



INSTITUTO FEDERAL
GOIÁS
Câmpus Anápolis

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE GOIÁS
CÂMPUS ANÁPOLIS

TRABALHO DE CONCLUSÃO DO CURSO DE ENGENHARIA CIVIL DA
MOBILIDADE

ESTUDO COMPARATIVO DE LAJES LISAS DE CONCRETO ARMADO
SUBMETIDAS À PUNÇÃO.

EBER GIANNI LACERDA FILHO

ORIENTADOR: Prof. D.Sc. DIEGO BORJA FERREIRA

PUBLICAÇÃO:
ANÁPOLIS
2025

EBER GIANNI LACERDA FILHO

**ESTUDO COMPARATIVO DE LAJES LISAS DE CONCRETO ARMADO
SUBMETIDAS À PUNÇÃO.**

Trabalho de Conclusão do Curso II de Engenharia Civil da
Mobilidade do Instituto Federal de Educação, Ciência e
Tecnologia de Goiás – Campus Anápolis, como requisito
parcial para conclusão de curso.

Orientador: Prof. D.Sc. Diego Borja Ferreira

ANÁPOLIS, 2025

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Lacerda Filho, Eber Gianni.

L131e Estudo comparativo de lajes lisas de concreto armado submetidas à punção./ Eder Gianni Lacerda Filho. – Anápolis: IFG, 2025.
51 f. il. color.

Orientador: Prof. Dr. Diego Borja Ferreira.

Trabalho de Conclusão de Curso – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, Campus Anápolis – Bacharelado em Engenharia Civil da Mobilidade, 2025.

1. Lajes-lisas. 2. efeitos de puncionamento. 3. Estruturas.

I. Ferreira, Diego Borja (orient.)

II. Título.

CDD 624



INSTITUTO FEDERAL
Goiás

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE GOIÁS
CÂMPUS ANÁPOLIS

ATA Nº 06/2024.2

ATA DA SESSÃO PÚBLICA DE APRESENTAÇÃO E DEFESA DO TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

No 13º dia do mês de março do ano de dois mil e vinte e cinco, às 14:00 horas, na sala T-601 do IFG-Anápoli, foi realizada a sessão pública de apresentação e defesa do Trabalho de Conclusão de Curso do Graduando **Eber Gianni Lacerda Filho** (matrícula 20201060130083) do curso de Engenharia Civil da Mobilidade. A banca foi composta pelos seguintes membros: Diego Borja Ferreira, Valéria Conceição Mouro Costa e Lucas de Oliveira Zuñiga, sob a presidência do primeiro. O trabalho de conclusão de curso tem como título “ESTUDO COMPARATIVO DE LAJES LISAS DE CONCRETO ARMADO SUBMETIDAS À PUNÇÃO”, da área de Estruturas, sob orientação do Prof. Diego Borja Ferreira. Após a apresentação, tendo sido o autor arguido pela Banca Examinadora, a nota obtida foi 100,0 (cem pontos) e o Trabalho de Conclusão de Curso foi considerado (X) aprovado () aprovado com correções () reprovado pela banca examinadora.

Encerra-se a presente sessão às 15 horas e 40 minutos. Eu, Prof. Diego Borja Ferreira dato e assino a presente ata que segue assinada por todos os membros da Banca e pelo graduando.

Prof. Diego Borja Ferreira

(Assinado eletronicamente)

Prof. Valéria Conceição Mouro Costa

(Assinado eletronicamente)

Profa. Lucas de Oliveira Zuñiga

(Assinado eletronicamente)



Documento assinado digitalmente

LUCAS DE OLIVEIRA ZUNIGA

Data: 15/03/2025 11:21:00-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Eber Gianni Lacerda Filho
(Graduando)

Documento assinado eletronicamente por:

- Eber Gianni Lacerda Filho, 20201060130083 - Discente, em 14/03/2025 19:20:00.
- Valeria Conceicao Mouro Costa, PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO, em 14/03/2025 17:38:39.
- Diego Borja Ferreira, PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO, em 13/03/2025 16:23:57.

Este documento foi emitido pelo SUAP em 13/03/2025. Para comprovar sua autenticidade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse <https://suap.ifg.edu.br/autenticar-documento/> e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 626649

Código de Autenticação: 9e6114dc7f



Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás
Avenida Pedro Ludovico, s/ nº, S/N, Reny Cury, ANÁPOLIS / GO, CEP 75131-457
(62) 3703-3373 (ramal: 3373)



INSTITUTO FEDERAL
Goiás

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
SISTEMA INTEGRADO DE BIBLIOTECAS

TERMO DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAÇÃO NO REPOSITÓRIO DIGITAL DO IFG - ReDi IFG

Com base no disposto na Lei Federal nº 9.610/98, AUTORIZO o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, a disponibilizar gratuitamente o documento no Repositório Digital (ReDi IFG), sem ressarcimento de direitos autorais, conforme permissão assinada abaixo, em formato digital para fins de leitura, download e impressão, a título de divulgação da produção técnico-científica no IFG.

Identificação da Produção Técnico-Científica

- | | |
|--|---|
| ☐ Tese | ☐ Artigo Científico |
| ☐ Dissertação | ☐ Capítulo de Livro |
| ☐ Monografia – Especialização | ☐ Livro |
| ☒ TCC - Graduação | ☐ Trabalho Apresentado em Evento |
| ☐ Produto Técnico e Educacional - Tipo: _____ | |

Nome Completo do Autor: Eber Gianni Lacerda Filho

Matrícula: 20201060130083

Título do Trabalho: Estudo comparativo de lajes lisas de concreto armado submetidas à punção.

Autorização - Marque uma das opções

1. (x) Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso aberto);
2. () Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG somente após a data ____/____/____ (Embargo);
3. () Não autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso restrito).

Ao indicar a opção **2 ou 3**, marque a justificativa:

- () O documento está sujeito a registro de patente.
() O documento pode vir a ser publicado como livro, capítulo de livro ou artigo.
() Outra justificativa: _____

DECLARAÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO NÃO-EXCLUSIVA

O/A referido/a autor/a declara que:

- i. o documento é seu trabalho original, detém os direitos autorais da produção técnico-científica e não infringe os direitos de qualquer outra pessoa ou entidade;
- ii. obteve autorização de quaisquer materiais inclusos no documento do qual não detém os direitos de autor/a, para conceder ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás os direitos requeridos e que este material cujos direitos autorais são de terceiros, estão claramente identificados e reconhecidos no texto ou conteúdo do documento entregue;
- iii. cumpriu quaisquer obrigações exigidas por contrato ou acordo, caso o documento entregue seja baseado em trabalho financiado ou apoiado por outra instituição que não o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás.

 Documento assinado digitalmente
EBER GIANNI LACERDA FILHO
Data: 07/04/2025 20:17:09-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Anapolis-GO, 07/04/2025.
Local Data

Assinatura do Autor e/ou Detentor dos Direitos Autorais

Dedico a todos que fizeram e fazem parte de minha vida, em especial minha família.

RESUMO

O presente trabalho apresentará um estudo comparativo dos resultados obtidos por autores em seus estudos relacionados aos efeitos de punção em lajes lisas. Gomes (1991), Andrade (1999), Trautwein (2006) e Ferreira (2023) trazem em seus trabalhos grandes contribuições para o combate ao efeito de puncionamento em lajes lisas, realizando testes que compreendem diversificações em modelos de armaduras e protótipos analisados. Estes trabalhos serão analisados e comparados com o objetivo principal de elencar as principais características conferidas.

Palavras-chave: Lajes-lisas. Efeitos de puncionamento. Estruturas.

ABSTRACT

The present work will present a comparative study of the results obtained by authors in their studies related to the effects of punching in smooth slabs. Gomes (1991), Andrade (1999), Trautwein (2006) and Ferreira (2023) bring in their works great contributions to combating the effect of punching in smooth slabs, carrying out tests that include diversifications in reinforcement models and analyzed prototypes. These works will be analyzed and compared with the main objective of listing the main characteristics conferred.

Keywords: Flat slabs. Punching effects. Structures.

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
NBR	Norma Brasileira
LVDT	Linear Variable DifferentialTransformer
CSCT	CriticalShear Crack Theory
CEB	Euro-InternationalCommitteefor Concrete
FIP	Federation for Structural Concrete
ACI	American Concrete Institute
CSCT	Critical Shear Crack Theory

LISTA DE FIGURAS

FIGURAS

Figura 1.1 -	Representação de ruptura por punção.....	07
Figura 1.2 -	Superfícies de ruptura.....	07
Figura 3.1 -	Perímetro de controle ABNT NBR 6118 (2023).....	10
Figura 3.2 -	Perímetro de controle (b0) ACI 318 (2019).....	13
Figura 3.3 -	Perímetro de controle distante $d/2$ a partir da última camada de armadura de cisalhamento.....	14
Figura 3.4 -	Perímetro de controle u_1	15
Figura 3.5 -	Perímetro de controle para pilares internos.....	17
Figura 3.6 -	Perímetro de controle.....	18
Figura 3.7 -	Definição de perímetros de controle e espaçamentos tangenciais para armadura de punção.....	20
Figura 3.8 -	Perímetro crítico de acordo com o modelo analítico proposto por Gomes (1991).....	22
Figura 3.9 -	Elementos metálicos utilizados por Gomes (1991).....	23
Figura 3.10-	Formas de posicionamento dos studs.....	24
Figura 3.11-	Superfícies de ruptura de lajes ensaiadas por Andrade (1999).....	25
Figura 3.12-	Modelos de studs avaliados.....	28
Figura 3.13-	Posicionamento dos elementos de ensaio, medidas em mm.....	28
Figura 3.14-	Fotografia do experimento.....	29
Figura 3.15-	Representação do primeiro grupo de lajes ensaiadas por Ferreira (2010).	30
Figura 3.16-	Representação do segundo grupo de lajes ensaiadas por Ferreira (2010).	30

Figura 3.17-	Distribuição de armaduras nas lajes LC01 a LC04.....	31
Figura 3.18-	Distribuição de armaduras nas lajes LC05 a LC08.....	32
Figura 3.19-	Distribuição de armaduras nas lajes LS01 a LS08.....	32
Figura 3.20-	Vista superior do sistema de ensaio.....	33
Figura 3.21-	Vista lateral do sistema de ensaio – BB.....	33
Figura 3.22-	Geometria das lajes analisadas.....	34
Figura 3.23-	Tipos de armaduras de cisalhamento.....	34
Figura 3.24-	Classificação dos modelos de armadura de Hegger et al. (2017).....	35
Figura 3.25-	Padrões de fissuração nas lajes ensaiadas.....	36
Figura 3.26-	Padrões de fissuração nas lajes ensaiadas.....	36
Figura 4.1-	Deslocamentos máximos para carga última.....	43
Figura 4.2-	Deslocamentos em uma mesma faixa de carga.....	44
Figura 4.3-	Rotação máxima das lajes.....	45

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1	Resultados obtidos por Gomes (1991)	23
Tabela 3.2	Tabela de lajes ensaiadas por Andrade (1999).....	24
Tabela 3.3	Comparativo dos resultados obtidos por Trautwein (2006).....	26
Tabela 3.4	Comportamento das lajes ensaiadas por Trautwein (2006) na ruptura.....	27
Tabela 4.1	Dados das lajes analisadas.....	40
Tabela 4.2	Comparativo de resistência entre os diferentes métodos.....	41
Tabela 4.3	Comparativo de resistência entre testes e modelos de cálculo.....	42
Tabela 5.1	Variações entre modelos teóricos.....	46

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	6
2. OBJETIVO	8
3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	9
3.1. MÉTODOS DE CÁLCULO PARA DIMENSIONAMENTO DE LAJES SUBMETIDAS À PUNÇÃO.....	9
• 3.1.1. ABNT NBR 6118 (2023).....	9
3.1.2. ACI 318 (2019).....	12
3.1.3. EUROCODE 2 (2004).....	15
3.1.3.1 prEC-2 (2021) – Projeto de revisão do EUROCODE-2 (2004).....	17
3.1.4. Método analítico de Gomes (1991)	21
3.2. PESQUISAS COM LAJES LISAS SUBMETIDAS À PUNÇÃO	23
3.2.1. Gomes (1991).....	23
3.2.2. Andrade (1999).....	24
3.2.3. Trautwein (2006)	26
3.2.4. Ferreira (2023).....	28
3.2.5. Ferreira (2010); Ruiz e Muttoni (2010); e Hegger (2017).....	30
4. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS	38
4.1. APRESENTAÇÃO DAS LAJES	39
4.2. ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	40
4.2.1. COMPARATIVO DA RESISTÊNCIA	40
4.2.2. DESLOCAMENTOS VERTICAIS	45
4.2.3. ROTAÇÃO.....	47
5. CONCLUSÃO	48
6. REFERÊNCIAS	50

1. INTRODUÇÃO

O modelo construtivo que realiza a ligação de pilares e lajes de forma direta, sem o intermédio de vigas, é uma solução que vem sendo empregada com cada vez mais frequência na construção civil, este modelo é definido como lajes lisas.

As lajes lisas além de proporcionar benefícios econômicos, são uma alternativa para a execução de concepções estruturais mais versáteis e estéticas.

Esse sistema confere à construção diversas vantagens em relação ao sistema convencional, em que são praticadas ligações por meio de pilares, vigas e lajes. Andrade (1999) apresenta benefícios elencados conforme a sequência:

- Adaptabilidade e compatibilidade de projetos: A eliminação de vigas permite melhores soluções e ajustes, permitindo a compatibilização dos projetos complementares à arquitetura.
- Maior aproveitamento de formas: Com uma execução mais simples e com menos cortes, o método permite uma drástica redução no desperdício.
- Maior produtividade na concretagem: Com melhores acessos, é possível realizar o lançamento e adensamento do concreto de forma mais certa.
- Redução na altura final do edifício: A diminuição na altura, em comparação ao método tradicional, permite a construção de mais pavimentos.
- Economia em revestimentos: A quantidade de revestimentos utilizados é reduzida como consequência à ausência de vigas, a depender do projeto.

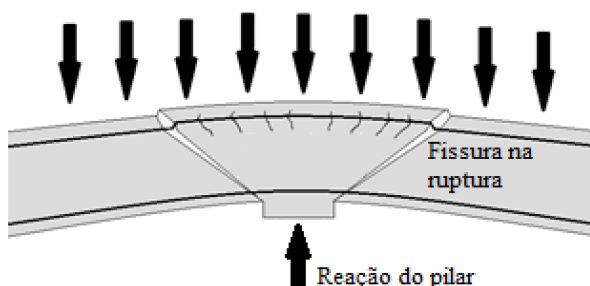
Conforme supracitado, é possível observar que a adoção de lajes lisas no modelo estrutural carrega diversas vantagens, no entanto, é necessário expor as desvantagens, que são inerentes em qualquer que seja o modelo adotado.

Em se tratando do padrão analisado, segundo Trautwein (2006), nas lajes lisas podem ocasionar maiores deslocamentos verticais – flechas, quando comparadas ao modelo de ligação composto por vigas, para um mesmo vão. Ocorre também uma diminuição na estabilidade global da estrutura, podendo ser necessário realizar a vinculação da laje em elementos de maior rigidez.

Tendo em vista o comportamento da estrutura quanto aos esforços verticais, é notório que sua maior desvantagem se encontra na dificuldade de resistir à ruptura pelos esforços de punção. A ausência de vigas impacta diretamente a distribuição das cargas da laje que, descarregando diretamente no pilar, resulta em um grande aumento das forças cisalhantes e momentos fletores em torno do pilar, (FERREIRA, 2023).

O aumento dessa influência na região de ligação entre pilar e laje ocasiona na formação de um tronco de pirâmide, que tende a resultar no desligamento da laje, conforme apresentado na Figura 1.1.

Figura 1.1 Representação de ruptura por punção.

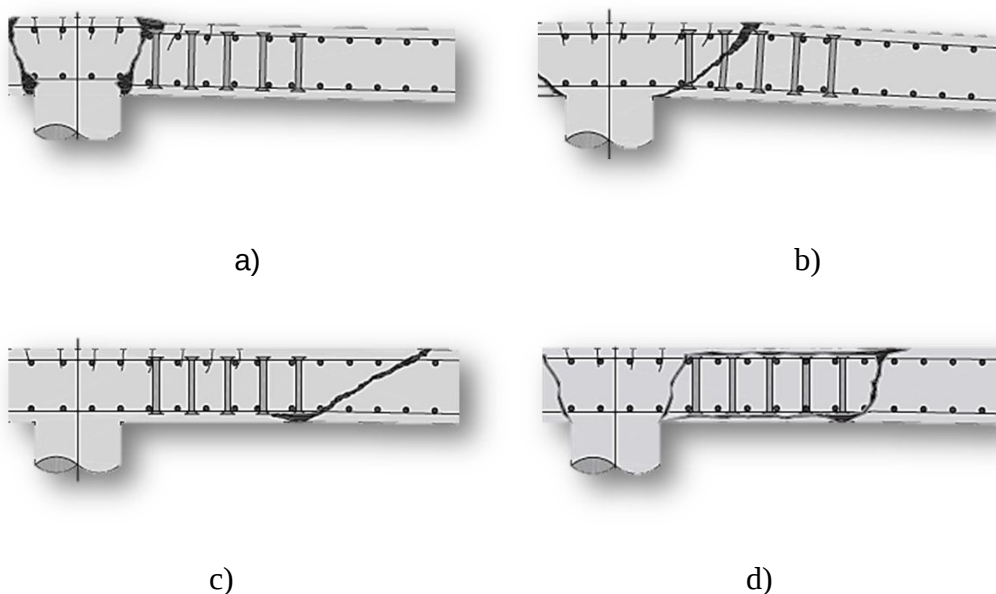


Fonte: CEB FIP Model Code (1991) adaptado.

Em estudos realizados por Gomes (1991), nota-se que a principal forma de combate à ruptura de lajes lisas é a utilização de armaduras que, posicionadas na região de cisalhamento, tendem a aumentar a capacidade resistente desse modelo estrutural.

A adoção das armaduras de cisalhamento condiciona que a superfície de ruptura por punção em lajes lisas ocorra de quatro modos (Figura 2), sendo estes: a) ruptura por esmagamento da biela de concreto; b) ruptura interna à região da armadura de cisalhamento; c) ruptura externa à região da armadura – caso semelhante a rupturas de lajes sem armadura de cisalhamento; e d) ruptura por delaminação, este último ocorre em armaduras com ancoragem fragilizada.

Figura 1.2 Superfícies de ruptura.



Fonte: ABNT NBR 6118 (2023), adaptado.

É notório, portanto, que a resistência ao cisalhamento é fator crucial para o correto dimensionamento deste tipo de estruturas, a escolha do modelo de armaduras utilizado e seu posicionamento interferem diretamente no desempenho alcançado pela edificação.

Tendo em vista tais fatores, o presente estudo apresenta uma análise comparativa dos resultados obtidos em investigações prévias de diferentes modelos de armaduras de cisalhamento, desenvolvidas em pesquisas experimentais, elencando e detalhando os resultados alcançados, confrontando-os com as normas e modelos de cálculo disponíveis na literatura.

2. OBJETIVO

Objetivo geral

Este estudo tem como principal objetivo analisar os resultados apresentados por Gomes (1991); Andrade (1999); Trautwein (2006); e Ferreira (2023), nos quais foram utilizados diferentes modelos de armadura de cisalhamento para combater os efeitos da punção em lajes lisas, buscando ponderar sobre as soluções propostas visando a redução do risco de ruptura dos modelos estruturais.

Ao observar as soluções propostas pelos autores para o tema anteposto, em trabalhos que ressaltam com riqueza a concepção e ensaios realizados, procura-se realizar uma análise comparativa, avaliando o desempenho obtido nas lajes lisas apresentadas.

Objetivos específicos

- Avaliar os ganhos de carga obtidos por cada modelo estrutural distinto;
- Avaliar o aumento da rigidez e o desempenho da estrutura quanto ao protótipo de referência dos trabalhos analisados.
- Comparar os resultados obtidos experimentalmente com modelos normativos de cálculo.

3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nas últimas décadas foram realizados diversos estudos visando analisar as características conferidas às lajes lisas em diferentes propostas e concepções. Ensaando peças com mudanças que vão desde a armadura utilizada até a escolha do concreto que será aplicado. No capítulo presente, serão abordados os estudos dos autores supracitados, aspirando expor os resultados obtidos em suas análises, bem como a metodologia utilizada nas pesquisas.

Para nortear os estudos de análise aos efeitos de punção em lajes lisas serão tomados como base normas que conferem previsões para a carga de ruptura destes modelos quando sujeitos aos efeitos de punção. Baseando os prognósticos em modelos de cálculo que relacionam a tensão de cisalhamento carregada em uma superfície de controle específica e a sua resistência ao esforço, considerando que os principais fatores de contraponto nos códigos disponíveis residem nas informações referentes ao perímetro de controle levado em consideração e à resistência ao cisalhamento conferente ao elemento analisado.

3.1. MÉTODOS DE CÁLCULO PARA DIMENSIONAMENTO DE LAJES SUBMETIDAS À PUNÇÃO

3.1.1. ABNT NBR 6118 (2023)

A norma técnica brasileira, em sua mais recente atualização, traz como diretrizes para análises de lajes lisas a verificação, em três superfícies definidas preliminarmente, tomando como base a região próxima a atuação de forças concentradas, onde residem os pontos mais críticos para a estrutura.

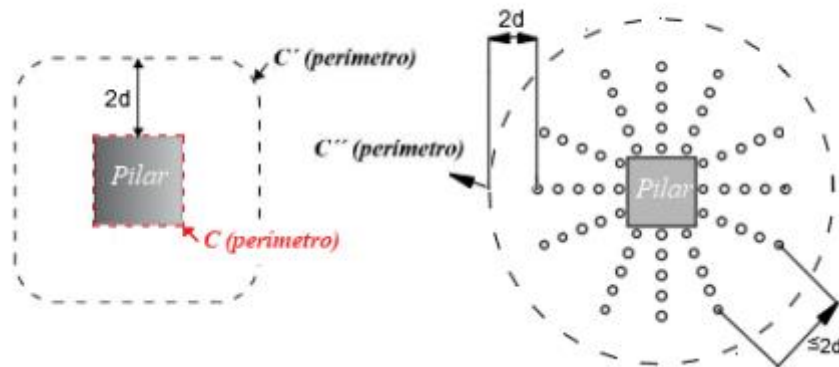
Em primeiro caso, o plano analisado é estabelecido pelo contorno C, delimitado pela envoltória da área de atuação da carga concentrada, sendo o mais usual a definição da área crítica do pilar.

A análise da segunda superfície crítica se dá por meio da delimitação do contorno C', que corresponde a área com distância equivalente à $2d$ do pilar.

O último plano a ser analisado é condicionado a utilização de armaduras de cisalhamento, sendo esta superfície definida pelo contorno C'', cujo a delimitação se dá a partir da distância $2d$ de sua última camada.

As superfícies de análise podem ser observadas na Figura 3.1.

Figura 3.1 Perímetro de controle ABNT NBR 6118 (2023).



Fonte: ABNT NBR 6118 (2023), adaptado.

É importante observar ainda que na primeira superfície analisada a sua verificação de tensão de compressão diagonal do concreto é feita através da avaliação da tensão de cisalhamento atuante na peça, sendo esta verificação, portanto, realizada de maneira indireta.

Enquanto no segundo caso descrito, as análises se concentram na capacidade de conexão à punção, relacionada à resistência que a estrutura suporta de cargas diagonais de tração.

Para o cálculo da tensão solicitante na superfície críticas C e C', em casos onde o carregamento se dá de forma simétrica em pilares internos, utiliza-se a Equação 3.1, descrita abaixo:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{\mu d} \quad (3.1)$$

Onde:

$$d = \frac{d_x + d_y}{2}$$

d : altura útil da laje ao longo do contorno crítico C';

d_x e d_y : alturas úteis nas duas direções ortogonais;

μ : perímetro do contorno crítico C';

F_{sd} : força concentrada de cálculo.

Em casos de lajes lisas com ou sem armaduras de cisalhamento, deve-se realizar a verificação da tensão resistente à compressão diagonal na superfície C, a fim de evitar a ruptura. Para tal, utiliza-se a Equação 3.2, como observado na sequência:

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd2} = 0,27 \alpha_v f_{cd} \quad (3.2)$$

Sendo:

τ_{sd} : tensão atuante ou de projeto;

τ_{Rd2} : tensão resistente;

f_{cd} : resistência à compressão do concreto em MPa ($f_c \leq 90$ MPa).

$$\alpha_v = \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right), f_{ck} \text{ em Mpa}$$

Para a análise das tensões de cisalhamento correspondentes à superfície crítica C' em lajes lisas onde não são utilizadas armaduras de combate ao cisalhamento, a formulação matemática correspondente é a Equação 3.3.

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd1} = 0,13k_e (100 \rho f_{ck})^{1/3} \quad (3.3)$$

Onde:

$$k_e = 1 + \sqrt{20/d} \leq 2$$

τ_{sd} : tensão cisalhante solicitante encontrada no C';

τ_{Rd1} : tensão cisalhante resistente à tração diagonal no contorno C';

d : altura útil da laje no contorno C';

ρ : taxa geométrica da armadura de flexão;

f_{ck} : resistência à compressão do concreto.

Por fim, para a verificação das tensões de cisalhamento que se fazem presentes no plano de análise C', em lajes lisas onde há a aplicabilidade de armaduras de cisalhamento, a norma designa a Equação 3.4.

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd3} = 0,10k_e (100 \rho f_{ck})^{1/3} + 1,5 \frac{d}{s_r} \frac{A_{sw} f_{ywd} \sin \alpha}{\mu d} \quad (3.4)$$

Em que:

$$k_e = 1 + \sqrt{20/d} \leq 2$$

$$\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y} \leq 0,02$$

Sr : Espaçamento radial entre as linhas de armadura de punção. Sendo $Sr \leq 0,75$ a espessura da laje(d);

A_{sw} : Área de armadura de punção em um contorno paralelo à C' ;

α : Ângulo de inclinação entre o plano da laje e a armadura de punção;

μ : perímetro crítico ou perímetro crítico reduzido, em planos onde os pilares são dispostos nas bordas da laje;

Fwd : Resistência de cálculo da armadura de punção, que deve ter valores inferiores à 300 MPa para conectores e 250 MPa para estribos.

3.1.2. ACI 318 (2019)

Ao realizarmos a análise do código do Instituto Americano de Concreto, encontramos que para o dimensionamento de lajes sujeitas ao efeito de punção, se faz necessário a utilização da Equação 3.5, destrinchada na sequência:

$$V_n = V_c + V_s \quad (3.5)$$

Observa-se que, V_n pode ser definida como a força de resistência ao cisalhamento, sendo esta a resultante da soma entre as parcelas de contribuição do concreto, definida como V_c , e da armadura de cisalhamento aplicada, definida, por sua vez, como V_s .

Em casos onde não há a observância de armaduras de cisalhamento, a conexão entre a laje e o pilar deve ter uma carga de ruptura a punção com valores mínimos iguais aos obtidos a partir da equação 3.6.

$$V_c \leq \begin{cases} 0,33\lambda_s\lambda\sqrt{f_c'} \\ 0,17\left(1 + \frac{2}{\beta}\right)\lambda_s\lambda\sqrt{f_c'} \\ 0,083\left(2 + \frac{\alpha_s d}{b_0}\right)\lambda_s\lambda\sqrt{f_c'} \end{cases} \quad (3.6)$$

Tendo em vista que:

λ : é um fator de modificação do concreto e deve ser igual a 1,0 para concretos de peso normal;

$$\lambda_s = \sqrt{\frac{2}{1 + 0,004 d}} \leq 1$$

λ_s : é fator de modificação que considera o *sizeeffect*;

β : é a razão entre o maior lado e o menor lado do pilar ou área carregada;

α_s : o valor de α_s é 40 para pilares internos, 30 para pilares de borda e 20 para pilares de canto;

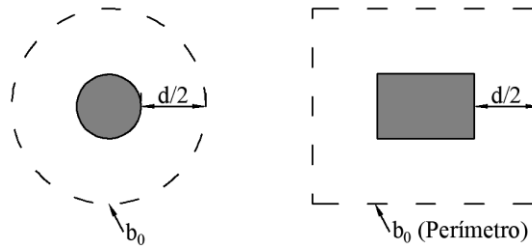
f'_c : é a resistência à compressão do concreto com medidas em MPa;

b_0 : é o perímetro de controle, dado em mm;

d : é a altura útil da laje ao longo do perímetro de controle, com medidas em mm.

A avaliação da tensão resistente, por meio do código ACI, se dá por um perímetro de controle posicionado a uma distância equivalente a $0,5d$, medido a partir da face externa do pilar analisado. Para o caso de lajes lisas com pilares internos de seção retangular, o perímetro crítico deve ser disposto conforme o analisado na Figura 3.2.

Figura 3.2 Perímetro de controle (b_0) ACI 318 (2019).



Fonte: ACI 318 (2019), adaptado.

A análise da parcela resistente do concreto (V_c), em lajes com armaduras de cisalhamento compostas por estribos, tem como diretriz a realização a partir dos dois perímetros de controle dispostos na Equação 3.7.

$$V_c = 0,17\lambda_s\lambda\sqrt{f'_c} \quad (3.7)$$

Em casos onde a armadura de cisalhamento é composta por studs, a resistência do primeiro perímetro crítico deve ser inferior ou equivalente ao obtido a partir das Equações 3.8, 3.9 e 3.10.

$$V_c = 0,25\lambda_s\lambda\sqrt{f'_c} \quad (3.8)$$

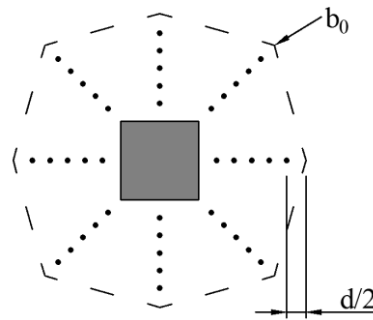
$$V_c = \left(0,17 + \frac{0,33}{\beta}\right) \lambda_s \lambda \sqrt{f'_c} \quad (3.9)$$

$$V_c = \left(0,17 + \frac{0,083 \alpha_s d}{b_0}\right) \lambda_s \lambda \sqrt{f'_c} \quad (3.10)$$

Já para o segundo perímetro crítico (b_0), utiliza-se a Equação 3.7 para a definição da resistência do concreto (V_c).

O segundo perímetro crítico (b_0) é determinado a uma distância de $0,5d$ além da camada final da armadura de cisalhamento. A forma desse perímetro deve ser um polígono, de maneira que o comprimento de (b_0) seja o menor possível, conforme ilustrado na Figura 3.3.

Figura 3.3 Perímetro de controle distante $d/2$ a partir da última camada de armadura de cisalhamento.



Fonte: ACI 318 (2019), adaptado.

Para estes casos, o cálculo da parcela resistente da armadura de cisalhamento se dá por:

$$V_s = \frac{A_v f_{yt}}{b_0 s}$$

Sendo:

A_v : soma da área do total de ramos de uma camada de armadura que circunda o pilar;
 f_{yt} : é a tensão específica de escoamento do aço, dado em MPa;
 s : espaçamento entre as camadas de armadura, medido na direção perpendicular ao pilar.

3.1.3. EUROCODE 2 (2004)

A base de fundamentação do EUROCODE 2 (2004) foi desenvolvida a partir do código CEB-FIP Model Code (1993). Realizando uma análise do código supracitado, podemos sintetizar que para lajes onde observa-se o efeito de punção, a tensão máxima de cisalhamento solicitante deve sempre ser inferior à tensão máxima resistente conferida nas Equações 3.11, 3.12 e 3.13.

$$V_{Ed} \leq V_{Rd} \quad (3.11)$$

$$V_{Ed} = \beta \frac{F_{sd}}{u_0 d} \quad (3.12)$$

$$V_{Rd, \max} = 0,4 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) f_{cd} u_0 d \quad (3.13)$$

Onde:

$\beta = 1$ para o caso de punção simétrica;

u é o perímetro de controle da seção;

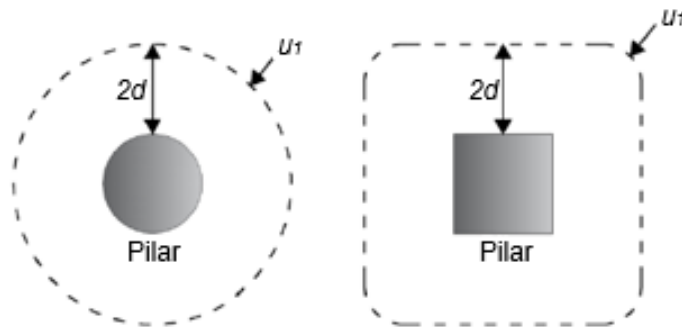
d é a altura útil;

F_{sd} : força ou reação concentrada de cálculo (kN),

f_{ck} e f_{cd} são as resistências característica e de cálculo do concreto à compressão respectivamente.

No código em questão, para análise de lajes onde não há a aplicação de armaduras de cisalhamento, a resistência ao cisalhamento, que surgem por meio de cargas concentradas ou reações de apoio, deve ser verificada na área designada com u_1 , que determina o perímetro de controle e tem como delimitação a área equivalente a $2d$ da área do carregamento. As áreas de perímetro crítico podem ser verificadas na Figura 3.4, disposta abaixo:

Figura 3.4 Perímetro de controle u_1 .



Fonte: EUROCODE 2 (2004) adaptado.

Tratando ainda das lajes sem a armadura de cisalhamento, o EUROCODE 2 (2004) retrata que a resistência à punção calculada deve ser obtida somente a partir da parcela de contribuição do concreto, que pode ser encontrada empregando a Equação 3.14.

$$V_{Rd,c} = 0,18k(100\rho f_{ck})^{1/3} \geq V_{\min} \quad (3.14)$$

Onde:

f_{ck} : resistência à compressão característica do concreto;

$$V_{\min} = 0,035k^{2/3} f_{ck}^{1/2}$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0, \text{ d em mm.}$$

$$\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y} \leq 0,02$$

Ao analisarmos as lajes onde se emprega as armaduras de cisalhamento, a capacidade de resistência aos esforços de punção deverá ser verificada em região próxima à face do pilar. Para tal análise, se faz necessário a utilização das Equações 3.15 e 3.16.

Para o cálculo de resistência ao cisalhamento em peças com armaduras que combatem este esforço, os valores são dados a partir das Equações 3.14 e 3.15.

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,cs} \quad (3.15)$$

$$V_{Rd,cs} = 0,75V_{R,dc} + 1,5 \frac{d}{s_r} A_{sw} f_{ywd,ef} \left(\frac{1}{u_1 d} \right) \sin \alpha \quad (3.16)$$

Em que:

u_1 : perímetro de controle, conforme Figura 3.4;

s_r : espaçamento radial das camadas da armadura de cisalhamento (mm);
 A_{sw} : área da armadura de cisalhamento em uma camada ao redor da coluna (mm²);
 $f_{ywd,ef} = 250 + 0,25d \leq f_{ywd}$, dado em MPa;
 α : ângulo entre a armadura de cisalhamento e o plano da laje.

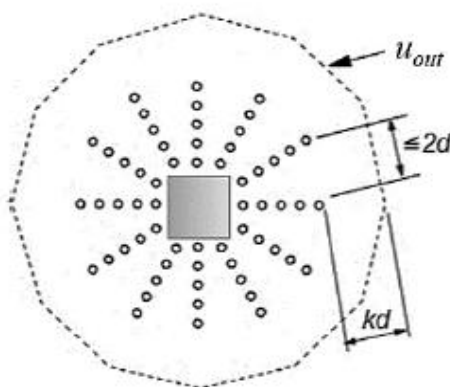
Observamos as valências das Equações 3.15 e 3.16 para as regiões onde se observa a presença das armaduras de cisalhamento e para as regiões externas à armadura. Para o cálculo de resistência ao cisalhamento em regiões externas a armadura, faz-se necessária a utilização das Equações 3.17 e 3.18.

$$v_{Ed} \leq v_{Rdc,ext} \quad (3.17)$$

$$V_{Rd,cs,ext} = V_{Rd,c} \mu_{out} d \quad (3.18)$$

Para o perímetro de controle, temos a denominação u_{out} , sendo traçado após a última camada da armadura, a uma distância determinada como kd , onde $K=1,5$. Tais informações podem ser observadas na Figura 3.5.

Figura 3.5 Perímetro de controle para pilares internos.



Fonte: EUROCODE 2 (2004), adaptado

3.1.3.1 prEC-2 (2021) – Projeto de revisão do EUROCODE-2 (2004)

Ao realizarmos uma análise do código EUROCODE 2, é importante frisar que é uma norma que abrange um número considerável de países e, por tal motivo, passa sempre por projetos de revisão que buscam melhor adequar o código à realidade da construção civil.

Tendo em vista esta realidade, veremos na sequência algumas alterações propostas que podem ser pertinentes ao dimensionamento de lajes submetidas à punção.

Para encontrar a resistência mínima à tensão de cisalhamento, adota-se a Equação 3.19.

$$\tau_{Rdc,min} = \frac{11}{\gamma_v} \sqrt{\frac{f_{ck}}{f_{yd}} \frac{d_{dg}}{d}} \quad (3.19)$$

Sendo:

γ_v : fator parcial para projeto de cisalhamento;

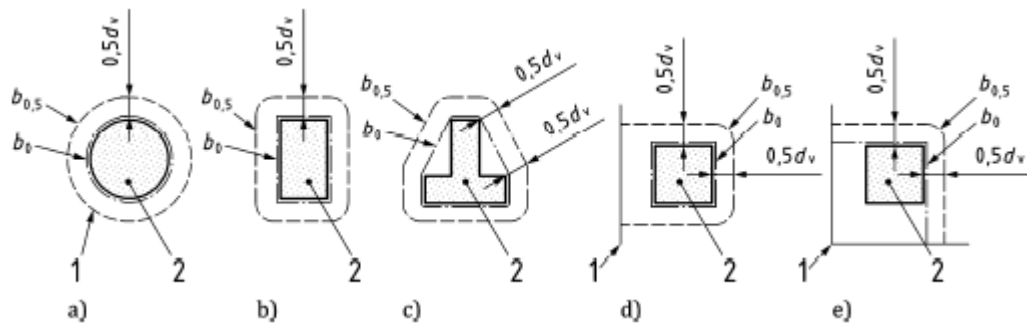
f_{yd} : valor de projeto da resistência ao escoamento da armadura de flexão;

d : altura útil (mm).

d_{dg} é um parâmetro de tamanho que descreve a rugosidade da zona de ruptura, dependente do tipo de concreto e das propriedades dos agregados.

Tais dados serão empregados a partir de um perímetro de controle obtido por meio de $b_{0,5}$, tal perímetro é dado a uma distância de $0,5d_v$ da face do apoio, com a exceção de áreas onde os formatos possuem reentrâncias (Figura 3.6c). Em pilares posicionados em bordas ou em cantos salientes, limita-se a extensão em metade da saliência, conforme observado nas Figuras 3.6d e 3.6e. Na Figura 3.6 podemos observar as formas de encontrar os perímetros de controle nos formatos mais usuais de apoios, onde 1 e 2 representam, respectivamente, a borda da laje e a área de apoio.

Figura 3.6 Perímetro de controle.



Fonte: prEC – 2 (2021), adaptado

Para o encontrarmos a tensão de cisalhamento, sugere-se o emprego da Equação 3.20.

$$\tau_{Ed} = \beta_e \frac{V_{Ed}}{b_{0,5} d_v} \quad (3.20)$$

Onde:

τ_{Ed} : Tensão de cisalhamento de projeto;

V_{Ed} : Força de cisalhamento de projeto no perímetro $b_{0,5}$;

β_e : coeficiente de concentração das forças de cisalhamento, adota-se 1,15;

$b_{0,5}$: comprimento do perímetro de controle.

Existe também a possibilidade de calcular a tensão de cisalhamento de projeto de maneira direta, realizando uma análise da distribuição da tensão ao longo do perímetro de controle $b_{0,5}$, para tal, emprega-se um método que leva em consideração as condições de equilíbrio e compatibilidade da laje – análise elástica linear, por exemplo. Para isso, recorre-se à Equação 3.21, descrita na sequência.

$$\tau_{Ed} = \frac{V_{Ed}}{d_v} \quad (3.21)$$

Na sequência, observa-se as condições dispostas para encontrar a resistência à punção para lajes onde não é feito o emprego de armaduras de cisalhamento. Tal resistência é encontrada a partir da Equação 3.22.

$$\tau_{Rdc} = \frac{0,6}{\gamma_v} k_{pb} \left(100 \rho_l f_{ck} \frac{d_{dg}}{d_v} \right)^{1/3} \leq \frac{0,5}{\gamma_v} \sqrt{f_{ck}} \quad (3.22)$$

Sendo:

$\rho_l = \sqrt{\rho_{lx} \rho_{ly}}$ $\rho_{l,x}$, $\rho_{l,y}$ são as taxas de armadura de flexão nas direções x e y respectivamente.

k_{pb} : coeficiente de aumento do gradiente de cisalhamento. Obtido a partir de

$$1 \leq k_{pb} = 3,6 \sqrt{1 - \frac{b_0}{b_{0,5}}} \leq 2,5 \quad , \text{ onde } b_0 \text{ é o perímetro na face da área do pilar.}$$

Da mesma maneira, dispomos também de formulação destinada a encontrar a resistência aos esforços de puncionamento em lajes onde se emprega armaduras de cisalhamento. Para tal, descrevemos a Equação 3.23.

$$\tau_{Rdc,cs} = \eta_c \tau_{Rdc} + \eta_s \rho_w f_{ywd} \geq \rho_w f_{ywd} \quad (3.23)$$

Sendo:

$$\eta_c = \frac{\tau_{Rdc}}{\tau_{Ed}}$$

, $\tau_{Rd,c}$ é a resistência à tensão de cisalhamento de punção de lajes sem reforço de cisalhamento.

$$\eta_s = \frac{d_v}{150\phi_w} + \left(15 \frac{d_{dg}}{d_v}\right)^{1/2} \left(\frac{1}{\eta_c k_{pb}}\right)^{3/2} \leq 0,8$$

$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{S_r S_t}$$

: taxa de relação de armadura de cisalhamento no perímetro de controle. Onde: A_{sw} corresponde a área de uma perna da armadura e S_r é o espaçamento radial.

Para a resistência ao cisalhamento que surge a partir dos esforços de punção, os valores limites são encontrados a partir da Equação 3.24.

$$\tau_{Rd,max} = \eta_{sys} \tau_{Rd,c} \quad (3.24)$$

O perímetro de controle externo, em casos onde não se faz necessário a utilização de armaduras de cisalhamento, pode ser encontrado fazendo uso da Equação 3.25.

$$b_{0,5,out} = b_{0,5} \left(\frac{d_v}{d_{v,out}} \frac{1}{\eta_c} \right)^2 \quad (3.25)$$

Para tal:

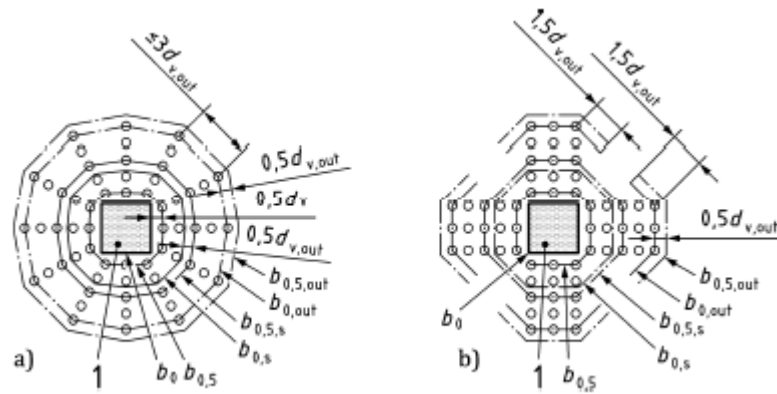
$b_{0,5}$ é o perímetro de controle localizado a uma distância $d_v/2$ da face da área de suporte.

$d_{v,out}$ é a altura efetiva da armadura externa de cisalhamento.

É importante frisar que o perímetro mais externo da armadura não pode superar a distância de $0,5d_{v,out}$, tendo o perímetro de controle externo ($b_{0,5,out}$) como referencial, como é observado na Figura 3.7.

Para casos onde o espaçamento da armadura superar $3d_{v,out}$, em casos de armaduras de cisalhamento cuja a medida se dá de maneira paralela ao perímetro externo da armadura, desconsidera-se a fatia de $b_{0,5,out}$ que tem valores superiores a $1,5d_{v,out}$, conforme pode ser observado na Figura 3.7b).

Figura 3.7 Definição de perímetros de controle e espaçamentos tangenciais para armadura de punção.



Fonte: prEC -2 (2021), adaptado.

- a) perímetros de controle para arranjos em formato radial ($b_{0,5,s}$ e $b_{0,s}$ referem-se à instância do 3º perímetro de reforço de cisalhamento)
b) perímetros de controle para arranjos em formato de cruz.

3.1.4. Método analítico de Gomes (1991)

A análise do trabalho de Gomes (1991) se inicia com condicionais que foram adotadas com o intuito de simplificar o modelo de cálculo, entre essas premissas, podemos destacar a utilização de métodos diversificados de armaduras verticais de cisalhamento – podendo ser studs ou perfil I.

Ressalta-se também a adoção de espaçamento radial com medida de 0,5 vezes a altura útil (d), medido entre camadas e entre o pilar e sua camada mais próxima, além destes fatores, visando uma análise simplificada, o autor determina a adoção de mesma resistência de concreto para toda a extensão da laje.

O método de Gomes realiza a verificação dos esforços de punção presentes em lajes lisas implementando uma divisão em duas superfícies.

A primeira superfície de ruptura é caracterizada pela área adjacente ao pilar, com o cruzamento da armadura de cisalhamento com um ângulo de cerca de 25° , a resistência de cisalhamento (V_k) é abordada como resultante do somatório da resistência do concreto (V_{ck}) e da armadura de cisalhamento (V_{sk}), conforme podemos observar na Equação 3.26.

$$V_k = V_{ck} + V_{sk} \quad (3.26)$$

A parcela de contribuição do concreto é definida pela Equação 3.27.

$$V_{ck} = \xi v_{ck} U d \quad (3.27)$$

Sendo:

$$\xi = \sqrt[4]{\frac{400}{d}} \geq 1$$

$$v_{ck} = 0,27 \sqrt[3]{100 \rho_x f_{cu}}$$

$$\rho \leq 0,03$$

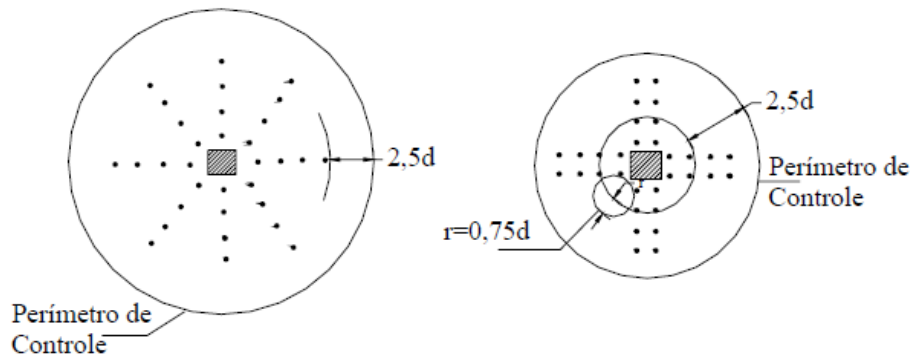
$$20N/mm^2 \leq f_{cu} \leq 50N/mm^2$$

$$U = 4b + 12d \text{ para um pilar retangular de lado } b$$

$$U = 4B + 12d \text{ para um pilar circular de diâmetro}$$

A contribuição do aço, por sua vez, é definida pelo somatório das forças na armadura de cisalhamento dispostas até uma distância igual a $0,75d$ medida a partir da face externa do pilar, como nota-se na Figura 3.8.

Figura 3.8 Perímetro crítico de acordo com o modelo analítico proposto por Gomes (1991).



Fonte: Gomes (1991)

Define-se, portanto, a formulação como: $V_{sk} = n A_s f_{yv}$, sendo n o número de elementos da armadura de cisalhamento.

Para a análise da segunda superfície de ruptura, caracterizada pela área externa à armadura de cisalhamento, a formulação se dá pela Equação 3.28.

$$V_k = \alpha_1 \xi v_{ck} U d \quad (3.28)$$

Onde:

α_1 : coeficiente igual a 1 para seções $2d$ ou mais a partir do pilar e igual a 0,9 para seções a uma distância de até $1d$ a partir do pilar.

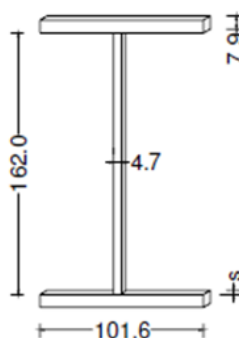
U : perímetro circular localizado a $2,5d$ além da última camada de armadura.

3.2. PESQUISAS COM LAJES LISAS SUBMETIDAS À PUNÇÃO

3.2.1. Gomes (1991)

No estudo realizado por Gomes (1991), foram conduzidos experimentos com 12 lajes quadradas, cada uma medindo 3000 x 3000 mm e com espessura de 200 mm. Essas lajes foram submetidas a carregamentos simétricos aplicados através de uma placa metálica de seção quadrada, com dimensões de 200 x 200 mm. Para reforçar as lajes contra forças de cisalhamento, foram utilizados elementos metálicos com seção em forma de "I", cortados em segmentos com uma espessura "s" que atendia à área necessária para a armadura transversal, conforme ilustrado na Figura 3.9.

Figura 3.9 Elementos metálicos utilizados por Gomes (1991).



Fonte: Gomes (1991)

A Tabela 3.1 apresenta os resultados obtidos por Gomes (1991), sendo eles a altura útil (d) de cada laje, a resistência do concreto a compressão (f_c), contribuição do aço na carga de ruptura da laje dada por uma camada de armadura de cisalhamento ($A_s f_y / \text{cam}$), o tipo de distribuição, a carga de ruptura (P_u) e o modo de ruptura de cada laje.

Tabela 3.1 Resultados obtidos por Gomes (1991).

Laje	d (mm)	f_c (MPa)	As_{fy} /cam. (kN)	Tipo de Distribuição	P_u (kN)	Modo ruptura
1	159	50,3	-	-	560	-
1A	159	51,4	-	-	587	-
2	153	43,1	97,3	Dupla cruz	693	Interna
3	158	49,0	129,3	Dupla cruz	773	Int./ext.
4	159	40,1	172,9	Dupla cruz	853	Externa
5	159	43,4	270,2	Dupla cruz	853	Externa
6	159	46,7	270,2	Radial	1040	Externa
7	159	42,3	389,1	Radial	1120	Externa
8	159	42,6	389,1	Radial	1200	Externa
9	159	50,0	404,2	Radial	1227	Externa
10	154	44,2	97,3	Radial	800	Interna
11	154	43,2	129,3	Radial	907	Interna

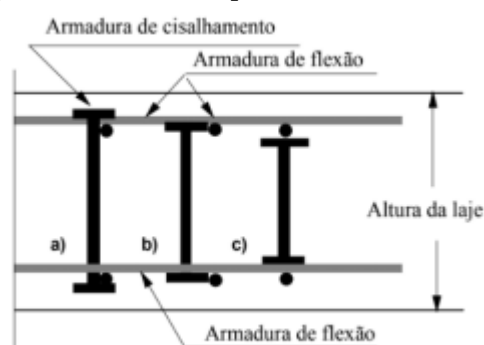
Fonte: Gomes (1991)

3.2.2. Andrade (1999)

Ao adentrar à análise dos estudos de Andrade (1999), nos deparamos com um trabalho denso voltado para a utilização dos studs como armadura de cisalhamento, que tem como principal objetivo avaliar os modos de ancoragem possíveis para esse tipo de armadura.

Os studs podem ser aplicados de três diferentes formas, sendo com ancoragem exterior, parte exterior e parte interna ou até mesmo completamente interna, tomando sempre a armadura de flexão como ponto de referência. Essas distribuições podem ser observadas em conformidade às designações “a)”, “b)” e “c)”, dispostas na Figura 3.10.

Figura 3.10 Formas de posicionamento dos studs



Fonte: Andrade (1999)

Em seus ensaios, o autor optou pela adoção de oito lajes quadradas com medidas laterais de 3000 mm e com espessura de 200 mm, onde todas foram submetidas a um carregamento de igual proporção. Para realização das verificações, foram admitidas variações referentes à disposição, o modo de ancoragem e quantidade de studs nas lajes. O concreto aplicado tinha variações que se compreendiam entre 30 e 40 MPa, e a taxa de armadura negativa utilizada ficou na casa de 1,20%, visando evitar que a ruptura por flexão ocorresse antes da ruptura por punção, objeto principal do estudo.

A Tabela 3.2 apresenta as principais características, carga e modo de ruptura das lajes ensaiadas pelo autor.

Tabela 3.2 Tabela de lajes ensaiadas por Andrade (1999)

Laje	d (mm)	f_c (MPa)	$A_s f_y$ /cam. (kN)	Pu (kN)	Modo ruptura
301	164	37,8	263	830	Interna
302	164	34,2	263	790	Interna
303	154	42,4	263	966	Interna
304	164	36,1	263	956	Interna
305	154	29,3	263	785	Interna
306	164	37,4	263	950	Interna
307	164	34,1	412	1090	Externa
308	154	37,5	412	1020	Interna

Fonte: Andrade (1999)

Ao receberem o carregamento, as lajes suportaram cargas que variaram de 790 a 1090 kN, refletindo um aumento considerável na resistência quando comparadas a lajes onde não há a aplicação de armaduras de cisalhamento. Em alguns casos, tal qual a laje 308, o acréscimo de resistência chega a 78%, quando consideramos os ensaios onde foram aplicadas ancoragens na face inferior da armadura de flexão, os resultados atingem impressionantes 90% de adição nas características resistentes.

De posse destes dados, o autor conclui que, de fato, existem ganhos consideráveis na aplicação dos studs em lajes lisas. No entanto, deixa claro a observância da necessidade de ajuste nos métodos de cálculo, tendo em vista que, para os casos onde houve a aplicação da armadura de cisalhamento de forma interna à armadura de flexão, foi observado o surgimento de fissuras horizontais localizadas entre as armaduras, conforme demonstrado nas lajes 302, 303,

304 e 306, dispostas na Figura 3. 11. Essas fissuras limitam a utilização deste tipo de armadura, se fazendo necessário melhor estimar as cargas suportadas pela estrutura nestes casos.



Fonte: Andrade (1999)

3.2.3. Trautwein (2006)

Os estudos de Trautwein (2006) foram norteados por uma análise quanto a resistência de suporte aos efeitos de punção em onze lajes lisas de concreto, que receberam studs para compor a sua armadura de cisalhamento, sendo estes posicionados de maneira interna às armaduras de flexão.

As análises do autor se deram a partir da divisão das lajes em dois diferentes grupos – Externo (E) e Interno (I), estas foram dimensionadas com formato quadrado de 3000mm de lado e 200mm de altura útil, foram fixadas utilizando 16 tirantes com 25mm de diâmetro, que conectavam as bordas dos modelos à uma viga metálica que, por sua vez, transmitia a carga para a laje de reação.

A aplicação do carregamento foi feita de maneira equivalente em todas as estruturas, sendo realizados a partir de uma placa metálica com dimensões de 200x200mm e 50mm de espessura. Os studs utilizados tinham altura total de 115mm, foram fabricados a partir de barras de aço CA-50, onde foram soldadas chapas de aço, com medidas de 30mm de largura por 10 mm de espessura, nas extremidades.

A Tabela 3.3 sintetiza os resultados encontrados por Trautwein em seu trabalho.

Tabela 3.3 Comparativo de resultados obtidos por Trautwein (2006)

Grupo	Lajes	f_c (MPa)	d (mm)	Sr (mm)	ϕ_{AC} (m m)	A_{sw}/cam (mm ²)	Nº de cam. Ganchos U	Modo De ruptura
1	E1	35,2	159	60	10	942,48	-	Externo
	E2	36,6	159	60	10	942,48	-	Externo
	E3	41,1	159	60	10	942,48	3	Externo
	E4	40,6	154	60	10	942,48	4	Externo
	E5	42,1	154	60	10	942,48	7	Externo
2	I6	39,1	159	60	6,3	249,38	8	Interno
	I7	39,6	159	60	10	628,32	8	Interno
	I8	35,4	159	60	8	402,12	8	Interno
	I9	43,6	161	80	5	157,08	5	Interno
	I10	44,4	161	80	8	402,12	5	Interno
	I11	41,4	161	80	6,3	249,38	5	Interno

Fonte: Trautwein (2006)

O autor ressalta em seu trabalho que as lajes designadas para o Grupo 1 tiveram desempenho 8% inferior ao esperado quando comparados às cargas obtidas a partir de estimativas feitas pela NBR 6118/2003, tendo apenas a laje E2 como exceção por atingir valores iguais aos esperados.

Para as lajes do Grupo 2, os valores encontrados foram definidos como conservadores, tendo a laje I7 como exceção por apresentar valores de segurança 7% abaixo do esperado, números explicados pela diferença ocasionada entre as superfícies de ruptura prevista e a ensaiada, apesar da ocorrência os resultados da carga de ruptura foram semelhantes aos esperados.

As rupturas das lajes ensaiadas por Trautwein foram objetos de estudos por diversos autores e receberam uma descrição detalhada feita por Ferreira (2023), que se encontram dispostas na Tabela 3.4.

Tabela 3.4 Comportamento das lajes ensaiadas por Trautwein (2006) na ruptura.

Lajes	Descrição da ruptura
E1	Carga de 1100 kN, mesmo com os pinos as fissuras horizontais se propagaram entre a base inferior e a armadura de flexão atingindo a parte superior da laje de forma externa armadura de cisalhamento.
E2	A carga de ruptura foi de 990 kN e a superfície de ruptura se desenvolveu entre a primeira e a segunda camada da armadura de cisalhamento.
E3	Carga de 1090 kN, ruptura externa a região da armadura de cisalhamento, porém depois da terceira camada de ganchos em forma de U surgiu uma fissura horizontal abaixo da armadura de cisalhamento os ganchos conseguiram retardar o surgimento desta fissura
E4	Carga de 1205 kN, ruptura externa, no entanto após a última camada de gancho em forma de U (quarta camada) se formou uma fissura horizontal na parte inferior da laje.
E5	Carga de 1222 kN, sete camadas de ganchos U impediram a formação das fissuras horizontais, ruptura externa.
Grupo 2	Nas lajes do grupo 2 não houve propagação de fissuras horizontais, todas romperam de forma interna à região de armadura de cisalhamento com cargas variando de 853 kN (I9) a 978 kN (I7).

Fonte: Ferreira (2023)

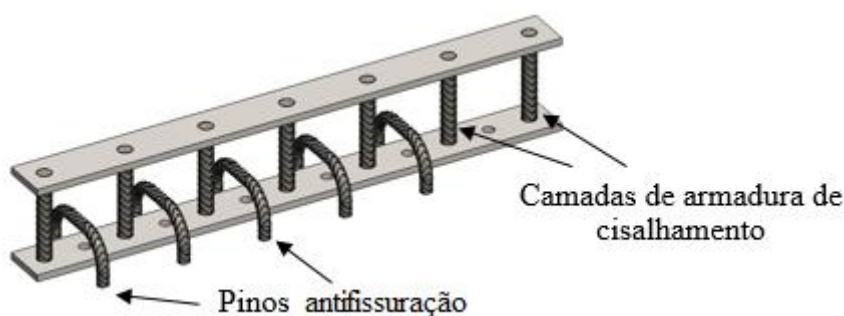
3.2.4. Ferreira (2023)

Em sua pesquisa, Ferreira (2023) optou por realizar o ensaio de 12 lajes lisas, os modelos utilizados tinham formato quadrado de lado igual a 2400mm e espessura de 150mm. Para melhor classificação, o autor dividiu as lajes em três grupos com igualdade numérica, tendo como critérios de separação as armaduras de cisalhamento utilizadas.

No primeiro grupo, uma das lajes não recebeu nenhum tipo de armadura de cisalhamento, nos outros três modelos foram avaliados os efeitos da aplicabilidade de pinos antifissuração com diâmetros variáveis. Para o segundo grupamento, as armaduras escolhidas foram divididas em uma laje de controle, que recebeu studs no modelo convencional, e o restante com *studs* internos com variações de espaçamentos.

A Figura 3.12 exemplifica os modelos adotados nos dois primeiros grupos.

Figura 3.12 Modelos de studs avaliados.



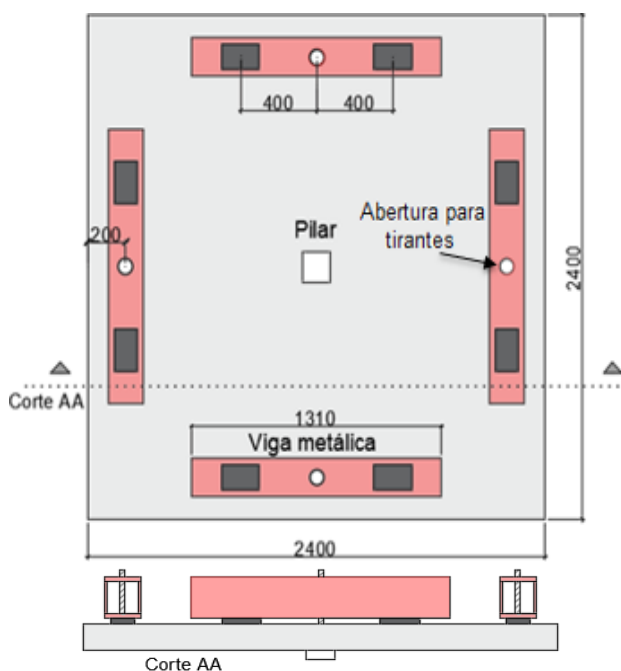
Fonte: Ferreira (2023)

A terceira série de lajes recebeu estribos em modelo semelhante ao segundo grupo, com uma laje armada com studs convencionais e três lajes com studs internos. No entanto, este grupo foi desenvolvido com o objetivo de alcançar uma ruptura descrita pelo autor como: “ruptura interna para *studs* convencionais”.

Algumas observações importantes feitas no trabalho de Ferreira (2023) são a substituição dos pilares por uma placa metálica com dimensões quadradas de lado igual a 150mm, frisando também que a variação de diâmetro das armaduras ocasiona, como consequência, a variação da taxa de armadura e espaçamento entre as mesmas.

Para a realização dos ensaios, o autor adotou um modelo baseado nos estudos de Silva (2003) e Souza (2004). As Figuras 3.13 e 3.14 trazem, respectivamente, a representação do arranjo das peças e uma imagem do arquivo pessoal do autor que retrata todo o aparato real utilizado.

Figura 3.13 Posicionamento dos elementos de ensaio, medidas em mm.



Fonte: Ferreira (2023)

Figura 3.14 Fotografia do experimento.



Fonte: Ferreira (2023)

Na Figura 3.14, são destacadas ainda a presença dos LVDT's, que são um tipo de sensor usado para medir deslocamentos lineares, muito utilizado na engenharia para o monitoramento de estruturas. A aplicação da carga no ensaio se deu por meio de um atuador hidráulico, e em todas as lajes o carregamento se deu até a ruptura.

3.2.5. Ferreira (2010); Ruiz e Muttoni (2010); e Hegger (2017)

Para o presente tópico, faremos uma análise dos principais pontos dos trabalhos realizados pelos três autores supracitados. Apesar de não serem objeto do estudo comparativo do presente trabalho, todos realizaram grandes contribuições quanto à análise de lajes lisas e o combate aos efeitos de punção nestas, sendo imprescindível citá-los e apreciarmos os principais pontos de seus estudos, que muito auxiliarão no desenvolver das observações que aqui serão descritas.

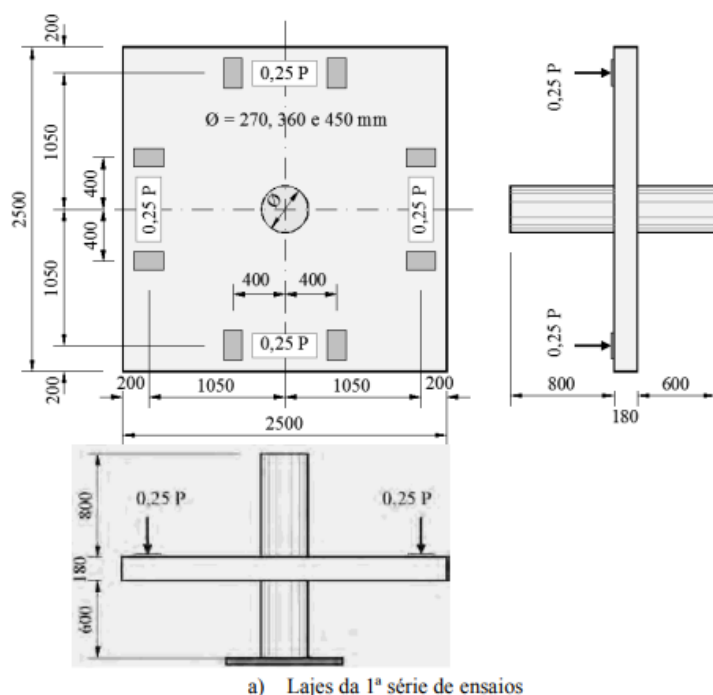
3.2.5.1. Ferreira (2010)

Os estudos de Ferreira (2010) foram baseados na análise de dezesseis painéis que foram divididos em dois grupos de controle. As lajes ensaiadas tinham formato quadrado, com dimensões de 2500mm de lado e 180mm de espessura.

Para o primeiro grupo testado, os objetivos eram observar como as lajes se rompiam ao variar: as dimensões do pilar; taxa de armadura de flexão sob o esforço de tração; taxa de armadura de flexão sob o esforço de compressão; além de modelo que variava a quantidade e a distribuição das armaduras de cisalhamento. No segundo grupo, a avaliação se deu observando o comportamento dos elementos quanto à transferência dos momentos na ligação laje-pilar, ensaiando peças com e sem a presença de armadura de cisalhamento.

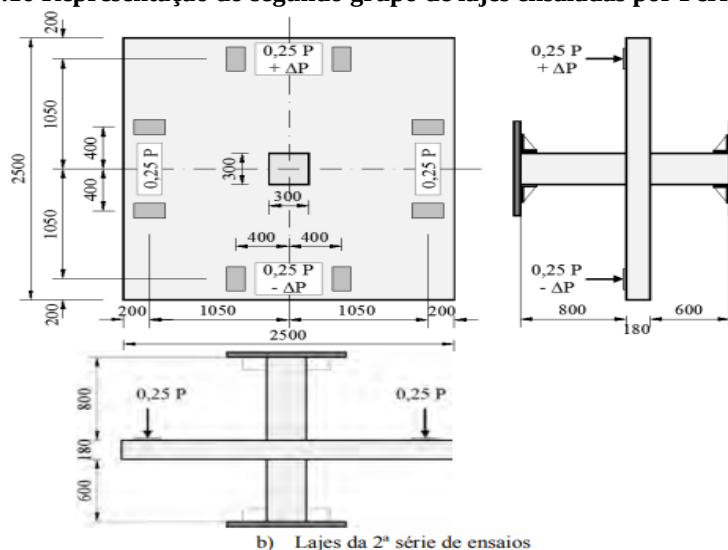
Observa-se que para as lajes da primeira série de ensaio, os pilares ensaiados foram concebidos em formato circular com diâmetro variando entre 270, 360 e 450mm. No segundo caso se fez necessária a utilização de pilares em formato retangular. Tal alteração se deu para que os movimentos de translação dos segmentos fossem restringidos, a partir da aplicação de um dispositivo desenvolvido pelo autor que permitiu a aplicação de carregamentos desbalanceados nos modelos.

Figura 3.15 Representação do primeiro grupo de lajes ensaiadas por Ferreira (2010)



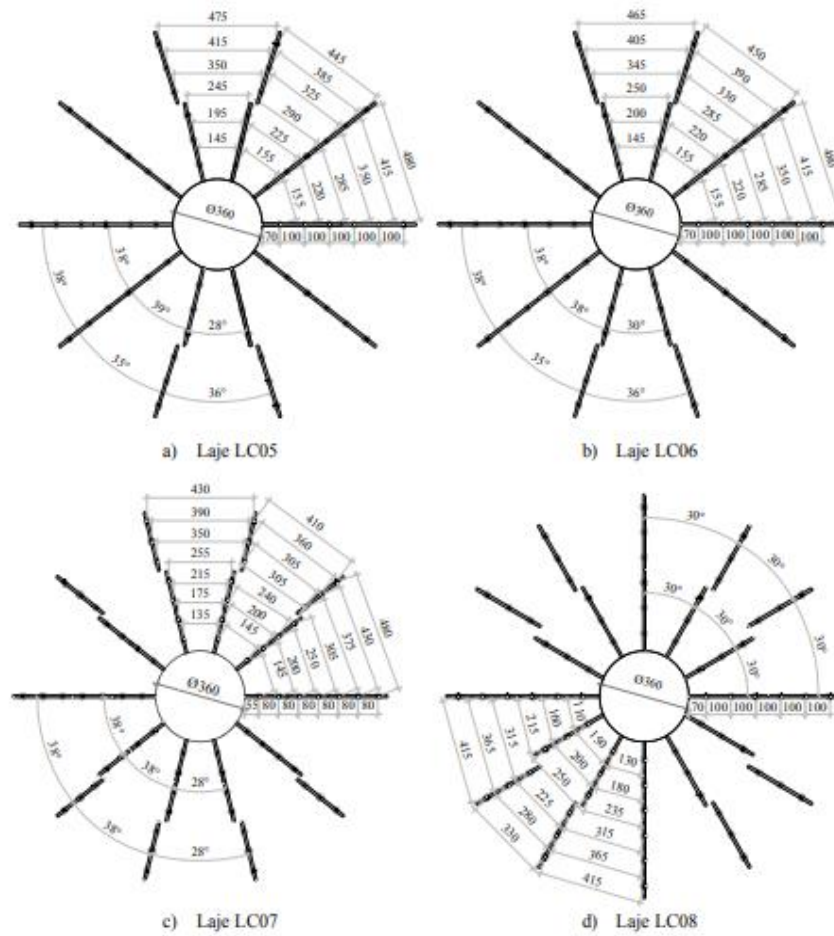
Fonte: Ferreira (2010)

Figura 3.16 Representação do segundo grupo de lajes ensaiadas por Ferreira (2010)



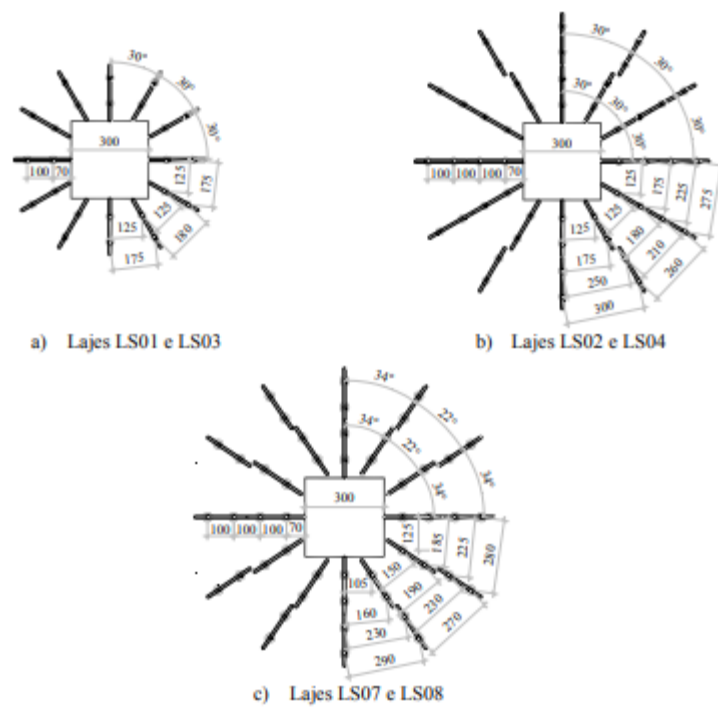
Fonte: Ferreira (2010)

Figura 3.18 Distribuição de armaduras nas lajes LC05 a LC08



Fonte: Ferreira (2010)

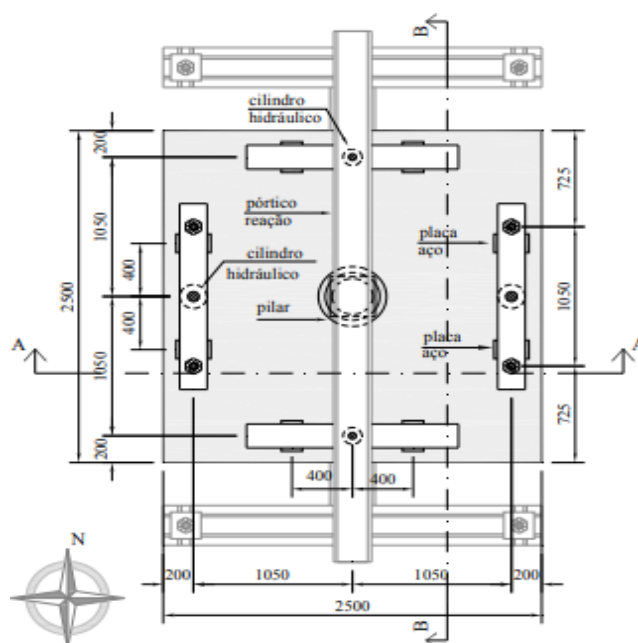
Figura 3.19 Distribuição de armaduras nas lajes LS01 a LS08



Fonte: Ferreira (2010)

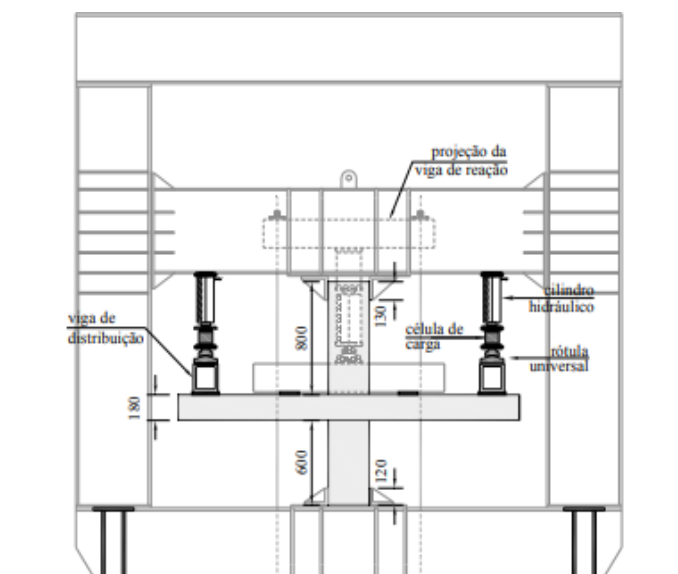
Para a realização dos ensaios foram utilizadas 8 chapas metálicas, que eram fixadas às lajes com objetivo de realização a distribuição do carregamento aplicado. Sobre as chapas foram posicionadas as vigas metálicas responsáveis pela transferência da carga que, por sua vez, era conferida pelos cilindros hidráulicos e pelas rótulas universais. Esse sistema pode ser melhor entendido a partir da análise de suas vistas superior e lateral, nas Figuras 3.20 e 3.21, respectivamente.

Figura 3.20 Vista superior do sistema de ensaio



Fonte: Ferreira (2010)

Figura 3.21 Vista lateral do sistema de ensaio - BB

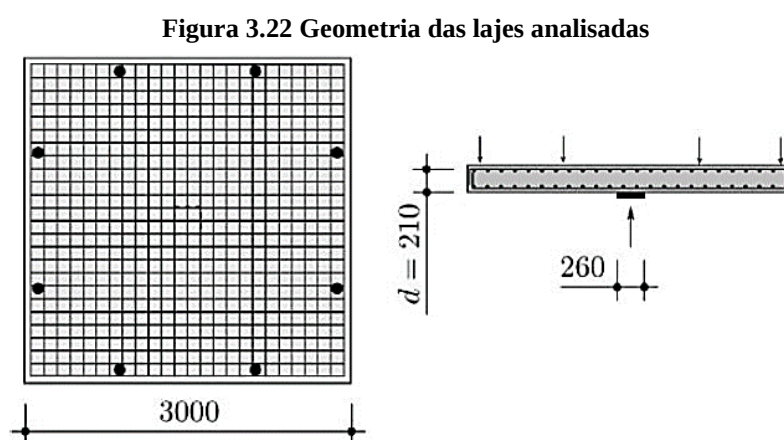


Fonte: Ferreira (2010)

3.2.5.2 Ruiz e Muttoni (2010)

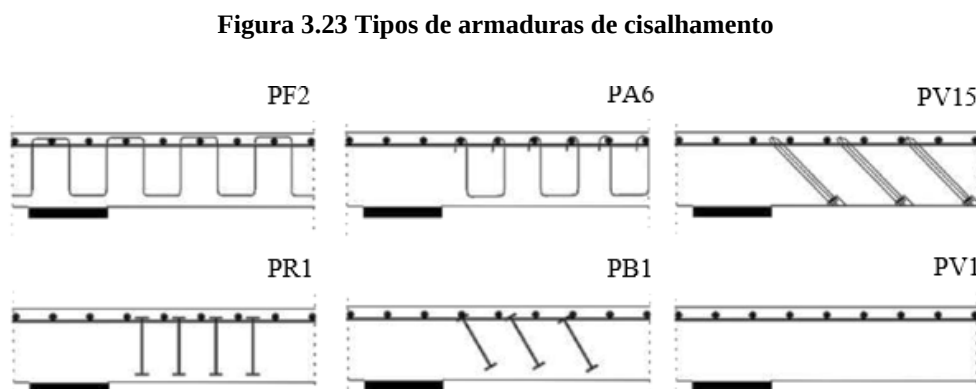
A base dos estudos de Ruiz e Muttoni (2010) se deram a partir da análise de eficiência de testes realizados em 6 lajes com diferentes propostas de aplicações de armaduras de cisalhamento visando o combate aos efeitos de punção.

Como referencial, uma das lajes não recebeu nenhum tipo de armadura, as outras lajes analisadas tiveram a sua concepção baseada em propostas de outros autores em seus trabalhos. As lajes estudadas tinham características equivalentes, com dimensões quadradas de lado igual à 3000mm e espessura de 250mm e a taxa de armadura utilizada somava 1,5%, conforme mostra a Figura 3.22.



Fonte: Ruiz e Muttoni (2010)

O objetivo principal do estudo foi analisar a contribuição dos cinco diferentes modelos propostos, que podem ser observados na Figura 3.23, a partir da teoria da fissura crítica de punção (*Critical Shear Crack Theory - CSCT*). A CSCT foi proposta por Muttoni e baseia-se na ideia de que a capacidade de resistência à punção de uma laje está relacionada ao desenvolvimento de uma fissura crítica de cisalhamento, que se forma devido ao crescimento progressivo de fissuras no concreto.



Fonte: Ruiz e Muttoni (2010)

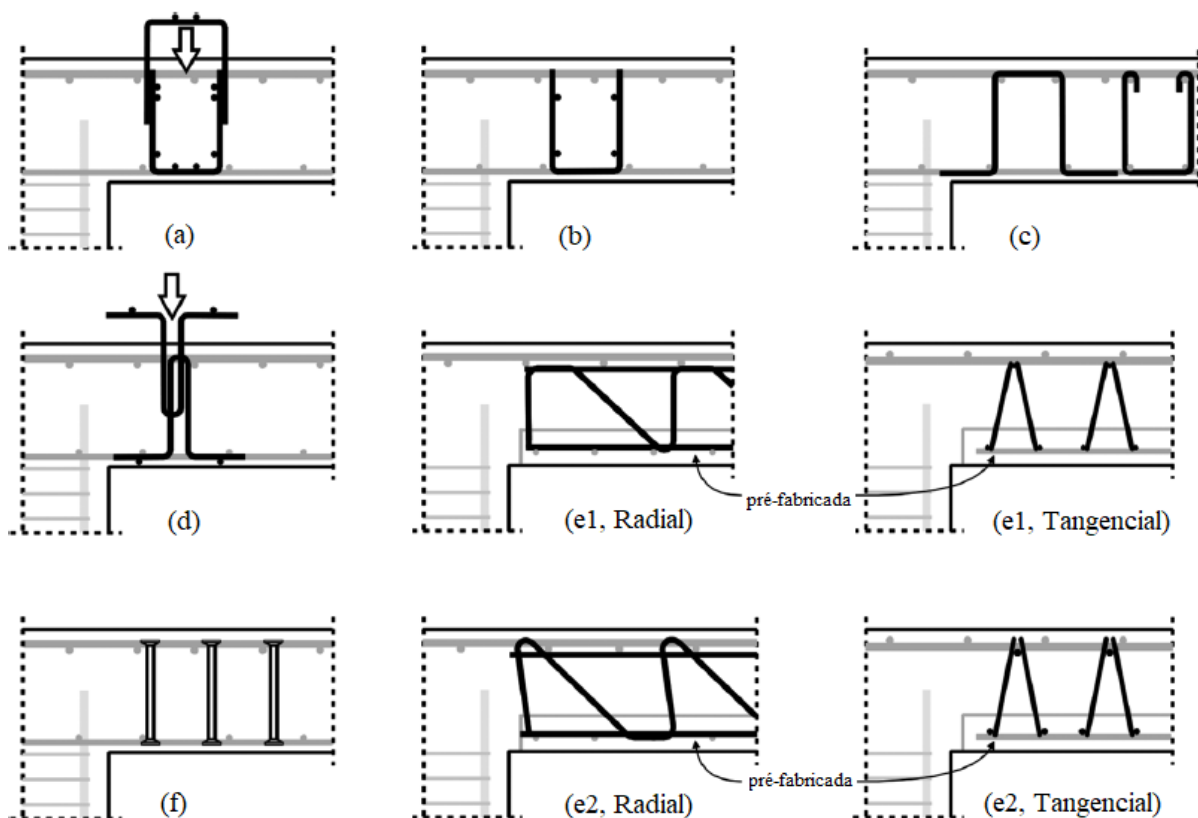
Analisando sequencialmente, a laje PF2 recebeu estribos convencionais em sua composição; a laje PA6 foi armada com estribos em U, ancorados na armadura de flexão; na laje PV15, foram adotados parafusos inclinados de aço de alta resistência; para as lajes PR1 e PB1 foram aplicados *doubleheaded studs*, alternando apenas o ângulo da armadura. Frisando que a laje PV1 foi utilizada como controle e não recebeu nenhum tipo de armadura de cisalhamento.

3.2.5.1. Hegger et al.(2017)

A base dos estudos de Hegger (2017) se deram a partir da subdivisão das lajes analisadas em grupos classificados a partir das armaduras de cisalhamento utilizadas. As lajes utilizadas seguiam um padrão geométrico variando entre modelos octogonais e quadráticos, com medidas laterais no intervalo entre 2750 e 2980mm, e altura variando entre 135 e 365mm.

Para a sintetização dos resultados, o autor analisou 39 diferentes sistemas de ligação laje-pilar e os caracterizou em grupos que receberam denominação de “a” até “f”, conforme observado na Figura 3.24.

Figura 3.24 Classificação dos modelos de armadura de Hegger et al. (2017)

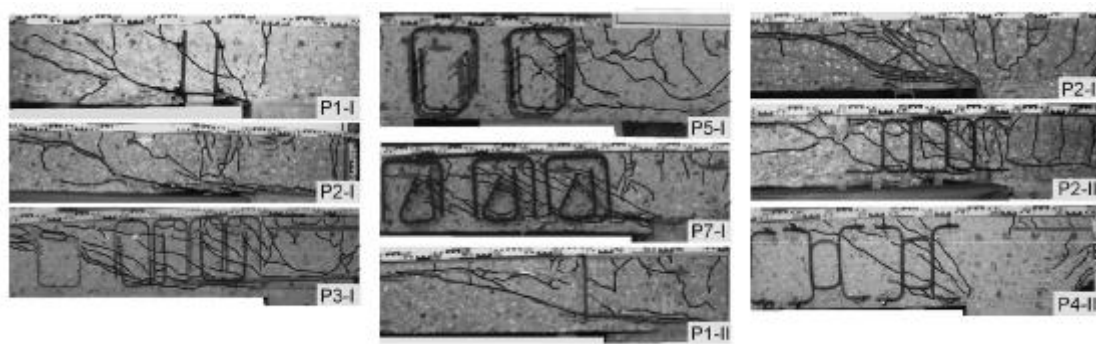


Fonte: Hegger et al. (2017)

O grupo (a) recebeu como composição de armadura estribos duplos dispostos em formato de U, onde foram soldadas barras em posição transversal para otimizar a ancoragem. A armação do grupo (b) foi feita com estribo simples em formato de U; o grupo (c), assim como o grupo (d), receberam estribos que envolviam as armaduras de flexão nos dois níveis. Para os grupos (e), a escolha preferida foi a utilização de vigas treliçadas, modelos comumente utilizados em lajes pré-fabricadas, onde avaliou-se diferentes propostas de aplicabilidade destas vigas. Por fim, o grupo (f) foi contemplado com armaduras do tipo *studs* de cabeça dupla.

Após o ensaio dos protótipos, catalogou-se os tipos de padrões de fissuração, que podem ser melhor observados na Figura 3.25.

Figura 3.25 Padrões de fissuração nas lajes ensaiadas

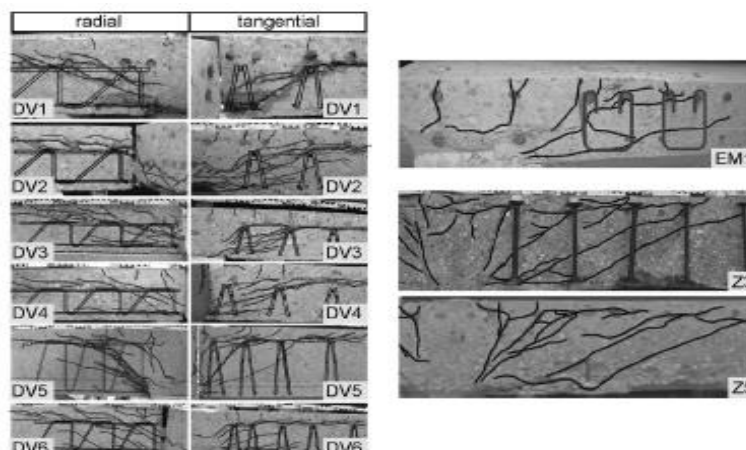


Fonte: Hegger et al. (2017)

Nota-se, portanto, que as lajes ensaiadas apresentaram, nos modelos **P2-I; P3-I; e P7-I**, padrões de fissuração com ângulos agudos que variaram de 31 a 45°, ocorrente na zona de reforço com a armadura de cisalhamento. Os resultados encontrados para os modelos de ensaio **P1-I e P1-II** foram de um rompimento posterior à zona de reforços. O padrão de fissuração para as lajes **P5-I e P4-III** não representou o resultado real esperado, tendo em vista que os modelos não receberam o carregamento de maneira integral. Por fim, observamos que as lajes **P2-II; P2-III e EM1** – demonstrada posteriormente, apresentaram tendência de rompimento nas zonas de reforço, com o adendo da concentração de fissuras nas áreas próximas ao pilar.

A análise das lajes dos grupos (e) e (f) foram apresentadas pelo autor em formato já dividido, demonstrando os cortes de maneira radial e tangencial, conforme observamos na Figura 3.26.

Figura 3.26 Padrões de fissuração nas lajes ensaiadas



Fonte: Hegger et al. (2017)

Para estes modelos estudados, podemos realizar a divisão em 3 casos, conforme os padrões de fissuração apresentados.

- 1º caso: lajes DV1 a DV4

Podemos observar que este padrão se repete nas lajes DV1 a DV4, onde os rasgos se dão entre as duas primeiras barras transversais. Frisando que, à exceção da laje DV4, todas estas incisões se deram de maneira inclinada e de modo radial à treliça.

- 2º caso: laje DV5

Este modelo apresenta um padrão de fissuração inclinado, com ângulo próximo aos 60° , e tangente. Cruzando apenas uma das barras, os cortes se concentraram em uma área limitada e próxima ao apoio.

- 3º caso: laje DV6

Neste caso, podemos observar um padrão uniforme e distribuído de fissuração.

Observamos ainda, a apresentação das lajes Z3 e Z5, que fazem parte do grupo (f), o padrão de fissuração destas lajes pode ser caracterizado pela sua uniformidade de distribuição, com concentração na área que recebeu a armadura.

4. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

A análise dos resultados obtidos é essencial para compreender o impacto das variáveis estudadas e verificar se os objetivos propostos foram alcançados. Neste contexto, este capítulo apresenta os principais resultados obtidos pelos autores estudados, discutindo suas implicações e possíveis interpretações à luz da literatura existente. A seguir, são destacados os aspectos mais

relevantes, apontando observações realizadas a partir da análise dos trabalhos dos autores objetos do estudo.

4.1. APRESENTAÇÃO DAS LAJES

Para a realização deste estudo comparativo, foram selecionadas lajes, dentre as ensaiadas pelos autores principais, que foram recalculadas utilizando os métodos mencionados ao longo deste trabalho. A seguir, apresenta-se uma síntese das lajes escolhidas e suas principais características.

Iniciando pela escolha das lajes de Gomes (1991), foram eleitas 4 lajes a para a realização da análise sendo G1 – laje referencial sem armadura de cisalhamento; G9; G10 e G11- lajes com armadura de cisalhamento do tipo ancoragem interna. Neste ponto, é importante frisar que a laje G1, é tomada também como referência por Andrade (1999) e Trautwein (2006) em suas respectivas obras.

Os demais autores analisados apresentam modelos de armadura de cisalhamento com ancoragem alternativa (interna) ao previsto nos modelos normativos e apresentados por Gomes (1991).

A seleção dos pórticos de Andrade (1999) se deu a partir da prioridade de cinco diferentes lajes, que foram denominadas como: A304; A305; A306; A307 e A308. Assim como no trabalho anterior, para análise do trabalho de Trautwein (2006), optou-se pela pesquisa de cinco lajes retiradas de seus estudos, podendo estas serem enumeradas da seguinte forma: TI7; TI9; TI10; TI11, TE5. Observa-se que as lajes deste autor já carregam em sua nomenclatura o modo de ruptura observado em seus ensaios, sendo “E” e “I” respectivamente, externo e interno.

Por fim, do trabalho de Ferreira (2023) foram selecionadas quatro lajes, além da laje referencial do autor – LR, sendo escolhidas para a pesquisa os seguintes pórticos: L-5-6; L-5-13; L-5-6-I e L-5-13-I.

4.2. ANÁLISE DOS RESULTADOS

4.2.1. COMPARATIVO DA RESISTÊNCIA

De posse das lajes escolhidas, utilizando os métodos de cálculo disponíveis que são objeto deste estudo comparativo – ACI 318; ABNT NBR 6118; Eurocode 2 e Método analítico de Gomes, as lajes foram recalculadas para melhor obtenção de valores que se adequam às atuais diretrizes.

A partir destes resultados, iniciou-se a análise que visa a comparação dos resultados obtidos a partir de diferentes métodos de acordo com seus respectivos ganhos de resistência, deslocamentos observados e rotação – que será analisada a partir da teoria de Muttoni (1991).

Para sintetização dos dados, os resultados encontrados foram dispostos na Tabela 4.1 que pode ser observada abaixo.

A Tabela 4.1 traz, com a subdivisão dos autores analisados, os principais dados básicos das lajes apreciadas. Observa-se, em sequência, a partir da identificação da laje, a sua altura útil; a taxa de armadura de flexão adotada; a resistência característica do concreto utilizado; e a carga de ruptura verificada a partir dos ensaios realizados.

Tabela 4.1 Dados das lajes analisadas

Laje	d (mm)	ρ (%)	f_c (MPa)	P_u (kN)	P_u/P_{uref}
Gomes					
G1	159	1,20	50,3	560	1,00
G9	159	1,20	50,0	1227	2,19
G10	154	1,20	44,2	800	1,43
G11	154	1,20	43,2	907	1,62
Andrade					
G1*	159	1,20	50,3	560	1,00
A304	164	1,26	36,4	956	1,71
A305	154	1,34	29,3	785	1,40
A306	164	1,26	37,4	950	1,70
A307	164	1,26	34,1	1090	1,95
A308	154	1,34	37,5	1020	1,82
Trautwein					
G1*	159	1,20	50,3	560	1,00
TI7	159	1,20	39,6	978	1,75
TI9	161	1,20	43,6	853	1,52
TI10	161	1,20	44,4	975	1,74
TI11	161	1,20	41,4	945	1,69
TE5	154	1,20	42,1	1222	2,18
Ferreira					
LR	116	1,65	47,2	320	1,00
L-5-6	113	1,73	44,3	500	1,56
L-5-13	115	1,67	42,0	660	2,06
L-5-6-I	113	1,73	46,7	450	1,41
L-5-13-I	116	1,65	46,4	525	1,64

* - Andrade e Trautwein adotaram como referência, em seus respectivos trabalhos, a laje referencial de Gomes.

Fonte: Autor (2025)

A Tabela 4.1 traz, com a subdivisão dos autores analisados, os principais dados básicos das lajes apreciadas. Observa-se, em sequência, a partir da identificação da laje, a sua altura útil; a taxa de armadura de flexão adotada; a resistência característica do concreto utilizado; e a carga de ruptura verificada a partir dos ensaios realizados.

A partir destas informações, a primeira análise a ser realizada é o ganho de resistência obtido a partir da laje referencial. Nos elementos ponderados encontramos benefícios significativos na adoção de armaduras de combate aos efeitos de punção, onde as lajes ensaiadas

obtiveram ganhos não inferiores a 40% na sua resistência quando comparados às lajes de referência.

As lajes de Gomes (1991) apresentaram ganhos de carga variando entre 43% a 119%. Andrade obteve ganhos entre 40 e 95%, Trautwein (2006), ganhos entre 52% e 118%, e Ferreira (2023), ganhos entre 41% e 106%. Demonstrando que todos os modelos de armadura de cisalhamento propostos contribuem significativamente para o aumento da resistência.

Na sequência, para o comparativo entre os diferentes métodos de cálculo, os dados foram distribuídos e detalhados na Tabela 4.2, disposta a seguir. Os autores destacam que não foram aplicados os coeficientes do aço e concreto, com o intuito de aproximar as análises do comportamento real do elemento estrutural.

Tabela 4.2 Comparativo de resistência entre os diferentes métodos.

Laje	NBR		ACI		EC		Método de Gomes	
	V_{calc} (kN)	V_{teste} (kN)	V_{calc} (kN)	V_{teste} (kN)	V_{calc} (kN)	V_{teste} (kN)	V_{calc} (kN)	V_{teste} (kN)
Gomes								
G1	542	560	534,4	560	751	560	450,2	560
G9	1157	1227	850	1227	1490	1227	1619,2	1227
G10	603	800	837	800	698	800	444	800
G11	673	907	942	907	755	907	571,8	907
Andrade								
G1*	542	560	534,4	560	751	560	450,2	560
A304	1096	956	948,3	956	1224	956	1638,1	956
A305	599	785	575,3	785	956	785	1162,5	785
A306	1108	950	963,8	950	1252	950	1652,9	950
A307	830	1090	653,8	1090	1047	1090	1261,7	1090
A308	802	1020	638,7	1020	1017	1020	1235,7	1020
Trautwein								
G1*	542	560	534,4	560	751	560	450,2	560
TI7	991	978	870,6	978	1244	978	1501,2	978
TI9	570	853	516,5	853	687	853	858,9	853
TI10	828	975	727,2	975	905	975	1288,2	975
TI11	659	945	584,8	945	758	945	1020,6	945
TE5	970	1222	866,7	1222	1244	1222	1454,2	1222
Ferreira								
LR	268	320	279,8	320	371	320	370,1	320
L-5-6	523	500	400,7	500	656	500	841,3	500
L-5-13	520	660	397,9	660	655	660	847,7	660
L-5-6-I	369	450	342,3	450	405	450	663,8	450
L-5-13-I	381	525	353,1	525	419	525	671,9	525

(1) Andrade e Trautwein adotaram como referência, em seus respectivos trabalhos, a laje referencial de Gomes;

Fonte: Autor (2025)

Nota-se, portanto, grande divergência entre os valores de resistência calculados em relação aos diferentes métodos. Essa grande diferenciação se dá, principalmente, pelos parâmetros relacionados aos perímetros de controle adotados por cada norma, e que terão uma análise mais abrangente na sequência.

Realizando também um comparativo entre os valores obtidos em cálculo e os medidos nos testes de rompimento é possível perceber que, em alguns dos casos analisados, existe uma tendência negativa onde os valores calculados são inferiores. Tal realidade pode ser explicada pela utilização de armaduras experimentais, mas refletem uma situação a ser observada com cautela no dimensionamento deste modelo estrutural.

A relação entre os valores testados e calculados podem ser observados mais detalhadamente na Tabela 4.3, disponível abaixo:

Tabela 4.3 Comparativo de resistência entre testes e modelos de cálculo.

Laje	ACI 318 (2019)	EC2 (2004)	ABNT NBR 6118 (2023)	Gomes (1991)
	V_{teste}/V_{calc}	V_{teste}/V_{calc}	V_{teste}/V_{calc}	V_{teste}/V_{calc}
Gomes				
G1	1,05	0,75	1,03	1,24
G9	1,15	0,82	1,06	0,76
G10	1,47	1,15	1,33	1,80
G11	1,51	1,20	1,35	1,59
Andrade				
A304	1,01	0,78	0,87	0,58
A305	1,36	0,82	1,31	0,68
A306	0,99	0,76	0,86	0,57
A307	1,67	1,04	1,31	0,86
A308	1,60	1,00	1,27	0,83
Trautwein				
TI7	1,12	0,79	0,99	0,65
TI9	1,65	1,24	1,50	0,99
TI10	1,34	1,08	1,18	0,76
TI11	1,62	1,25	1,43	0,93
TE5	1,41	0,98	1,26	0,84
Ferreira				
LR	1,14	0,86	1,19	0,86
L-5-6	1,25	0,76	0,96	0,59
L-5-13	1,66	1,01	1,27	0,78
L-5-6-I	1,31	1,11	1,22	0,68
L-5-13-I	1,49	1,25	1,38	0,78

Fonte: Autor (2025)

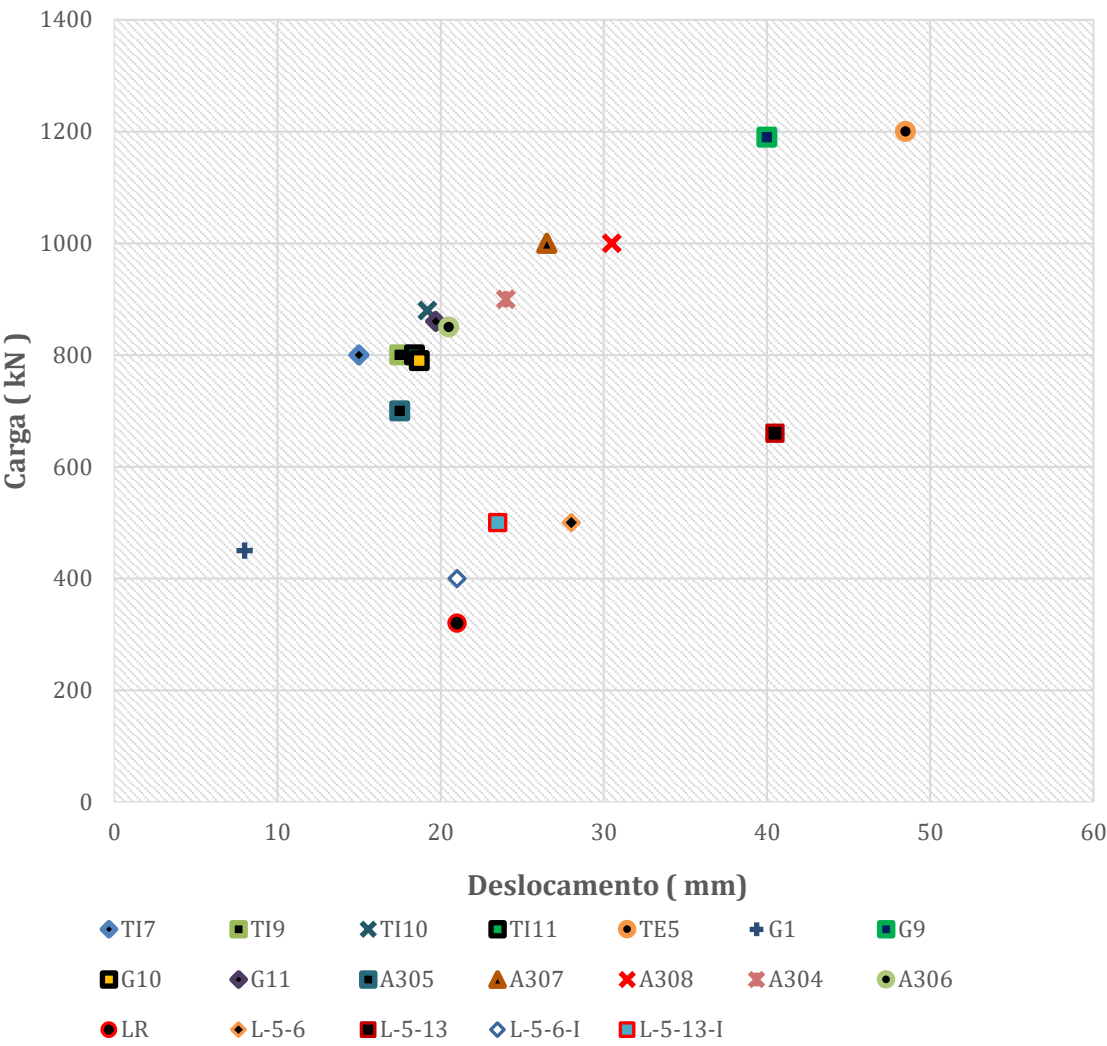
É possível observar que em todas as pesquisas as cargas de ruptura de cálculo previstos pelo ACI 318 ficaram abaixo das cargas experimentais, enquanto no modelo proposto por Gomes, com exceção das lajes do próprio autor, as demais apresentam cargas de cálculo acima da carga experimental, reforçando que o método desenvolvido considera as armaduras com ancoragem externa. A NBR e o EUROCODE apresentam cargas de cálculo bem próximas, uma vez que a diferença entre as normas está no ultimo perímetro de controle e na tensão do aço a ser considerada.

4.2.2. DESLOCAMENTOS VERTICAIS

Outro fator importante a ser analisado é o deslocamento sofrido quando o pórtico é carregado. Na análise das lajes ensaiadas podemos observar um ganho de rigidez considerável quando comparadas com as respectivas lajes de referência.

A distribuição de deslocamentos observados nas lajes analisadas foi exemplificada no Figura 4.1, disposto a seguir:

Figura 4.1 Deslocamentos máximos para carga última.



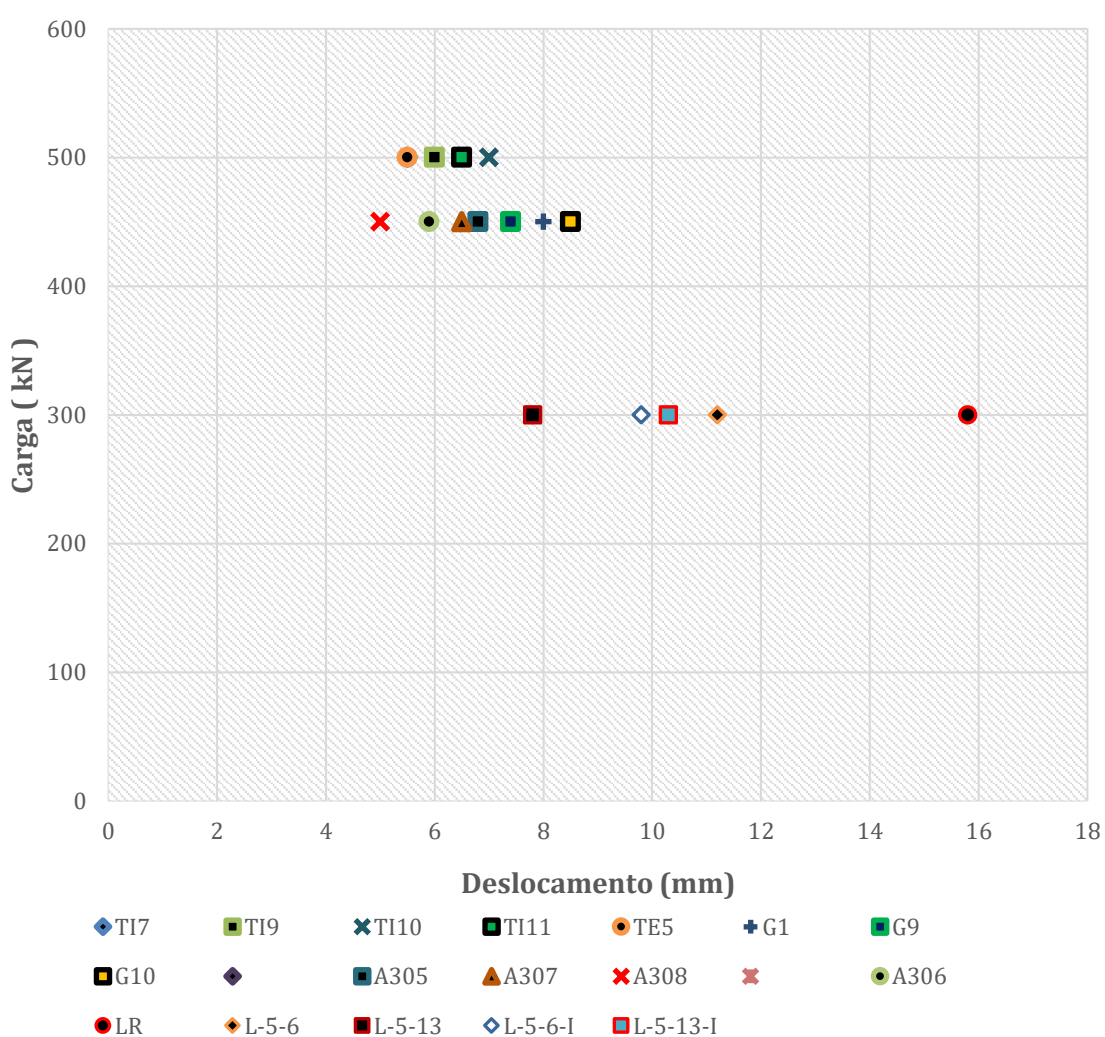
Fonte: Autor (2025)

As lajes de Gomes (1991), Andrade (1999) e Trautwein (2006), quando comparadas a laje de referência – G1, apresentam deslocamentos consideravelmente superiores, sofrendo carregamentos mais altos. Ressalta-se dentre estas a TE5, desenvolvida por Trautwein, que foi a laje que sofreu maior carregamento e deslocamento dentre todas as analisadas.

Os ensaios de Ferreira (2023) partem da laje LR como referencial que, com cargas inferiores às suportadas pelo marco anterior, apresenta um deslocamento maior que boa parte das lajes objetos deste estudo comparativo.

A primeira impressão ao realizar a análise a partir de um ponto máximo de deslocamento pode trazer uma divergência quanto à ductibilidade da laje quando não consideramos a carga sofrida pelo pórtico, para exemplificar este fato a Figura 4.2 traz uma análise dos deslocamentos realizada a partir da mesma faixa de carregamento suportada pelas lajes de referência.

Figura 4.2 Deslocamentos em uma mesma faixa de carga.



Fonte: Autor (2025)

Analisando o deslocamento na faixa de carga de ruptura das lajes de referência (g1 e LR), fica evidenciado o aumento da rigidez dos elementos com armadura de cisalhamento. Todos apresentaram deslocamentos menores (à esquerda) que os de referência, exceto a laje

G10. Esse deslocamento menor que caracteriza uma maior rigidez é mais destacado nas lajes L-5-13 (100%) e A308 (60%).

Nota-se, ainda, que as aferições realizadas quanto ao deslocamento não necessariamente se dão em um ponto máximo de carga de ruptura da laje, tal fator se dá pela dificuldade em precisar o rompimento e visando a preservação dos medidores, que podem ser retirados antes do rompimento total para evitar danos nos aparelhos.

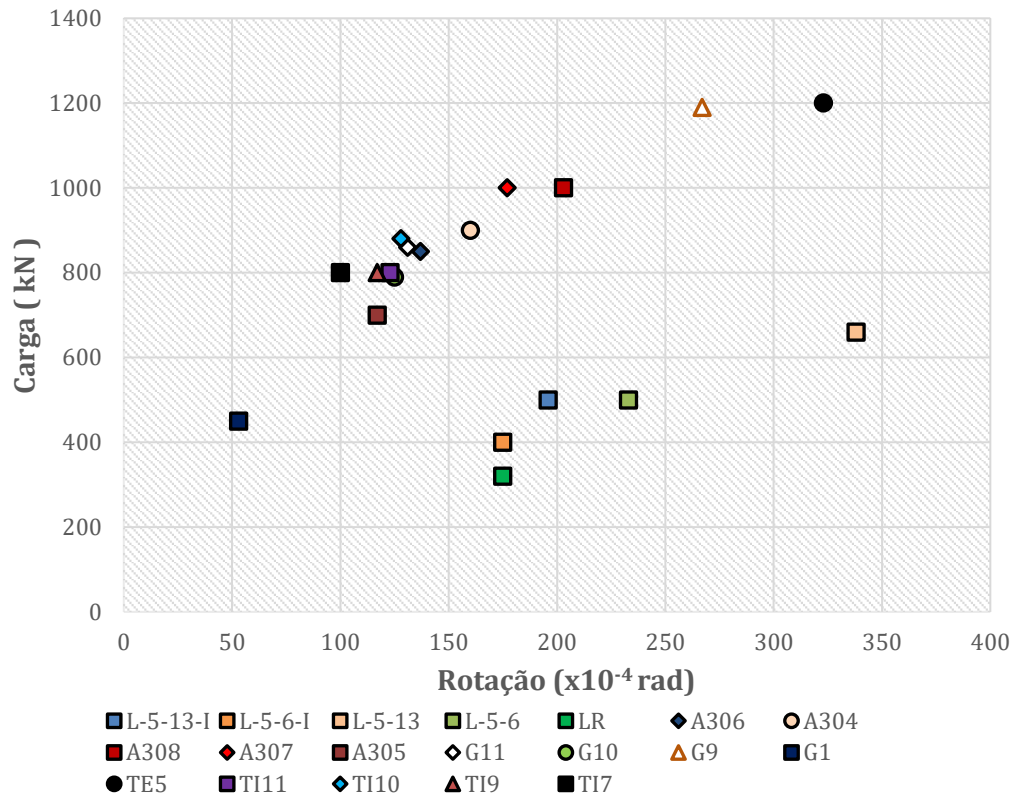
4.2.3. ROTAÇÃO

A teoria de Muttoni (2010) apresenta outro parâmetro para a análise de lajes lisas submetidas à punção, pois introduz um modelo baseado na capacidade de rotação da laje e no critério de falha baseado em energia. Esse modelo permite uma melhor previsão do comportamento das lajes em relação ao fenômeno da punção, levando em consideração tanto a resistência à cisalhamento quanto a deformabilidade da estrutura.

Muttoni propôs que a resistência à punção não depende apenas da força cortante atuante, mas também da capacidade da laje de girar sob carga relacionando a **força de punção** com a **rotação da laje** no apoio.

Diante destas observações, o Figura 4.3 retrata os valores de rotação máximos encontrados nas lajes escolhidas para comparação.

Figura 4.3 Rotação máxima das lajes.



Fonte: Autor (2025)

Ao observarmos a rotação ocasionada pelos carregamentos é importante, mais uma vez, realizar a correlação das grandezas, levando sempre em consideração que em alguns dos casos analisados a rotação é elevada devido o maior suporte das solicitações.

Diante disso, é notório que o desempenho das armaduras propostas no geral não foi tão divergente, chama atenção, no entanto para algumas lajes que sofreram grandes rotações, casos da laje L-5-13, proposta por Ferreira, e da laje TE5, proposta por Trautwein, divergindo, no entanto, na grandeza de suporte de carregamentos.

5. CONCLUSÃO

O objetivo geral desse trabalho foi realizar um estudo comparativo entre as avaliações realizadas pelos autores em suas publicações, visando demonstrar as divergências existentes entre os diferentes modelos normativos existentes, além das diferentes propostas trazidas pelos autores para uma melhor adequações destas regras ao cotidiano. Analisando os dados calculados pelos métodos observou-se que o ACI, dentre os analisados apresenta uma avaliação mais conservadora, a tabela 5.1 apresenta os perímetros de controle de cada método e dentre eles os menores perímetros são deste código, o que em suma reduz a contribuição do

concreto nessa região, obtendo carga de cálculo menores, o oposto ocorre com o método de Gomes. A NBR e o Eurocode se assemelham bastante nessa análise.

Fora observado, ao longo do estudo, a variedade de armaduras que são utilizadas para esta finalidade, algumas amplamente utilizadas e com prescrição normativa, outras em fase de estudos para aperfeiçoamento, tanto da armadura em si como dos parâmetros adotados pelas normas.

Dentre as normas utilizadas nesta pesquisa, a Tabela 5.1 apresenta as principais diferenças que são importantes variáveis a serem avaliadas para um correto dimensionamento.

Tabela 5.1 Variações entre modelos teóricos

Códigos	Espaçamento radial máximo (mm)	f_{ywd} (MPa)	Parcela de contribuição da armadura de cisalhamento (kN)	Perímetro de controle da face do pilar (mm)	Perímetro de controle a partir da última camada da armadura de cisalhamento (mm)
ACI 318 (2014)	0,5d	420	$\frac{d}{s_r} A_{sw} f_{ywd}$	0,5d	0,5d
EC 2 (2004)	0,75d	250+0,25d	$1,5 \frac{d}{s_r} A_{sw} f_{ywd}$	2d	1,5d
ABNT NBR 6118 (2023)	0,75d	300	$1,5 \frac{d}{s_r} A_{sw} f_{ywd}$	2d	2d
Gomes (1991)	0,5d	f_{yd}	$1,75 \frac{d}{s_r} A_{sw} f_{ywd}$	1,5d	2,5d

Fonte: Ferreira (2023)

Diante das informações explicitadas ao longo deste trabalho, as considerações finais levam em conta que todas as armaduras propostas pelos autores representaram um ganho significativo nas atribuições conferidas às lajes lisas. As lajes que receberam armaduras de cisalhamento obtiveram um aumento expressivo na resistência ao carregamento e, de maneira geral, pode-se observar um aumento na rigidez destes pórticos.

Vale ressaltar que os modelos propostos por Gomes (1991) são normatizados, enquanto o de Andrade (1999), Trautwein (2006) e Ferreira (2023) são modelos e adaptações sugeridas pelos autores visando a otimização destas normas. Apesar de terem conferido ganhos em diversos aspectos, alguns dos casos analisados ficaram abaixo da carga esperada levando em conta o cálculo normativo.

Tais informações refletem, portanto, que apesar de promissoras, as propostas apresentadas devem ser alvo de novos estudos para a conferência e otimização das armaduras sugeridas, garantindo a segurança quanto a aplicabilidade destas nas lajes lisas de concreto armado, visando o combate aos efeitos de punção.

6. REFERÊNCIAS

American Concrete Institute. ACI 318-19. **Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary (ACI 318R-11)**. Farmington Hills, Michigan, 2019.

ANDRADE, M.A.S. **Punção em Lajes Cogumelo – Estudo do Posicionamento da Armadura de Cisalhamento em Relação à Armadura de Flexão**. Goiânia, Dissertação de Mestrado – Escola de Engenharia Civil / UFG. 1999.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento**. Rio de Janeiro, 2023.

EUROCODE 2, **Design of Concrete Structures—Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings**, CEN, EN 1992D1D1, Brussels, Belgium, 2004, 225 pp.

GOMES, R. B. REGAN, P. E. **Punching Resistance of RC Flat Slabs with Shear Reinforcement**. Journal of Structural Engineering. 1999

GOMES, R. B. REGAN, P. E. **Punching Strength of slabs reinforced for shear with offcuts of rolled steel I-section beams**. Magazine of Concrete Research. 1999.

FERREIRA, D. B. **Punção em lajes lisas de concreto armado com armadura de cisalhamento interna com pinos antifissuração**. 2023. 1 recurso online (260 p.) Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo, Campinas, SP. Disponível em: <https://hdl.handle.net/20.500.12733/17031>.

FERREIRA, M. P. **Punção em lajes lisas de concreto armado com armaduras de cisalhamento e momentos desbalanceados**. 2010. xxiv, 275 f. il. Tese (Doutorado em Estruturas e Construção Civil)—Universidade de Brasília, Brasília, 2010.

HEGGER, J. et al. **Efficiency of various punching shear reinforcement systems for flat slabs**. ACI Structural Journal, [s.l.], v. 114, n. 3, p.631-642, American Concrete Institute., maio 2017.

RUIZ, M.F.; MUTTONI, A. **Applicationsofcriticalshear crack theorytopunchingofreinforced concrete slabswithtransversereinforcement**. ACI StructuralJournal, v. 106, no 4, pg. 485-494, July/August. 2009.

TRAUTWEIN, L. M. **Punção em lajes cogumelo de concreto armado com armadura de cisalhamento tipo “STUD” interno e tipo estribo inclinado**. 2001. xviii, 168 f., il. Dissertação (Mestrado em Estruturas e Construção Civil)—Universidade de Brasília, Brasília, 2001.

TRAUTWEIN, L. M. **Punção em lajes cogumelo de concreto armado**: análise experimental e numérica. 2006. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006. doi:10.11606/T.3.2006.tde-22042007-214959. Acesso em: 2024-09-26.

MUTTONI, A.; SCHUARTZ, J. Behaviour of Beams and Punching in Slabs Without Shear Reinforcement. IABESE Colloquium, Zurich, Switzerland, 1991.