cinza claro na Figura 3, onde A e B são melhores que

C tanto para f_1 quanto para f_2 . Os vetores que estão no quadrante cinza escuro são os dominados por **C**, ou seja, são piores em todos os objetivos quanto à **C**.

- $f_i(\mathbf{x}) \leq f_i(\mathbf{y}) \forall i \in \{1, 2, \dots, k\}$: é dito que o vetor objetivo $\mathbf{a} = f(\mathbf{x})$ fracamente domina o vetor objetivo $\mathbf{b} = f(\mathbf{y})$. Em outras palavras é o mesmo que dizer: **a** é igual ou melhor para pelo menos um dos objetivos em relação a **b**. É denotado como $\mathbf{a} \succeq \mathbf{b}$. Como é o caso dos vetores **D** e **H** na Figura 3, onde **H** é igual a **D** em relação a f_1 , mas é melhor para f_2 .
- $f_i(\mathbf{x}) \not\leq f_i(\mathbf{y})$ e $f_i(\mathbf{y}) \not\leq f_i(\mathbf{x})$: diz-se que o vetor objetivo $\mathbf{a} = f(\mathbf{x})$ é indiferente com o vetor objetivo $\mathbf{b} = f(\mathbf{y})$ e vice-versa. Isto quer dizer que **a** é melhor em um objetivo, mas é pior em outro(s), cujo **b** é melhor. É notado por $\mathbf{a} \sim \mathbf{b}$. Sendo assim **a** não domina **b** e **b** não domina **a**, que também diz-se que eles têm o mesmo grau de dominância. Por exemplo, os vetores **E** e **C** da Figura 3, cujo **E** é melhor em relação a f_1 , mas pior em relação a f_2 , comparando-o com **C** (ZITZLER, 1999; HASHIMOTO, 2004; EMMERICH; DEUTZ, 2006; JÚNIOR, 2011).⁴

Voltando ao que foi dito anteriormente, um vetor de decisão $\mathbf{x} \in \mathcal{X}$ é uma solução Pareto-Ótima se não existe nenhum outro vetor de decisão **y**, tal que **y** domine **x**. Também chama-se **x** de solução eficiente ou solução *não-dominada*. O conjunto de todos os vetores não-dominados é chamado de *Conjunto Pareto-Ótimo*. A imagem desse conjunto em $\mathcal{Y}$ é conhecida como a *Fronteira Pareto-Ótima*, contendo as soluções Pareto-Ótimas, como mostra a Figura 2 (JÚNIOR, 2011; HASHIMOTO, 2004; ZITZLER, 1999; COELLO; CORTÉS, 2002).

2.2.2 A importância do tomador de decisão

Como já vimos anteriormente, para um problema de otimização uniobjetivo, há apenas uma solução, denominada solução ótima, o que facilita o trabalho do TD, pois ele simplesmente precisa analisar o resultado apresentado e caso não o atenda, ele pode "melhorar" ou acrescentar mais restrições para o problema. Porém, nos problemas multiobjetivo em vez de uma única solução ótima, há várias soluções, denominadas soluções Pareto-Ótimas, em que, na maioria das vezes, pode gerar um conjunto de soluções consideravelmente grande. Sem informações adicionais de preferência todas as soluções Pareto-Ótimas são igualmente boas, o que dificulta o processo de decisão do TD, porque, a princípio, todas são "soluções eficientes". Porém nesses casos, geralmente é necessário ser escolhida apenas uma solução ou um pequeno conjunto delas para atender a demanda do TD.

O TD é uma pessoa que domina o problema e é capaz de prover informações adicionais relacionadas às diversas soluções, essencialmente, dando pesos às diferentes

⁴ Os operadores e definições ($>$, $\geq$, $\not\leq$, $<$, $\not\geq$ e $\sim$) são análogos para um problema de maximização.

funções objetivo, ou seja, fazendo um *trade-off*. Para esclarecer melhor, considere a Figura 3, onde os pontos da fronteira Pareto-Ótima **A**, **B** e **H**, o TD escolherá a solução que melhor o atende, podendo ser um meio-termo entre f_1 e f_2 , como **B**, dando prioridade a minimização de f_1 como em **A** ou dando preferência em minimizar f_2 em detrimento da minimização de f_1 como em **H**. Essas decisões de preferência, em que as funções objetivo são postas na balança para o TD analisar qual solução lhe será mais viável são chamadas de *trade-off*.

Assim, o TD utiliza as soluções Pareto-Ótimas, e não as soluções dominadas, mas a fronteira Pareto-Ótimas não nos diz quais soluções escolher, mas quais soluções evitar. Portanto, para ser escolhida a solução final, é necessário um apontamento explícito do TD (GOULART, 2014).

(VELDHUIZEN; LAMONT, 2000) citando (BACK, 1996), afirma que encontrar uma solução ótima global em um PMO, i.e., uma solução perfeita onde todas as funções objetivo atingem uma solução mínima global⁵, trata-se de um problema NP-Completo, e além disso, elas podem nunca existir.

Abordaremos a seguir os métodos para encontrar as soluções Pareto-Ótimas, enfatizando o método ϵ -constraint, que será muito relevante para este trabalho.

2.2.3 Métodos para resolver problemas multiobjetivo

A solução dos problemas PMO consiste determinar, em $\mathcal{Y}$, o conjunto da fronteira Pareto-Ótima ou um subconjunto dela. O tamanho e a complexidade da resolução dos métodos em grande parte dos problemas práticos exige a intervenção do TD. Na prática PMO's precisam ser reformulados em um problema de otimização uniobjetivo antes da otimização, levando a uma única solução a cada vez que o otimizador é executado (HASHIMOTO, 2004; FONSECA; FLEMING, 1995).

Para os problemas multiobjetivo, os métodos tradicionais para encontrar as soluções de um problema uniobjetivo não são viáveis (PEREIRA, 2004). Portanto, a busca por novos métodos de otimização que consigam ser eficientes para problemas deste tipo tornou-se necessária (JÚNIOR, 2011).

Métodos para computar tais soluções são classificados em *Métodos de Escalarização*, *Métodos Determinísticos sem Escalarização* e *Algoritmos Evolucionários*.

Iremos, a primeiro momento, trabalhar apenas com os Métodos de Escalarização.

⁵ considerando um problema de minimização.

2.2.3.1 Métodos de escalarização

Esses métodos consistem em, de alguma maneira, transformar um problema multi-objetivo em um problema substituto. Possibilitando o emprego das técnicas bem desenvolvidas de resolução de problemas de otimização uniobjetivo.

Vale lembrar que quando o problema é escalarizado o resultado gera apenas uma única solução, de modo que, para encontrar todos os pontos da fronteira Pareto-Ótima, basta variar os escalares propostos. (GOULART, 2014; EHRGOTT; GANDIBLEUX, 2000).

2.2.3.1.1 Soma ponderada

O primeiro dos métodos de escalarização que serão apresentados neste trabalho é o da *Soma Ponderada*, também conhecido como *agregação linear*. Este método consiste em converter o problema PMO original, como apresentado em (2.1), em um problema do tipo:

$$\text{maximizar } y = f(\mathbf{x}) = (w_1 \cdot f_1(\mathbf{x}) + w_2 \cdot f_2(\mathbf{x}) + \dots + w_k \cdot f_k(\mathbf{x}))$$

Ou seja, através da atribuição de diferentes pesos w_i para cada objetivo temos uma nova função que representa a relação linear entre todos os objetivos. De modo que, em vez de nos preocuparmos com um vetor de funções objetivo como em (2.1), nos preocupamos com um vetor de escalares $W = (w_1, w_2, \dots, w_k)$ representando os pesos. A ideia é associar a cada função objetivo original do problema um peso w escolhido pelo TD, estimando a importância aproximada de cada objetivo para o problema em geral, e depois, minimizar a soma ponderada dos objetivos (MIETTINEN, 1998; JÚNIOR, 2011).

Como mencionado acima, a resolução desse problema substituto gera apenas uma solução Pareto-Ótima. A fim de gerar todas as soluções, basta que o TD varie os valores do vetor W (EHRGOTT; GANDIBLEUX, 2000).

Para que os pesos w_i reflitam aproximadamente a importância dos objetivos escolhida pelo TD, ele deve normalizá-los. Portanto, para que a escolha de um peso para um objetivo expresse sua importância em relação aos demais, os objetivos devem estar em uma mesma escala ou ordem de grandeza, de modo que $\sum_{i=1}^k w_i = 1$ (JÚNIOR, 2011; MIETTINEN, 1998).

2.2.3.1.2 Método das restrições

Além do método da soma ponderada, o *método das restrições* (ϵ -constraint), é provavelmente a técnica mais conhecida para resolução de PMO's (EHRGOTT, 2005). Introduzido em (HAIMES; WISMER, 1971), consiste em criar um novo problema onde otimiza-se a função objetivo de maior importância para o TD, mas pondo as outras funções objetivo como restrição deste problema, além das outras restrições do problema original (MIETTINEN, 1998). O problema apresentado em (2.1) se transforma em:

$$\begin{aligned} & \text{maximizar} \quad y = f_1(\mathbf{x}) \\ & \text{sujeito a:} \quad f_i(\mathbf{x}) \leq \epsilon_i, i = 2, \dots, k \end{aligned}$$

No qual ϵ_i é o limite superior do objetivo f_i .

Para obter todas as soluções Pareto-Ótimas deve-se apenas variar o limite superior ϵ_i . Porém se este valor não é adequado, pode-se gerar um subconjunto de soluções vazio, ou seja, nenhuma solução viável poderá ser encontrada (JÚNIOR, 2011).

Para os problemas multiobjetivo de programação linear, esse método é tido como método aproximado⁶. Porém, para os problemas de programação inteira multiobjetivo e problemas de caminho ele se torna um método muito utilizado em algoritmos exatos (FERNANDES, 2019a). Uma extensa discussão sobre esse método pode ser encontrada em (CHANKONG; HAIMES, 2008).

Esses métodos apresentados requerem o conhecimento prévio do TD, para a determinação dos valores de w_i e do valor de ϵ_i . Além de, como já mencionado, gerarem apenas uma solução ótima a cada otimização (FORMIGA, 2005).

2.2.4 O modelo biojetivo

Nesta seção introduziremos o modelo biobjetivo de roteamento de fluxos apresentado em (PINTO; FERNANDES; CARDOSO, 2021), bem como o algoritmo exato para resolvê-lo, modelo esse que é o tema principal deste trabalho.

Considere um roteamento em uma rede de múltiplos saltos cujo os enlaces podem assumir diferentes qualidades. A rede é representada por um grafo orientado $G = (V, E)$, onde V representa o conjunto de nós (i.e., dispositivos de comunicação), e E representa o conjunto de arestas (i.e., enlaces). Existe um conjunto de fluxos F que precisa ser roteado em G . Cada fluxo $f \in F$ deve ser roteado por apenas um único caminho, começando na origem $s^f \in V$ e terminando no destino $d^f \in V$. Para cada aresta $(i, j) \in E$, que vai de $i \in V$ a $j \in V$, e fluxo $f \in F$, definiu-se uma variável binária x_{ij}^f que indica se o fluxo passou ou não pela aresta (i, j) .

Seja $q_{ij} \in \mathbb{Z}$ a qualidade da aresta $(i, j) \in E$, e $q_{ij} \in \{q_1, q_2, \dots, q_\xi\}$ tal que $q_k \neq q_\ell, \forall k \neq \ell$ e $k, \ell \in \{1, \dots, \xi\}$. Sem perda da generalidade, assume-se que $q_1 < q_2 < \dots < q_\xi$. Considere $p^f \in \mathbb{Z}$ como o peso de cada fluxo $f \in F$. Portanto, sendo w_{ij}^f a soma ponderada de p^f e q_{ij} , que é dado por $w_{ij}^f = \beta_1 \cdot p^f + \beta_2 \cdot q_{ij}, \forall f \in F$ e $\forall (i, j) \in E$, onde os valores $\beta_1, \beta_2 \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$ são parâmetros que permitem o controle o grau de importância de p^f e q_{ij} , respectivamente.

O gargalo da rede representa a carga na(s) aresta(s) com o maior valor de peso

⁶ Métodos que não garantem uma solução Pareto-Ótima, mas aproximada.

considerando as qualidades, e é dado por $z_1(x) = \max_{(i,j) \in E} \left\{ \sum_{f \in F} w_{ij}^f \cdot x_{ij}^f \right\}$. O custo total de todos os fluxos, i.e., a soma dos comprimentos do caminho, é dado por $z_2(x) = \sum_{f \in F} \sum_{(i,j) \in E} c_{ij}^f \cdot x_{ij}^f$. Portanto, formulou-se o modelo de programação inteira biobjetivo para esse problema, denotado por (P) , como exibido a seguir.

$$\text{minimizar} \left\{ \max_{(i,j) \in E} \left\{ \sum_{f \in F} w_{ij}^f \cdot x_{ij}^f \right\} \right\} \quad (2.2)$$

$$\text{minimizar} \left\{ \sum_{f \in F} \sum_{(i,j) \in E} c_{ij}^f \cdot x_{ij}^f \right\} \quad (2.3)$$

sujeito a:

$$\sum_{(i,j) \in E} x_{ij}^f - \sum_{(j,i) \in E} x_{ji}^f = \begin{cases} 1, & \text{if } i = s^f \\ 0, & \forall i \in V - \{d^f, s^f\}, \forall f \in F \\ -1, & \text{if } i = d^f \end{cases}$$

$$x_{ij}^f \in \{0, 1\}, \forall (i, j) \in E \text{ and } \forall f \in F.$$

As funções objetivo (2.2) e (2.3) são conflitantes, desde que minimizar o gargalo da rede pode implicar no aumento da soma dos comprimento dos caminhos⁷. Naturalmente, minimizar a soma dos comprimentos dos caminhos leva a um potencial aumento no gargalo da rede⁸. As restrições garantem que cada fluxo $f \in F$ sai da origem s^f e chega no destino d^f , percorrendo exatamente um caminho.

Seja (P_ϵ) o modelo (P) após a execução do método ϵ -constraint, no qual a função objetivo é dado por z_2 . E as restrições de (P_ϵ) são as restrições do problema (P) , e adicionalmente, os valores de z_1 se transformaram em restrições de (P_ϵ) , restrições essas, que são limitadas pelo parâmetro inteiro positivo, denotado por ϵ , como é visto a seguir:

$$\max_{(i,j) \in E} \sum_{f \in F} w_{ij}^f \cdot x_{ij}^f \leq \epsilon. \quad (2.4)$$

A restrição (2.4) não é linear, então o subproblema não é um problema de programação linear inteira (PLI) e, naturalmente, não pode ser solucionado por um solver de PLI. Entretanto, Podemos substituir a restrição, baseando-se no lema 1, a fim de transformar esse subproblema em um problema PLI⁹.

⁷ Visto que isso levará a prováveis caminhos mais longos em vista de reduzir o custo das arestas que estão sendo mais utilizadas, aumentando assim o custo.

⁸ Visto que provavelmente os caminhos mais curtos serão escolhidos com maior frequência, aumentando o gargalo nas arestas que fazem parte deste caminho.

⁹ Como o CPLEX é um solver de programação linear, essa transformação faz-se necessária.

2.3 Modelo Barabási-Albert

O estudo das redes se dá desde 1736, quando Leonhard Euler tentou resolver o problema das setes pontes de Königsberg. Euler criou uma representação que é a estrutura essencial até hoje no estudo das redes, os grafos. Um grafo é um modelo matemático cujo principais elementos são nós (ou vértices) e arestas (conexões), que representam as relações entre os elementos de um conjunto ([AMARAL; LADEIRA, 2021](#)). Uma representação de um grafo qualquer é ilustrada na Figura 4.

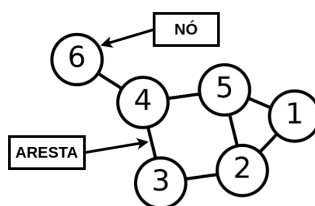


Figura 4 – Exemplo de Grafo.
Fonte: Próprio Autor.

No estudo das redes surgiu-se grande dificuldade em entender redes complexas e suas conexões, como as redes sociais ou biológicas. Portanto, Erdős e Rényi levantaram a hipótese de que as redes complexas se comportam de maneira aleatória em suas conexões, ou seja, os nós vão se conectando aleatoriamente com o decorrer do tempo. Em termos mais matemáticos se diz que a probabilidade de um nó i se conectar a qualquer outro nó é a mesma. Assim fora proposto em 1959 o modelo aleatório de redes ([ERDÖS; RÉNYI, 1959](#); [BARABÁSI, 2009](#)). A Figura 5 ilustra um grafo simples segundo o modelo de rede aleatória proposto por Erdős e Rényi.

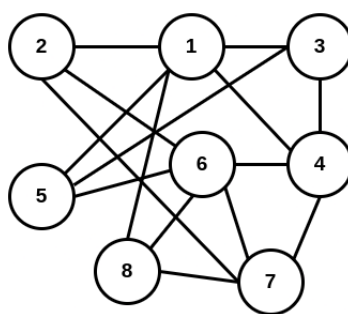


Figura 5 – Modelo de Grafo com conexões aleatórias.
Fonte: Próprio Autor.

Essa hipótese dirigiu os pensamentos dos cientistas e foi adotada por diversas áreas da ciência, até que surgiu a pergunta: são as redes reais realmente aleatórias? Isto é, sistemas complexos como uma célula ou uma sociedade poderiam funcionar perfeitamente se suas moléculas ou pessoas forem conectadas aleatoriamente? Essa pergunta motivou o trabalho feito por Albert-László Barabási e sua estudante Réka Albert, onde apresentaram um modelo de redes cuja conexões seguem uma lei de potência, também chamado de modelo

livre de escala, ou modelo Barabási-Albert ([BARABÁSI; ALBERT, 1999](#); [BARABÁSI, 2009](#)).

A descoberta desse novo modelo se deu pela investigação de diversas páginas web e seus *links* que levam a outras páginas. Barabási e Albert construíram um grafo onde os nós são as páginas HTML e as arestas são as citações que uma página a outra através dos *links*. Ao investigar a distribuição do grau¹⁰ dos nós desse grafo descobriu-se que a distribuição segue uma lei de potência, onde algumas poucas páginas são altamente citadas (i.e., conectadas), ao passo que a maioria das páginas são pouquíssimo citadas ([RODRIGUES, 2022](#)).

Então em 1999, é publicado o trabalho ([BARABÁSI; ALBERT, 1999](#)), onde é relatado que as redes reais levam em conta dois fatores que as tornam em redes *livres de escala*:

- Crescimento: diferente das redes aleatórias onde o número de nós são fixos e apenas são adicionadas conexões, redes reais levam em conta o crescimento da rede, i.e, a adição contínua de nós ao longo do tempo.
- Ligação preferencial: enquanto nas redes aleatórias os nós escolhem aleatoriamente em quem vão se conectar, nas redes reais os nós tendem a escolher os nós já altamente conectados.

Em resumo, Barabási e Albert concluíram que as redes reais são resultado de um processo de crescimento contínuo da rede onde os novos nós tendem a se conectar aos nós que já possuem muitas conexões, chamados *hubs*. A Figura 6 ilustra o crescimento de uma rede real ao longo do tempo t , e o vídeo ([BARABÁSI, 2022](#)) ilustra uma animação desse processo.

Desse modo, nos últimos anos os estudos sobre as redes têm crescido muito. A principal causa são os diversos sistemas que podem ser modelados como redes complexas, como por exemplo redes de Internet, Web, Sociais, Biológicas, Econômicas entre outros, todos seguindo a lei de potência na distribuição do grau de suas conexões. O modelo Barabási-Albert, portanto, reproduz um comportamento característico de muitos sistemas reais: a distribuição das conexões segundo uma lei de potência, ou seja, poucos nós têm muitas conexões e o restante dos nós têm poucas conexões ([AMARAL; LADEIRA, 2021](#); [RODRIGUES, 2022](#)). A seguir, explicaremos a criação do modelo Barabási-Albert, e como ele foi implementado neste trabalho.

O modelo representado por um grafo inicia-se com um pequeno número n_0 de nós. Novos nós são adicionados à rede, um a um, e cada um desses novos nós faz conexões com

¹⁰ O grau de um nó é o número de conexões que este possui.

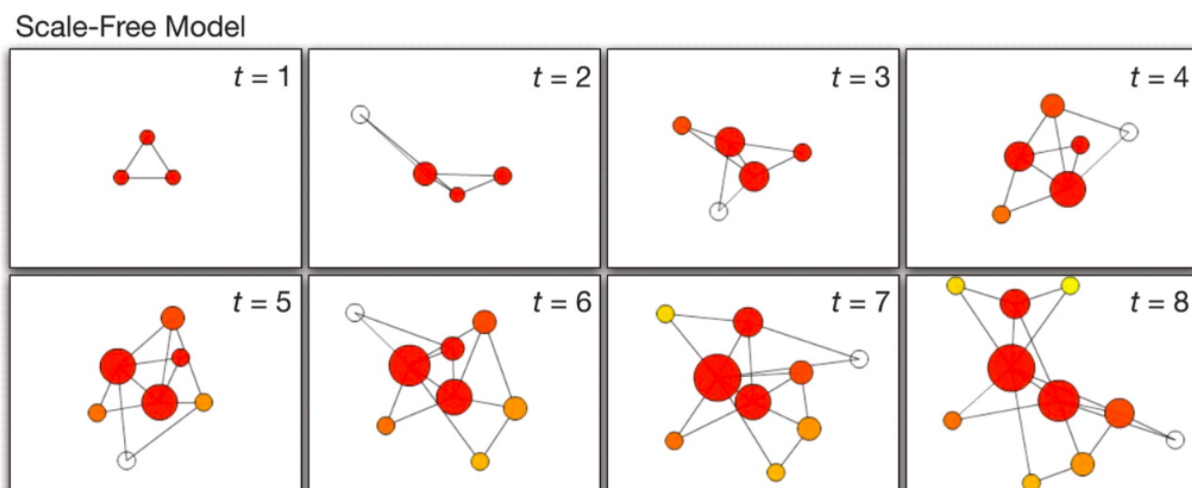


Figura 6 – Modelo de Grafo Barabási-Albert.

Fonte: (BARABÁSI, 2009)

outros $\bar{n}$ nós já existentes na rede, de modo que $\bar{n} \leq n_0$ ¹¹. A probabilidade do novo nó ℓ se conectar a um outro nó i já existente é dada por $p_i = \frac{k_i}{\sum_{j \in V} k_j}$, onde k_i é o grau do nó i , V é

o conjunto de nós (vértices) e $\sum_{j \in V} k_j$ é a soma de todos os graus dos nós j já existentes na rede. Ou seja, a cada novo nó que se conecta ao nó i , a probabilidade deste nó i receber uma nova conexão aumenta. Esse processo de escolha de conexão é repetido então para cada uma das $\bar{n}$ conexões que o novo nó irá fazer. O processo é interrompido ao atingir-se o número de nós na rede que se deseja (BARABÁSI; ALBERT, 1999; FERNANDES, 2019b). A maior aplicação do modelo Barabási-Albert e do estudo de roteamento em redes se dá nas Redes de Computadores, que será brevemente comentada a seguir.

2.4 Redes de Computadores

As redes de computadores referem-se a dispositivos de computação interconectados que podem trocar dados e compartilhar recursos entre si. Esses dispositivos transmitem informações por meio de tecnologias físicas ou sem fio (TANENBAUM; WETHERALL, 2011).

Para representação, as redes de computadores são uma especialização das redes genéricas que foram comentadas acima, onde os computadores ou outros dispositivos de comunicação de dados são os nós, e as arestas (enlaces), um meio de transmissão que conecta dois dispositivos que podem ser físicos, como fios de cabos ou fibras ópticas, ou o espaço livre usado por redes sem fio. Os envios e recepções de dados em uma rede de computador seriam os roteamentos dos fluxos abordados no modelo apresentado nesse

¹¹ Visto que não se pode fazer conexões com um número maior de nós do que os que já existem no momento inicial da rede.

presente trabalho. A Figura 7 traz uma representação de uma rede de computadores.

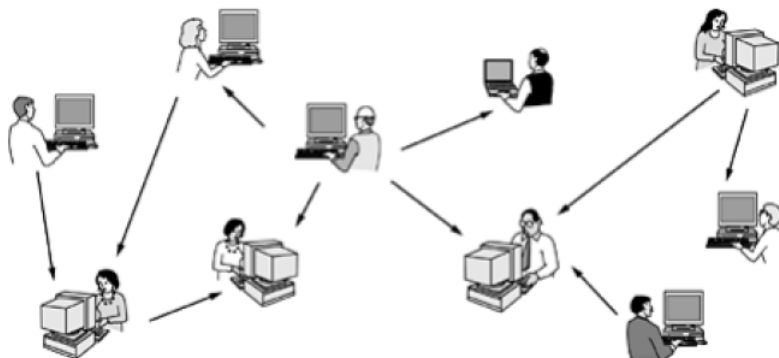


Figura 7 – Exemplo de uma rede de computadores.
Fonte: (TANENBAUM, 2003).

Nos últimos anos as redes de sensores sem fio vêm se destacando entre as redes de computadores tanto em estudo, quanto em aplicações. De fato, graças às muitas pesquisas feitas nessa área as RSSF têm se tornado quase onipresentes, sendo aplicadas em, por exemplo, controle e monitoramento em tempo real, engenharia ambiental, aplicações industriais, comerciais e militares, também no setor de aviação, agrícola, engenharia civil, sismologia, medicina, na emergente área da Internet das Coisas e em diversas outras áreas (LOUREIRO et al., 2003; ALI et al., 2017; ZHANG et al., 2014; ENAYATI; ASEF, 2022).

Essas redes geralmente consistem de dezenas a milhares de pequenos dispositivos inteligentes, os nós, chamados *sensores*, utilizam interface de comunicação sem fio, são distribuídos e autônomos¹², possuindo assim, restrições de energia. É dessa maneira que as RSSF diferem das redes de computadores tradicionais (MOHAMED; HAMZA; SAROIT, 2017; LOUREIRO et al., 2003; KUROSE; ROSS, 2013).

Diversos problemas envolvem as RSSF, tais quais correção de erros como falha na comunicação, perda de nós, área de cobertura e principalmente a autonomia de bateria (MOHAMED; HAMZA; SAROIT, 2017).

Visto que as RSSF têm um limite mínimo de energia (STANKOVIC, 2008), acaba sendo que o principal problema das RSSF é fazer a bateria dos nós sem fio durarem, durante a transmissão, recepção e processamento dos dados. Portanto, a otimização do uso da bateria em RSSF é primordial.

Como os nós são independentes eles precisam de uma fonte de energia individual, geralmente uma bateria. A vida útil de cada sensor é determinada pelo quão rápido ele consome sua energia (KOMURLU; BILGIC, 2016). Dessa forma, muitos estudos foram realizados para aumentar a vida útil dos sensores em uma RSSF. Com esses estudos, além

¹² O fato da comunicação ser realizada de modo sem fio, não quer dizer necessariamente que os nós são móveis, mas que possibilita a *mobilidade*, e é onde se encontram os problemas e aplicações mais interessantes.

de aumentarem a vida útil da bateria por meio de aprimoramento em hardware, algumas estratégias de redução no consumo de energia foram propostas ([AKYILDIZ et al., 2002](#)).

Tendo essa limitação energética dos nós em uma RSSF, há a possibilidade de os nós serem desligados por falta de energia antes, durante, ou depois do roteamento de fluxos, isso implicaria em falha no roteamento, findando em perda de dados, e/ou no recálculo de uma nova rota para roteamento que exclua o sensor desativado e retransmissão dos dados nessa nova rota.

3 METODOLOGIA

O referencial teórico deste estudo se baseou em obras tanto nacionais, quanto internacionais para os temas a serem abordados, através de artigos científicos e obras alinhados com a temática. Para auxiliar essa busca utiliza-se bibliotecas de pesquisas em base de dados com acesso gratuito (e.g., Scielo e Google Acadêmico).

Um estudo foi realizado para compreender os problemas multiobjetivo, bem como métodos para geração de soluções desses problemas. Posteriormente, concentrou-se a pesquisa nos problemas biobjetivo de roteamento de fluxos em redes e por fim em um modelo desse tipo apresentado em (PINTO; FERNANDES; CARDOSO, 2021), bem como compreender o algoritmo para achar um conjunto mínimo completo de soluções Pareto-ótimas apresentado nesse mesmo artigo.

A proposta aqui é estender a análise da eficiência desse algoritmo para custos variados e fazer uma comparação dos resultados apresentados em (PINTO; FERNANDES; CARDOSO, 2021), onde considera custos fixos. As métricas que serão comparadas, neste trabalho, são: a cardinalidade do conjunto de soluções Pareto-Ótimas, número de iterações, tempo de execução, diminuição de custo e diminuição do gargalo.

Dessa maneira, o papel do CPLEX é resolver, em cada iteração, quando possível, o modelo (P_ϵ) no Algoritmo 1, retornando a solução ótima de (P_ϵ), ou seja, a candidata a solução Pareto-ótima de (P). Assim, um melhor detalhamento do funcionamento do CPLEX é apresentado na próxima seção.

Uma investigação de modelos de rede foi feita com o intuito de usar uma topologia de rede que melhor representasse uma rede real. Concluiu-se que a rede Barabási-Albert seria uma ótima candidata (BARABÁSI; ALBERT, 1999). Por esse motivo, a topologia utilizada para rede é baseada nesse modelo.

A análise dos resultados vem acompanhada de gráficos para melhor compreensão dos resultados das métricas analisadas em cada cenário que será detalhado no capítulo da análise desses resultados. Esses gráficos foram gerados utilizando o software Gnuplot¹.

3.1 Cplex Solver

O solver CPLEX usa busca branch-and-cut ao resolver um modelo de programação inteira. O procedimento branch-and-cut gerencia uma árvore de busca em que cada nó representa um subproblema de programação linear (PL) para ser processado (resolvido), para ser verificado quanto à integralidade, e talvez para ser analisado mais adiante. Os

¹ <http://www.gnuplot.info/>

nós são chamados ativos se ainda não foram processados. Depois que um nó é processado, ele não está mais ativo. O CPLEX processa os nós ativos na árvore até que nenhum nó mais ativo esteja disponível ou até que algum limite seja atingido.

Uma ramificação (*branch*) é a criação de dois novos nós a partir de um nó pai. Normalmente, uma ramificação ocorre quando os limites em uma única variável são modificados, com os novos limites permanecendo em vigor para esse novo nó e para qualquer um de seus descendentes. Por exemplo, se uma ramificação ocorrer em uma variável binária, ou seja, uma com um limite inferior de 0 e um limite superior de 1, então o resultado será dois novos nós, um nó com um limite superior modificado de 0 (o ramo descendente, na verdade exigindo que essa variável tome apenas o valor 0), e o outro nó com um limite inferior modificado de 1 (o ramo ascendente, forçando a variável ao valor 1). Os dois novos nós terão, assim, domínios de solução completamente distintos.

Um corte (*cut*) é uma restrição adicionada ao modelo. A finalidade de adicionar qualquer corte é limitar o tamanho do domínio de solução para os problemas contínuos de PL representados nos nós, sem eliminar as soluções de números inteiros legais. O resultado é, portanto, reduzir o número de ramificações necessárias para resolver o problema (IBM, 2022).

4 AVALIAÇÃO COMPUTACIONAL

Para a avaliação computacional implementou-se uma topologia de rede gerada aleatoriamente com 100 nós, com base no modelo Barabási-Albert de geração de redes (BARABÁSI; ALBERT, 1999). Os nós de origem e destino de cada fluxo foram gerados aleatoriamente, considerando as mesmas configurações de distribuição dos fluxos apresentadas em (PINTO; FERNANDES; CARDOSO, 2021), ou seja, todos os fluxos tendo o mesmo destino e origens quaisquer e, o segundo cenário, destinos e origens quaisquer, avaliando esses cenários com 40 e 80 fluxos, empregados em 100 instâncias para cada um.

Para os demais parâmetros do problema (pesos e qualidades), utilizou-se também os mesmos apresentados em (PINTO; FERNANDES; CARDOSO, 2021). Assim, para cada aresta foram designados, aleatoriamente, um dos três valores que representam as qualidades das arestas, isto é, qualidades baixa, média e alta. Em outras palavras, $q_{ij} \in \{q_1, q_2, q_3\}$.

Como o objetivo deste trabalho é realizar uma análise da eficiência do algoritmo para resolver o modelo (P) com custos c_{ij}^f variados e comparar as métricas (e.g., cardinalidade do conjunto de soluções Pareto-ótimas, número de iterações, tempo de execução, dentre outras) consideradas com os custos fixos apresentados em (PINTO; FERNANDES; CARDOSO, 2021),

A fim de avaliar a proposta, fora implementado um simulador customizado na linguagem de programação C++, utilizando o solver CPLEX¹ versão 22.1, e compilado com o Microsoft Visual C++ 2022. O algoritmo fora executado em 100 instâncias para cada cenário considerado, em um PC com processador AMD(R) Ryzen™ 5 3600X @ 3.8GHz e memória RAM de 16GB no sistema operacional Microsoft(R) Windows™ 10 com o plano de energia alto desempenho.

4.1 Análise dos Resultados

Nesta seção analisa-se os resultados obtidos, a saber, a cardinalidade do conjunto mínimo completo das soluções Pareto-Ótimas, o número de iterações que o algoritmo executou, o tempo de execução do algoritmo e o aumento de custo e diminuição do gargalo da última solução Pareto-ótima gerada em relação à primeira solução Pareto-ótima gerada em cada instância.

Além disso, como a implementação feita levou em consideração as duas situações custos fixos (constantes) e variados, aqui é, também, feito uma comparação desses dois cenários.

¹ <https://www.ibm.com/analytics/cplex-optimizer>

As Figuras 8 e 9 mostram a função distribuição cumulativa (CDF) da cardinalidade do conjunto mínimo completo de soluções Pareto-ótimas, i.e., o conjunto mínimo completo de soluções que não são dominadas, que será denotado por $|X^*|$. Em ambas abordagens fora levado em consideração os mesmos conjuntos de cenários, ou seja, o mesmo grafo (qualidades dos enlaces). E os nós de origem e destino de cada fluxo, gerados aleatoriamente, foram os mesmos para as duas situações (custo fixo e variado).

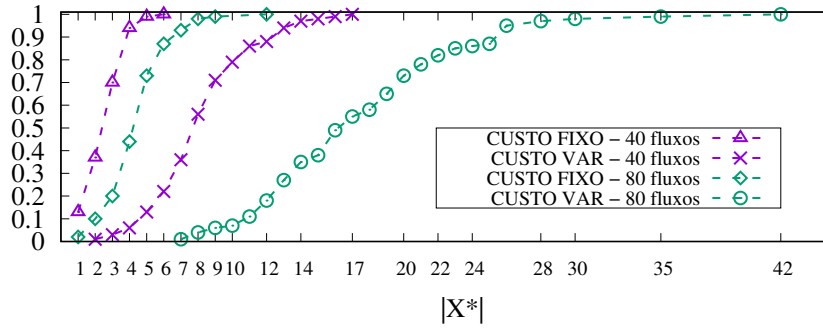
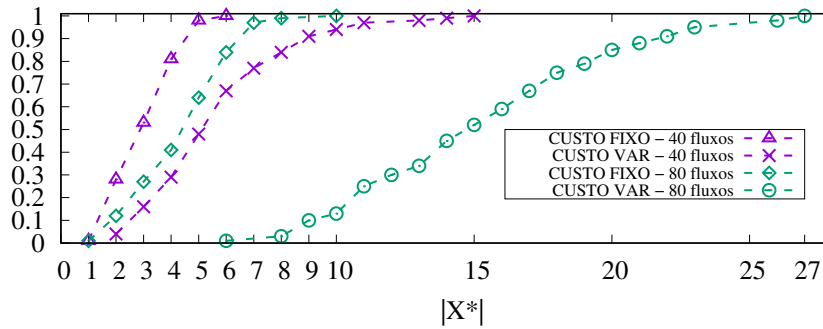
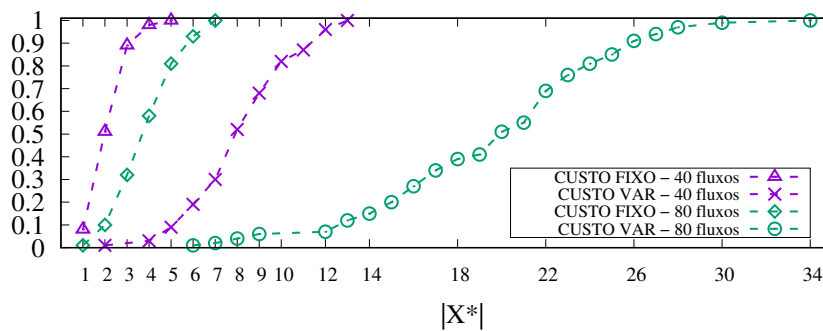
(a) Para $\theta_1 = \theta_2$ (b) Para $\theta_1 > \theta_2$ (c) Para $\theta_1 < \theta_2$

Figura 8 – Cardinalidade do conjunto mínimo completo de soluções Pareto-ótimas, considerando múltiplos destinos.

Fonte: Próprio Autor.

Nas Figuras 8 e 9 é possível perceber a discrepância dos resultados obtidos para custos fixos e custos variados. A fim de justificar tal discrepância, pode-se supor que os diferentes custos de arestas contribuem para o elevado número de resultados de soluções no

sentido de que, ao algoritmo encontrar uma aresta com custo menor, todo um novo leque de possibilidades de caminhos para chegar ao destino é aberto, gerando mais soluções.

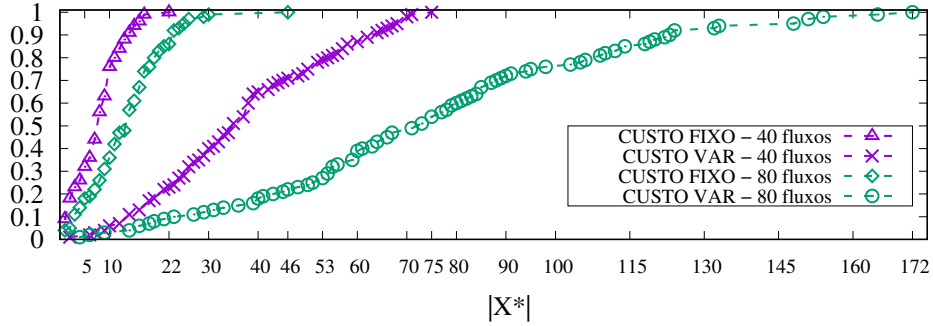
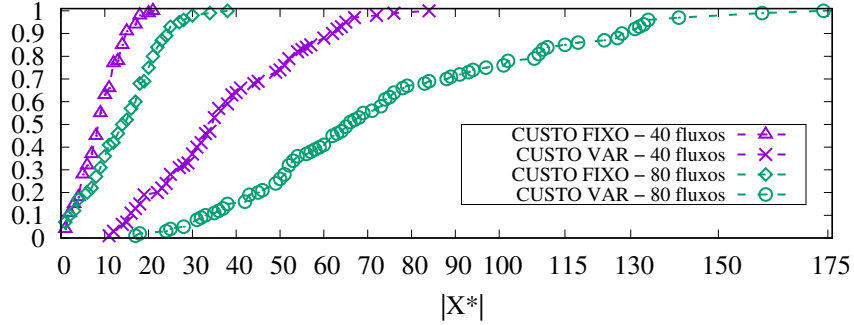
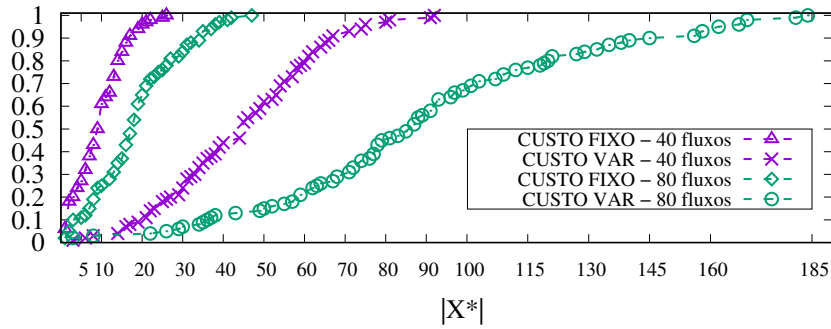
(a) Para $\theta_1 = \theta_2$ (b) Para $\theta_1 > \theta_2$ (c) Para $\theta_1 < \theta_2$

Figura 9 – Cardinalidade do conjunto mínimo completo de soluções Pareto-ótimas, considerando múltiplos destinos, considerando destino único.

Fonte: Próprio Autor.

Também se pode observar que destinos únicos geram mais gargalos nas arestas que estão conectadas a esse destino, isso explica porque as cardinalidades X^* da Figura 8 são bem menores que as da Figura 9, uma vez que, para a configuração de mesmo destino geram maiores gargalos, e para reduzir esses gargalos, uma gama de outros caminhos são explorados.

O aumento de $|X^*|$ na abordagem de 80 fluxos em relação à outra abordagem é esperado que aconteça, visto que todos os motivos apresentados acima são intensificados.

Os Quadros 1 e 2 exibem informações relevantes da interpretação dos gráficos apresentados anteriormente, ou seja, apresenta uma análise do que ocorre com 90% das iterações nos cenários de destinos múltiplos e único, respectivamente.

Quadro 1 – Quantidade máxima de soluções Pareto-Ótima atingidas em 90% das iterações considerando destinos múltiplos.

40 fluxos			80 fluxos		
$ X^* $			$ X^* $		
Parâmetros	Custo fixo	Custo variado	Parâmetros	Custo fixo	Custo variado
$\theta_1 = \theta_2$	≤ 4	≤ 12	$\theta_1 = \theta_2$	≤ 7	≤ 25
$\theta_1 > \theta_2$	≤ 5	≤ 9	$\theta_1 > \theta_2$	≤ 7	≤ 22
$\theta_1 < \theta_2$	≤ 3	≤ 11	$\theta_1 < \theta_2$	≤ 6	≤ 26

Quadro 2 – Quantidade máxima de soluções Pareto-Ótima atingidas em 90% das iterações considerando destino único.

40 fluxos			80 fluxos		
$ X^* $			$ X^* $		
Parâmetros	Custo fixo	Custo variado	Parâmetros	Custo fixo	Custo variado
$\theta_1 = \theta_2$	≤ 13	≤ 60	$\theta_1 = \theta_2$	≤ 22	≤ 122
$\theta_1 > \theta_2$	≤ 14	≤ 60	$\theta_1 > \theta_2$	≤ 23	≤ 128
$\theta_1 < \theta_2$	≤ 17	≤ 67	$\theta_1 < \theta_2$	≤ 33	≤ 145

A partir dos Quadros 1 e 2 outra observação que podemos fazer é que variando os casos de θ , $|X^*|$ não varia de maneira considerável.

Portanto, podemos concluir que a variação da prioridade entre os pesos dos fluxos e as qualidades das arestas, i.e., a variação entre o θ_1 e θ_2 , não impactou de maneira significativa o número de soluções Pareto-Ótimas obtidas, tanto para os custos fixos quanto para os custos variados.

O que mais impacta nos resultados, tanto para 40 fluxos ou 80 fluxos, é quando envolvem os cenários de custo fixo e custo variado. Observa-se que a quantidade de soluções Pareto-Ótimas para o custo variado, na maioria das instâncias, é significativamente maior que para o cenário de custo fixo. Isso ocorre porque, com custos variados nos enlaces, a possibilidade de rotas distintas aumentam.

As Figuras 10 e 11 mostram a CDF do número de iterações na qual (P_ϵ) foi resolvido, considerando destinos múltiplos e único, respectivamente. Dado que a cardinalidade do conjunto mínimo completo de soluções Pareto-Ótimas refletem em parte o número de

iterações², é de se esperar que os resultados da Figura 8 e 9 sejam proporcionalmente semelhantes aos resultados exibidos na Figura 10 e 11.

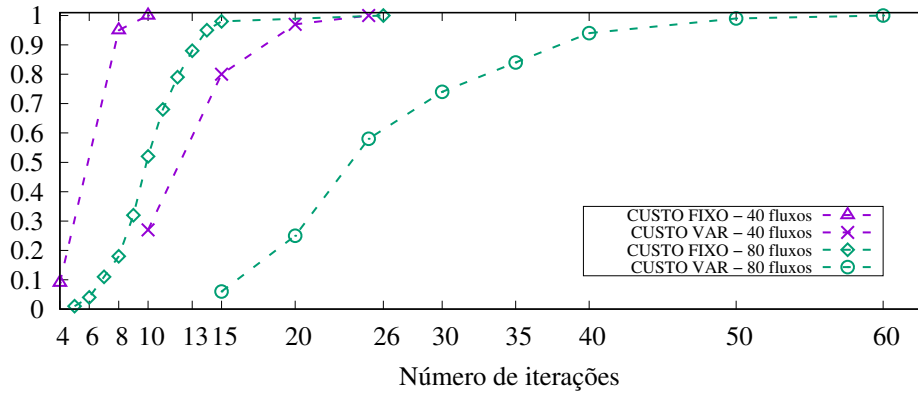
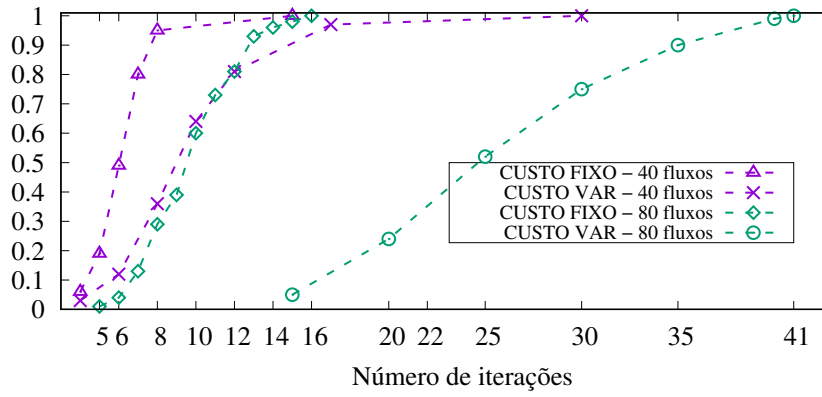
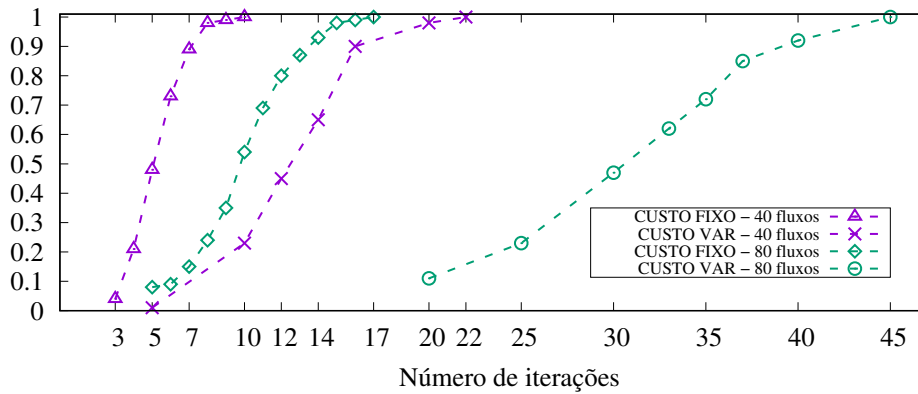
(a) Para $\theta_1 = \theta_2$ (b) Para $\theta_1 > \theta_2$ (c) Para $\theta_1 < \theta_2$

Figura 10 – Número de iterações considerando destinos múltiplos.

Fonte: Próprio Autor.

² Já que para cada iteração é gerada ou uma solução Pareto-Ótima que entrou para X^* , ou uma solução que fora excluída de X^* .

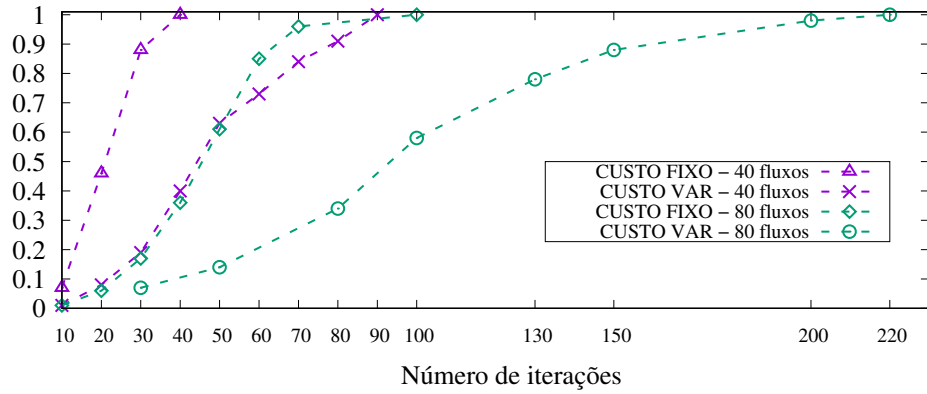
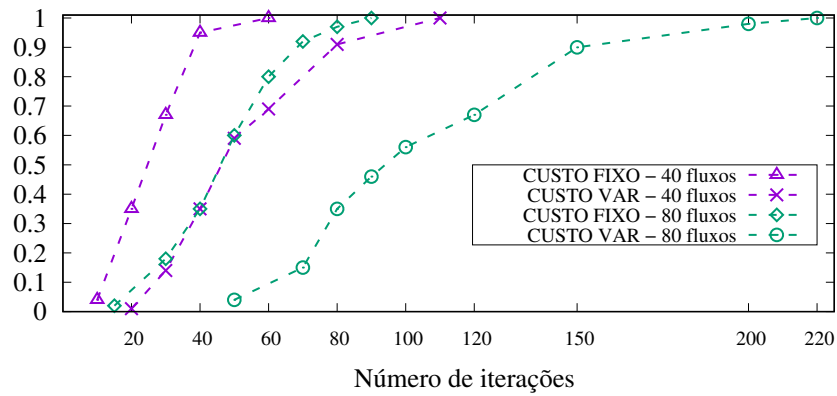
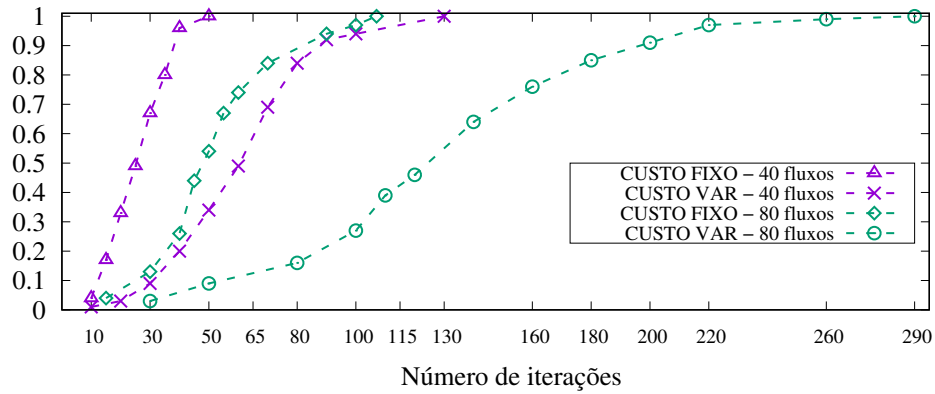
(a) Para $\theta_1 = \theta_2$ (b) Para $\theta_1 > \theta_2$ (c) Para $\theta_1 < \theta_2$

Figura 11 – Número de iterações considerando destino único.

Fonte: Próprio Autor.

Os Quadros 3 e 4 resumem as figuras acima meramente aos resultados para 90% das iterações. Em resumo, o impacto gerado pela diferença entre θ_1 e θ_2 para 90% das iterações continua pequeno, com exceção do pequeno aumento perceptível do número de iterações quando $\theta_1 < \theta_2$ em destino único, assim como foi com os resultados da quantidade de soluções Pareto-Ótimas. Em $\theta_1 > \theta_2$ e $\theta_1 < \theta_2$, com 40 fluxos e custos variados, tivemos algumas poucas instâncias isoladas em que o número de iterações passou de 100. Com 80

fluxos o número de iterações são bem maiores como era de se esperar, e todos os casos ultrapassam 200 iterações.

Quadro 3 – Número de iterações atingidas em 90% das iterações considerando destinos múltiplos.

40 fluxos			80 fluxos		
Número de iterações			Número de iterações		
Parâmetros	Custo fixo	Custo variado	Parâmetros	Custo fixo	Custo variado
$\theta_1 = \theta_2$	≤ 8	≤ 17	$\theta_1 = \theta_2$	≤ 13	≤ 37
$\theta_1 > \theta_2$	≤ 8	≤ 15	$\theta_1 > \theta_2$	≤ 13	≤ 35
$\theta_1 < \theta_2$	≤ 7	≤ 16	$\theta_1 < \theta_2$	≤ 14	≤ 38

Quadro 4 – Número de iterações atingidas em 90% das iterações considerando destino único.

40 fluxos			80 fluxos		
Número de iterações			Número de iterações		
Parâmetros	Custo fixo	Custo variado	Parâmetros	Custo fixo	Custo variado
$\theta_1 = \theta_2$	≤ 30	≤ 79	$\theta_1 = \theta_2$	≤ 64	≤ 158
$\theta_1 > \theta_2$	≤ 38	≤ 80	$\theta_1 > \theta_2$	≤ 69	≤ 150
$\theta_1 < \theta_2$	≤ 37	≤ 87	$\theta_1 < \theta_2$	≤ 82	≤ 196

Como esperado, é perceptível o aumento do número de iterações para custos variados, sendo justificado pelo mesmo motivo apresentado anteriormente quanto ao crescimento da cardinalidade do conjunto de soluções.

As Figuras 12 e 13 ilustram o CDF do tempo de execução, em segundos, no qual (P_ϵ) foi resolvido. Embora logicamente seja possível pensar que o número de iterações tenha influência direta no tempo de execução, através da Figura 13 vemos que isso nem sempre é verdade, assim não refletindo a pouca discrepância que os números de iterações mostravam, tanto para custo fixo quanto para custo variado. Um dos motivos que justifique esse fato é que o algoritmo nem sempre gasta o mesmo tempo para resolver o (P_ϵ) em todas as iterações.

No cenário destinos múltiplos, 40 fluxos, para custos fixo e variados, o tempo de execução não tem uma mudança grande, mas quando considerado 80 fluxos, esse tempo tende a aumentar bastante. por exemplo, em 50% das instancias, o tempo para custo fixo, não ultrapassa 14 segundos (em 80 fluxos), mas para custo variado ele assume valores superiores a 40 segundos, como mostra a Figura 12.

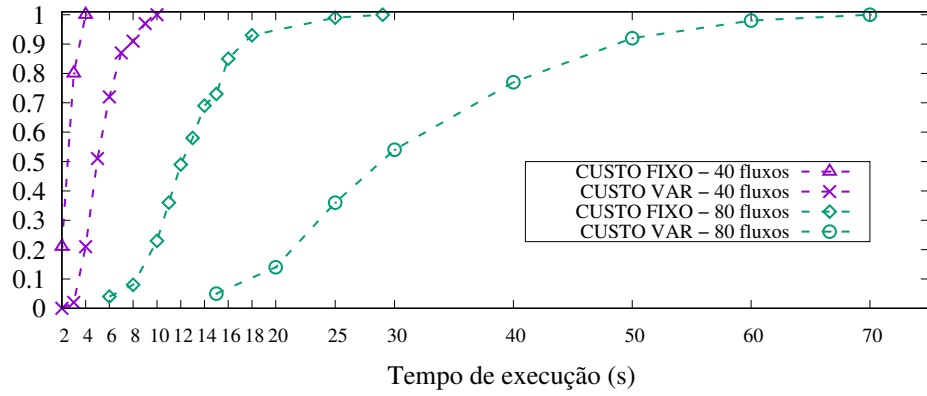
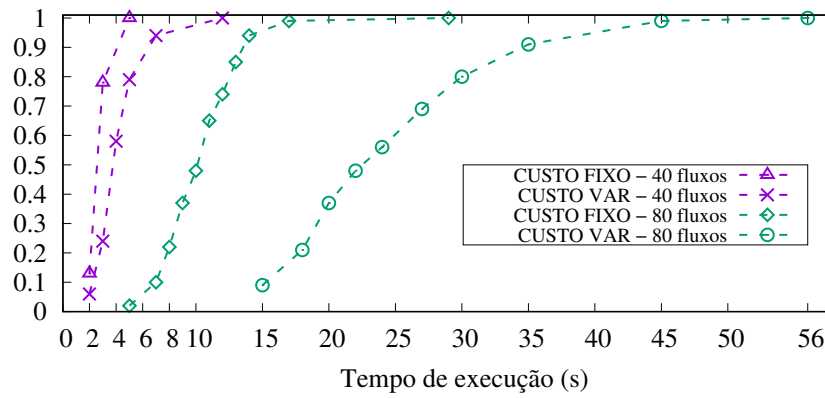
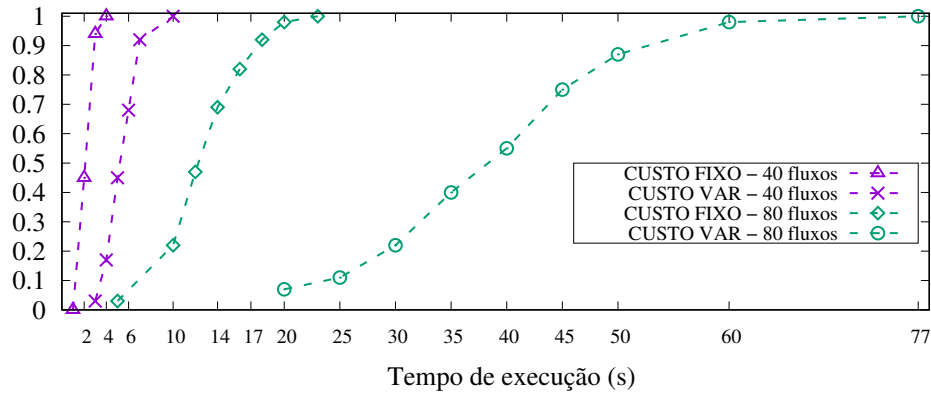
(a) Para $\theta_1 = \theta_2$ (b) Para $\theta_1 > \theta_2$ (c) Para $\theta_1 < \theta_2$

Figura 12 – Tempo de execução do algoritmo considerando destinos múltiplos.

Fonte: Próprio Autor.

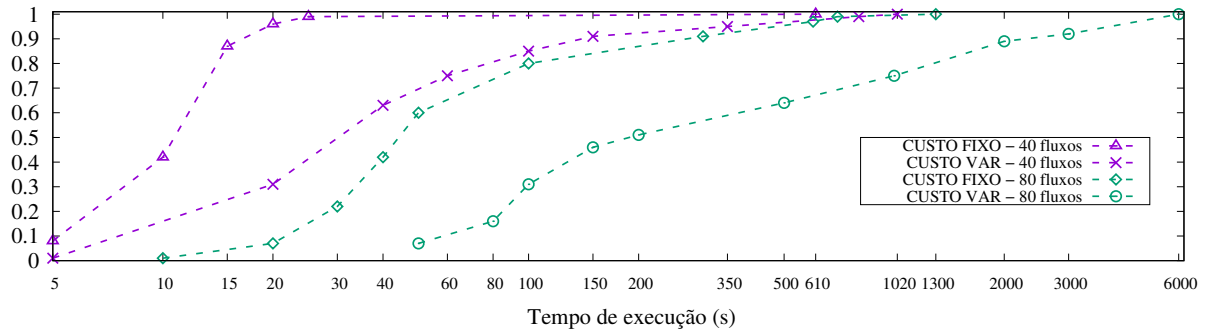
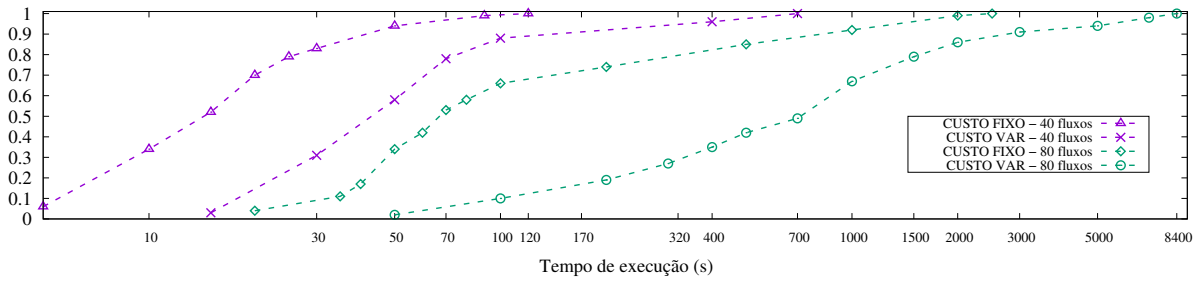
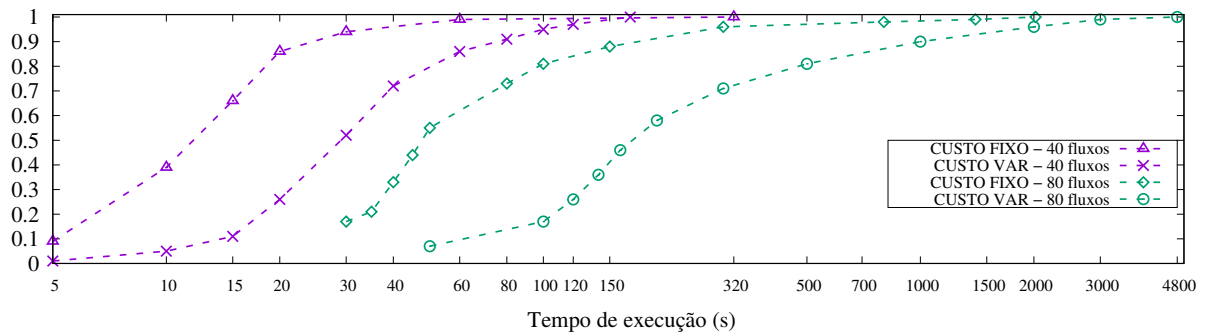
(a) Para $\theta_1 = \theta_2$ (b) Para $\theta_1 > \theta_2$ (c) Para $\theta_1 < \theta_2$

Figura 13 – Tempo de execução do algoritmo considerando destino único.

Fonte: Próprio Autor.

Já, para destino único, tanto em 40 e 80 fluxos, o crescimento é perceptível. Por exemplo, na Figura 13 observa-se que em 50% das instancias o tempo de execução foi inferior a 10 segundos, para custo fixo, e inferior a 30 segundos para custo variado.

Os Quadros 5 e 6 mostram até quantos segundos foram atingidos em tempo de execução para 90% das instâncias. Nos casos de destinos múltiplos com 40 fluxos, exibidos no Quadro 5, houve aumento do tempo de execução do custo fixo para custo variado, todavia não foi significativo. Com 40 fluxos, em 90% das instâncias, o tempo de execução para custo fixo foi de aproximadamente até 4s, e foi de aproximadamente até 7s, para todas as variações de θ , considerando custos variados.

Já com 80 fluxos houve sim algumas variações, mas nada tão impactante quanto as que veremos no cenário de destino único.

Quadro 5 – Tempo de execução (s) atingido em 90% das iterações considerando destinos múltiplos.

40 fluxos			80 fluxos		
Tempo de execução			Tempo de execução		
Parâmetros	Custo fixo	Custo variado	Parâmetros	Custo fixo	Custo variado
$\theta_1 = \theta_2$	$\leq 4s$	$\leq 8s$	$\theta_1 = \theta_2$	$\leq 17s$	$\leq 49s$
$\theta_1 > \theta_2$	$\leq 4s$	$\leq 7s$	$\theta_1 > \theta_2$	$\leq 14s$	$\leq 34s$
$\theta_1 < \theta_2$	$\leq 3s$	$\leq 7s$	$\theta_1 < \theta_2$	$\leq 18s$	$\leq 54s$

Quadro 6 – Tempo de execução (s) atingido em 90% das iterações considerando destino único.

40 fluxos			80 fluxos		
Tempo de execução			Tempo de execução		
Parâmetros	Custo fixo	Custo variado	Parâmetros	Custo fixo	Custo variado
$\theta_1 = \theta_2$	$\leq 16s$	$\leq 140s$	$\theta_1 = \theta_2$	$\leq 275s$	$\leq 2100s$
$\theta_1 > \theta_2$	$\leq 40s$	$\leq 130s$	$\theta_1 > \theta_2$	$\leq 800s$	$\leq 2800s$
$\theta_1 < \theta_2$	$\leq 25s$	$\leq 76s$	$\theta_1 < \theta_2$	$\leq 170s$	$\leq 1000s$

Com 40 e 80 fluxos a diferença nos resultados foi ainda mais impactante, neste cenário, exibido no Quadro 6, é possível perceber um aumento significativo dos valores se comparado às métricas anteriores avaliadas. Isso ocorre porque, com custos variados, as possibilidades de rotas são maiores e, assim, essa busca pela melhor rota tende a um maior tempo de execução.

Como mostra o Quadro 6, a variação do θ_1 e θ_2 tiveram uma maior relevância para o caso de destinos únicos, dado que, para 40 fluxos, considerando custo fixo, em 90% das instâncias resultaram em um tempo de execução de até 16s, quando $\theta_1 = \theta_2$, ao passo que este tempo subiu para até 40s, quando $\theta_1 > \theta_2$, e de até 25s, para $\theta_1 < \theta_2$. Para os custos variados, também tivemos uma variação com diferentes valores de θ , obtendo-se até 140s, 130s, 76s de tempo de execução, para $\theta_1 = \theta_2$, $\theta_1 > \theta_2$, $\theta_1 < \theta_2$, respectivamente. Para 80 fluxos os resultados são análogos aos apresentados por 40 fluxos, como pode ser observado nas Figura 13.

A Figura 14 informa a CDF do aumento de custo total da última solução Pareto-ótima e a diminuição do gargalo da última solução Pareto-Ótima em relação à primeira Pareto-ótima que foram obtidas em cada instância. Lembrando que, o custo total e o gargalo são nossas funções objetivo que são conflitantes entre si, ou seja, ao diminuir o gargalo é aumentado o custo e vice-versa.

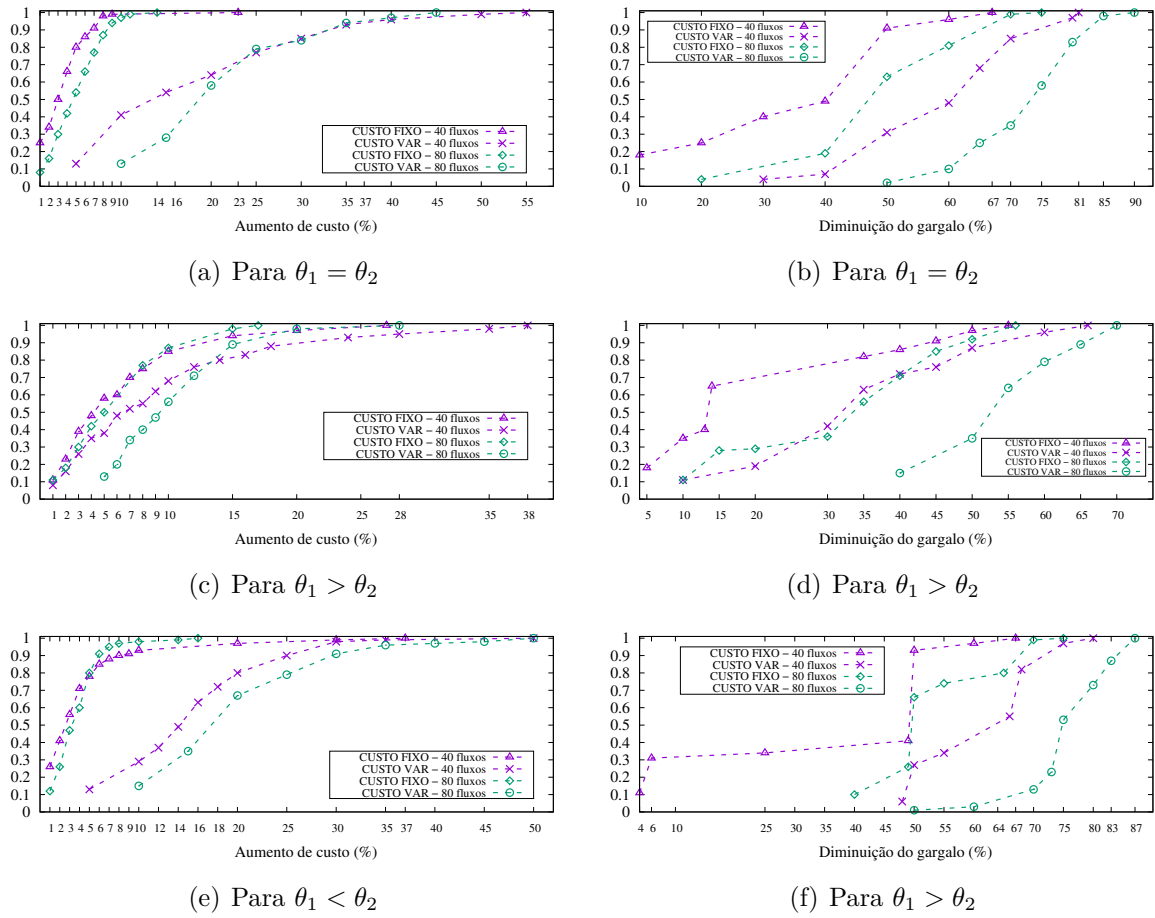


Figura 14 – Aumento de custo (%) e diminuição do gargalo considerando destinos múltiplos.
Fonte: Próprio Autor.

Com tais figuras (14(a), 14(c) e 14(e)) podemos perceber que em 90% das instâncias, com 40 fluxos e custo fixo, alcançou-se 7%, 13% e 8% de aumento de custo nos casos $\theta_1 = \theta_2$, $\theta_1 > \theta_2$, $\theta_1 < \theta_2$, respectivamente. Quando partimos para custos variados, essas diferenças foram de 33%, 21% e 25%, para cada caso de θ .

Também no cenário de 80 fluxos e custo fixo, percebe-se que fora atingindo 8%, 12% e 6% de aumento de custo, para $\theta_1 = \theta_2$, $\theta_1 > \theta_2$, $\theta_1 < \theta_2$, respectivamente. Nos custos variados, os resultados foram de 33%, 16% e 29% na devida ordem.

Ainda na mesma figura, olhando para a diminuição do gargalo (Figuras 14(b), 14(d) e 14(f)), pode-se esquadrihar que em 90% das instâncias, com 40 fluxos e custo fixo, houve uma diminuição de até 50%, 45% e 50% nas variações dos casos de θ na ordem que fora mencionada acima. Ao passo que para custo variado houveram 74%, 54% e 72% na diminuição do gargalo. Indo para 80 fluxos e custo fixo, os resultados foram 65%, 48% e 68%, considerando a mesma ordem dos θ_s . No custo variado foram de 82%, 65% e 84%.

A partir da Figura 14, pode-se perceber que, para custo fixo, tanto com 40 ou 80 fluxos, houve uma grande diminuição no gargalo e pouco aumento no custo. Dessa forma, para o TD escolher a última solução Pareto-Ótima de uma instância, ou seja, a

solução que ocorreu o menor gargalo possível, não houve um aumento muito significativo do custo da última solução em relação à primeira. Já para os cenários de custo variado, a diminuição do gargalo foi maior, mas isso também levou a um aumento no custo total, dificultando um pouco mais a decisão do TD.

Partindo para a abordagem de destino único, a Figura 15 informa a CDF do aumento de custo e a diminuição do gargalo obtidos. Vale notar o caso isolado da Figura 15(b) em que se alcançou quase 100% de diminuição do gargalo, embora os outros casos de variação de θ também conseguiram resultados bastante altos, também vale notar o caso da Figura 15(c) em que em uma(s) instância(s) alcançou-se uma incrível redução de custo de até 420%.

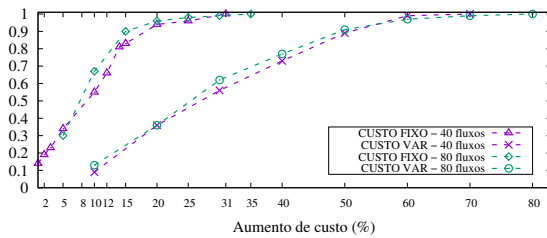
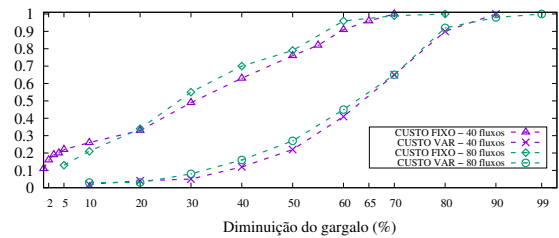
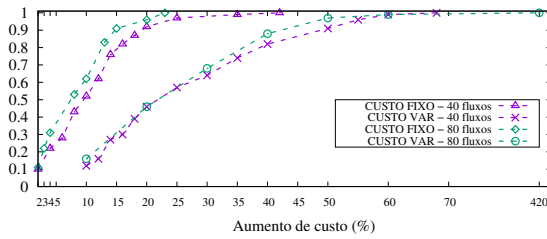
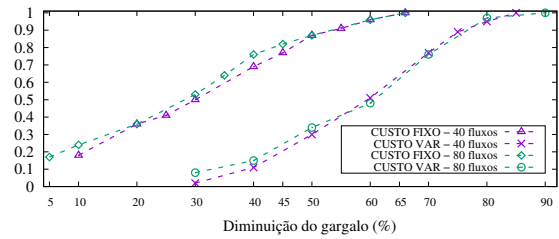
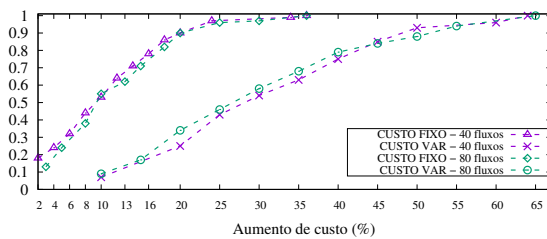
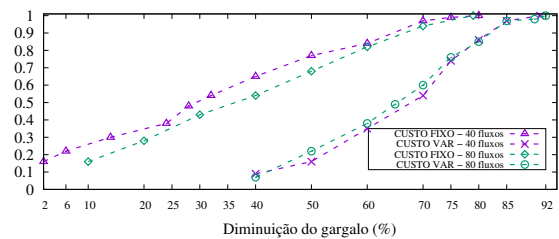
(a) Para $\theta_1 = \theta_2$ (b) Para $\theta_1 = \theta_2$ (c) Para $\theta_1 > \theta_2$ (d) Para $\theta_1 > \theta_2$ (e) Para $\theta_1 < \theta_2$ (f) Para $\theta_1 > \theta_2$

Figura 15 – Aumento de custo (%) e diminuição do gargalo considerando destino único.

Fonte: Próprio Autor.

Os Quadros 7 e 8 sintetizam os resultados das figuras acima, indicando até quanto de aumento de custo e diminuição do gargalo foram obtidos em 90% das iterações.

Quadro 7 – Aumento de custo (%) atingido em 90% das iterações considerando destino único.

40 fluxos			80 fluxos		
Aumento de custo			Aumento de custo		
Parâmetros	Custo fixo	Custo variado	Parâmetros	Custo fixo	Custo variado
$\theta_1 = \theta_2$	$\leq 18\%$	$\leq 50\%$	$\theta_1 = \theta_2$	$\leq 15\%$	$\leq 50\%$
$\theta_1 > \theta_2$	$\leq 19\%$	$\leq 49\%$	$\theta_1 > \theta_2$	$\leq 15\%$	$\leq 42\%$
$\theta_1 < \theta_2$	$\leq 20\%$	$\leq 48\%$	$\theta_1 < \theta_2$	$\leq 20\%$	$\leq 52\%$

Quadro 8 – Diminuição do gargalo (%) atingido em 90% das iterações considerando destino único.

40 fluxos			80 fluxos		
Diminuição do gargalo			Diminuição do gargalo		
Parâmetros	Custo fixo	Custo variado	Parâmetros	Custo fixo	Custo variado
$\theta_1 = \theta_2$	$\leq 60\%$	$\leq 80\%$	$\theta_1 = \theta_2$	$\leq 56\%$	$\leq 80\%$
$\theta_1 > \theta_2$	$\leq 53\%$	$\leq 78\%$	$\theta_1 > \theta_2$	$\leq 53\%$	$\leq 78\%$
$\theta_1 < \theta_2$	$\leq 64\%$	$\leq 82\%$	$\theta_1 < \theta_2$	$\leq 66\%$	$\leq 82\%$

E os Quadros 9 e 10 trazem estatísticas relativas ao aumento do custo total para os cenários de destino único e destinos múltiplos, respectivamente.

Portanto, o aumento do custo total da última solução Pareto-Ótima em relação à primeira solução Pareto-Ótima, no caso de custo variado, para os dois cenários (40 e 80 fluxos), foi bem maior do que para o custo fixo (constante). Porém, um ponto positivo é que mesmo aumentando a quantidade de fluxos, de 40 para 80, esse aumento não teve um grande impacto. Isso pode ser melhor entendido, por exemplo, pelas estatísticas apresentadas nos Quadros 9 e 10, considerando o caso $\theta_1 = \theta_2$.

Os resultados gerados das 100 instâncias para as métricas analisadas (cardinalidade do conjunto mínimo completo, número de iterações e tempo de execução do algoritmo), bem como, as porcentagens que analisam o aumento e a diminuição da última solução Pareto-ótima em relação a primeira solução Pareto-ótima do custo total e do gargalo, respectivamente, podem ser encontrados em <<https://drive.google.com/drive/folders/14e5UQuwdUXuYCbDLMg45RMzP4GTc2X3E?usp=sharing>>.

Quadro 9 – Estatísticas do aumento (%) do custo total para destino único

40 fluxos		80 fluxos	
$\theta_1 = \theta_2$		$\theta_1 = \theta_2$	
Estatísticas	Custo variado	Estatísticas	Custo variado
Média	28,81	Média	27,05
Desvio padrão	15,39	Desvio padrão	15,46
Mediana	26,00	Mediana	25,00

Quadro 10 – Estatísticas do aumento (%) do custo total para destinos múltiplos

40 fluxos		80 fluxos	
$\theta_1 = \theta_2$		$\theta_1 = \theta_2$	
Estatísticas	Custo variado	Estatísticas	Custo variado
Média	16,93	Média	20,06
Desvio padrão	11,73	Desvio padrão	9,17
Mediana	13,5	Mediana	18,5

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Através da implementação do algoritmo apresentado em (PINTO; FERNANDES; CARDOSO, 2021), fora avaliado que essa abordagem pode ser usada para rotear fluxos cujo desempenho pode ser afetado pelo gargalo na rede e pelo comprimento do caminho das rotas.

Porém, nos resultados gerados pela implementação desse algoritmo, a variação da prioridade para o tomador de decisão entre os pesos dos fluxos e as qualidades das arestas, quanto a cardinalidade de X^* , ou seja, número de soluções Pareto-ótimas geradas para cada uma dessas prioridades, foram muito próximas.

O destaque na comparação das métricas analisadas são nas variações dos custos c_{ij}^f , nas variações das configurações dos fluxos quanto a seus destinos, únicos ou múltiplos e na mudança da quantidade de fluxos, 40 ou 80.

Através da análise dos resultados fora possível perceber que, para as métricas analisadas (cardinalidade de X^* , número de iterações e tempo de execução), os cenários que consideram custos de enlaces variados tendem a aumentar o valor dessas métricas em relação aos de custo fixo.

Apesar de ter sido mostrado apenas 5 valores distintos de custo, outros testes foram feitos incluindo até 10 valores distintos de custos, observou-se que conforme a quantidade de custos distintos aumentam, o número de soluções Pareto-Ótimas tendem a aumentar cada vez mais, conseqüentemente o tempo de execução do algoritmo também aumenta significativamente.

Uma sugestão para minimizar esse problema seria criar uma escala para diminuir o número de valores distintos desses custos, assim garantindo um número menor de soluções Pareto-Ótima geradas, facilitando o trabalho do tomador de decisão.

Assim, atingiu-se os objetivos gerais e específicos deste trabalho, ficando para trabalhos futuros a simulação do roteamento em outras redes reais, como a RSSF, considerando o protocolo TCP/IP com o auxílio de (TANENBAUM; WETHERALL, 2011). Além disso, seria interessante um estudo e implementação desse modelo em uma RSSF levando em conta também a otimização do tempo de bateria dos nós sensores.

De modo que, deseja-se para esse trabalho futuro, baseando-se primeiramente em (SILVA; MUNARETTO; DELGADO, 2007) e (AKYILDIZ et al., 2002), adicionar ao subproblema 2.5 uma nova função objetivo a ser otimizada, uma função que retrate o gasto de bateria, podendo-se adotar ou incorporar algumas técnicas na literatura, como em (AKYILDIZ et al., 2002). Vale adicionar também ao subproblema uma nova restrição de

energia, de modo que no cálculo das melhores rotas para o efetivo roteamento dos dados, seja evitada uma rota em que algum nó tenha alta possibilidade de ser desligado devido à baixa energia, comprometendo, então, o correto roteamento dos fluxos na RSSF.

REFERÊNCIAS

AKYILDIZ, I. et al. Wireless sensor networks: a survey. *Computer Networks*, v. 38, n. 4, p. 393–422, 2002. ISSN 1389-1286. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1389128601003024>>. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 43.

ALI, A. et al. A comprehensive survey on real-time applications of wsn. *Future Internet*, v. 9, n. 4, 2017. ISSN 1999-5903. Disponível em: <<https://www.mdpi.com/1999-5903/9/4/77>>. Citado na página 25.

AMARAL, F.; LADEIRA, R. Barabási e as redes: Uma infraestrutura dinâmica para a complexidade. *Revista Inteligência Empresarial*, v. 1, out. 2021. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 23.

AVVARI, R. K.; M., V. K. D. Multi-objective optimal power flow including wind and solar generation uncertainty using new hybrid evolutionary algorithm with efficient constraint handling method. *International Transactions on Electrical Energy Systems*, Hindawi, v. 2022, p. 7091937, Jul 2022. Disponível em: <<https://doi.org/10.1155/2022/7091937>>. Citado na página 9.

BACK, T. *Evolutionary algorithms in theory and practice: evolution strategies, evolutionary programming, genetic algorithms*. [S.l.]: Oxford university press, 1996. Citado na página 17.

BARABÁSI, A.-L.; ALBERT, R. Emergence of scaling in random networks. *Science*, American Association for the Advancement of Science, v. 286, n. 5439, p. 509–512, 1999. Citado 4 vezes nas páginas 23, 24, 27 e 29.

BARABÁSI, A.-L. Scale-free networks: A decade and beyond. *Science*, v. 325, n. 5939, p. 412–413, 2009. Disponível em: <<https://www.science.org/doi/abs/10.1126/science.1173299>>. Citado 4 vezes nas páginas 7, 22, 23 e 24.

BARABÁSI, A.-L. *Ilustração do crescimento de uma rede real*. 2022. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=WIC9eebPsQk>>. Acesso em: 21.12.2022. Citado na página 23.

CHANKONG, V.; HAILES, Y. Y. *Multiobjective decision making: theory and methodology*. [S.l.]: Courier Dover Publications, 2008. Citado na página 19.

CHAPRA, S.; CANALE, R. *Métodos Numéricos para Engenharia - 5.ed.* McGraw Hill Brasil, 2009. ISBN 9788580550115. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=ch7MLP20q3MC>>. Citado na página 11.

CLÍMACO JOÃO NAMORADO; ANTUNES, C. H. A. M. J. G. Programação linear multiobjectivo: do modelo de programação linear clássico à consideração explícita de várias funções objectivo. *Universidade de Coimbra*, Imprensa da Universidade de Coimbra, 2003. Citado 3 vezes nas páginas 11, 12 e 13.

COELHO, G. P.; ZUBEN, F. J. V. Uma proposta imuno-inspirada para omni-otimização. Citado na página 12.

- COELLO, C. An updated survey of ga-based multiobjective optimization. *ACM Computing Surveys*, v. 32, p. 109–143, 01 2000. Citado na página 12.
- COELLO, C. A. C.; CORTÉS, N. C. An approach to solve multiobjective optimization problems based on an artificial immune system. Citeseer, 2002. Citado na página 16.
- EHRGOTT, M. *Multicriteria Optimization*. [S.l.]: Springer, Berlin, Heidelberg, 2005. v. 2. Citado na página 18.
- EHRGOTT, M.; GANDIBLEUX, X. A survey and annotated bibliography of multiobjective combinatorial optimization. *OR-Spektrum*, v. 22, n. 4, p. 425–460, Nov 2000. ISSN 1436-6304. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s002910000046>>. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 18.
- EMMERICH, M.; DEUTZ, A. Multicriteria optimization and decision making. *LIACS. Leiden university, NL*, 2006. Citado 3 vezes nas páginas 12, 13 e 16.
- ENAYATI, J.; ASEF, P. Review and analysis of magnetic energy harvesters: A case study for vehicular applications. *IEEE Access*, v. 10, p. 79444–79457, 2022. Citado na página 25.
- ERDÖS, P.; RÉNYI, A. On random graphs i. *Publicationes Mathematicae Debrecen*, v. 6, p. 290, 1959. Citado na página 22.
- FERNANDES, K. C. C. Técnicas de otimização multiobjetivo e otimização estocástica para o roteamento de fluxos em redes. Universidade Federal de Goiás, 2019. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 19.
- FERNANDES, K. C. C. Técnicas de otimização multiobjetivo e otimização estocástica para o roteamento de fluxos em redes. *Universidade Federal de Goiás - UFG*, 2019. Citado na página 24.
- FONSECA, C. M.; FLEMING, P. J. An overview of evolutionary algorithms in multiobjective optimization. *Evolutionary Computation*, v. 3, n. 1, p. 1–16, 1995. Citado na página 17.
- FORMIGA, K. T. M. *Otimização multiobjetivo de projetos de redes de distribuição de água*. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2005. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 19.
- GOULART, F. Preference-guided evolutionary algorithms for optimization with many objectives. Universidade Federal de Minas Gerais, 2014. Citado 4 vezes nas páginas 13, 14, 17 e 18.
- HAIMES, Y. Y.; WISMER, D. A. Integrated system modeling and optimization via quasilinearization. *Journal of Optimization Theory and Applications*, v. 8, n. 2, p. 100–109, Aug 1971. ISSN 1573-2878. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/BF00928470>>. Citado na página 18.
- HAN, Y. et al. Evolutionary multiobjective blocking lot-streaming flow shop scheduling with machine breakdowns. *IEEE Transactions on Cybernetics*, v. 49, n. 1, p. 184–197, 2019. Citado na página 13.

- HANSEN, P. Bicriterion path problems. In: *Multiple criteria decision making theory and application*. [S.l.]: Springer, 1980. p. 109–127. Citado na página 9.
- HASHIMOTO, K. *Técnicas de otimização combinatória multiobjetivo aplicadas na estimação do desempenho elétrico de redes de distribuição*. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2004. Citado 5 vezes nas páginas 7, 14, 15, 16 e 17.
- HNAIEN, F.; DOLGUI, A.; DELORME, X. Multi-objective optimization for inventory control in two-level assembly systems under uncertainty of lead times. *Computers and Operations Research*, Elsevier, v. 37, n. 11, p. Pages 1835–1843, 2010. Disponível em: <<https://hal-emse.ccsd.cnrs.fr/emse-00710388>>. Citado na página 13.
- IBM. *Branch and cut in CPLEX*. 2022. Disponível em: <<https://www.ibm.com/docs/en/icos/22.1.0?topic=concepts-branch-cut-in-cplex>>. Acesso em: 09 jul. 2022. Citado na página 28.
- JÚNIOR, G. P. *MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO E DE SIMULAÇÃO APLICADOS AO PROBLEMA DE PLANEJAMENTO OPERACIONAL DE LAVRA EM MINAS A CÉU ABERTO*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Ouro Preto, 2011. Citado 7 vezes nas páginas 12, 13, 14, 16, 17, 18 e 19.
- JURECZKO, M.; MRÓWKA, M. *Multiobjective Optimization of Composite Wind Turbine Blade*. *Materials* 2022, 15, 4649. [S.l.]: s Note: MDPI stays neutral with regard to jurisdictional claims in published ..., 2022. Citado na página 9.
- KOMURLU, C.; BILGIC, M. Active inference and dynamic gaussian bayesian networks for battery optimization in wireless sensor networks. In: *Workshops at the Thirtieth AAAI Conference on Artificial Intelligence*. [S.l.: s.n.], 2016. Citado na página 25.
- KUROSE, J.; ROSS, K. *Redes de computadores e a internet: uma abordagem top-down*. Pearson, 2013. ISBN 9788581436777. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=g-cCkAEACAAJ>>. Citado na página 25.
- LIANG, X. Multiobjective optimization management of construction engineering based on ant colony algorithm. *Journal of Control Science and Engineering*, Hindawi, v. 2022, p. 2397246, Jun 2022. ISSN 1687-5249. Disponível em: <<https://doi.org/10.1155/2022/2397246>>. Citado na página 9.
- LOUREIRO, A. A. et al. Redes de sensores sem fio. In: SN. *Simpósio Brasileiro de Redes de Computadores (SBRC)*. [S.l.], 2003. p. 179–226. Citado na página 25.
- MENDONÇA, G. H. M. Tomada de decisão em problemas de otimização de portfólios financeiros. Centro Federal De Educação Tecnológica de Minas Gerais, 2019. Citado 2 vezes nas páginas 12 e 13.
- MIETTINEN, K. *Nonlinear multiobjective optimization*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 1998. v. 12. Citado na página 18.
- MOHAMED, S. M.; HAMZA, H. S.; SAROIT, I. A. Coverage in mobile wireless sensor networks (m-wsn): A survey. *Computer Communications*, v. 110, p. 133–150, 2017. ISSN 0140-3664. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0140366417307235>>. Citado na página 25.

- NARIÑO, G. A. R.; MARTHA, L. F. Otimização de risers em catenária com amortecedores hidrodinâmicos. *Abril de*, 2014. Citado 3 vezes nas páginas 7, 13 e 14.
- OSY CZKA, A. 7 – multicriteria optimization for engineering design. In: . [S.l.: s.n.], 1985. Citado na página 12.
- PARETO, V. *Cours d'économie politique: professé à l'Université de Lausanne*. [S.l.]: F. Rouge, 1896. v. 1. Citado na página 14.
- PEREIRA, C. A.; ANDREOLI, A. L. Otimização de sistemas de abastecimento de Água para a redução do custo com energia elétrica: Um estudo de caso. In: *2021 14th IEEE International Conference on Industry Applications (INDUSCON)*. [S.l.: s.n.], 2021. p. 1530–1537. Citado na página 12.
- PEREIRA, G. W. Aplicação da técnica de recozimento simulado em problemas de planejamento florestal multiobjetivo. Universidade Federal de Minas Gerais, Mar 2004. Citado 4 vezes nas páginas 12, 13, 14 e 17.
- PINTO, L. L.; FERNANDES, K. C.; CARDOSO, K. V. Flow routing aiming load balancing and path length in multi-hop networks with different link qualities. *RAIRO-Operations Research*, EDP Sciences, v. 55, n. 5, p. 2631–2637, 2021. Citado 7 vezes nas páginas 6, 9, 19, 21, 27, 29 e 43.
- QI, R.; YEN, G. G. Hybrid bi-objective portfolio optimization with pre-selection strategy. *Information Sciences*, v. 417, p. 401–419, 2017. ISSN 0020-0255. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020025517308381>>. Citado na página 13.
- RODRIGUES, F. *Modelo de Barabási-Albert (Redes Complexas)*. 2022. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=fJZGJuKinxE>>. Acesso em: 20.11.2022. Citado na página 23.
- SILVA, R. C. da; MUNARETTO, A.; DELGADO, M. R. Otimização por colônia de formigas para o roteamento e consumo de energia em redes de sensores sem fio. In: *Anais do 1º Simpósio Brasileiro de Inteligência Computacional*. Florianópolis, SC: SBRN, 2007. p. 1–6. Citado na página 43.
- STANKOVIC, J. A. Wireless sensor networks. *Computer*, v. 41, n. 10, p. 92–95, 2008. Citado na página 25.
- TADAYUKI, I. T. H. S. *Estudo de técnicas de otimização em redes usando o emulador de redes MiniNet*. 13–25 p. — IFG, Instituto Federal de Goiás - Campus Anápolis, 2020. Citado na página 9.
- TANENBAUM, A.; WETHERALL, D. *Redes de computadores*. Pearson Prentice Hall, 2011. ISBN 9788576059240. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=fnfwkQEACAAJ>>. Citado 2 vezes nas páginas 24 e 43.
- TANENBAUM, A. S. *Redes de Computadores*. [S.l.]: Campus, 2003. Citado 2 vezes nas páginas 7 e 25.
- ULUNGU, E. L.; TEGHEM, J. Multi-objective combinatorial optimization problems: A survey. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, Wiley Online Library, v. 3, n. 2, p. 83–104, 1994. Citado na página 9.

- VELDHUIZEN, D. A. V.; LAMONT, G. B. Multiobjective evolutionary algorithms: Analyzing the state-of-the-art. *Evol. Comput.*, MIT Press, Cambridge, MA, USA, v. 8, n. 2, p. 125–147, jun 2000. ISSN 1063-6560. Disponível em: <<https://doi.org/10.1162/106365600568158>>. Citado na página 17.
- YANG, Y. et al. Exploring low-toxicity chemical space with deep learning for molecular generation. *Journal of Chemical Information and Modeling*, American Chemical Society, Jun 2022. ISSN 1549-9596. Disponível em: <<https://doi.org/10.1021/acs.jcim.2c00671>>. Citado na página 9.
- YOU, T. et al. Study on gas molecular structure parameters based on maximum information coefficient. *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, p. 1–1, 2022. Citado na página 9.
- ZHANG, Y. et al. Ubiquitous wsn for healthcare: Recent advances and future prospects. *IEEE Internet of Things Journal*, v. 1, n. 4, p. 311–318, 2014. Citado na página 25.
- ZITZLER, E. *Evolutionary algorithms for multiobjective optimization: Methods and applications*. [S.l.]: Citeseer, 1999. v. 63. Citado 4 vezes nas páginas 12, 13, 14 e 16.