

**MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
DE GOIÁS CÂMPUS GOIÂNIA**

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

**ESTUDO DO USO DE OBJETOS CONCRETOS E MANIPULÁVEIS NO
ENSINO DE MATEMÁTICA COM BASE NO BANCO DE TESES E
DISSERTAÇÕES DA CAPES**

WILTON CALDEIRAS NUNES

GOIÂNIA

2025



INSTITUTO FEDERAL
Goiás

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
SISTEMA INTEGRADO DE BIBLIOTECAS

TERMO DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAÇÃO NO REPOSITÓRIO DIGITAL DO IFG - ReDi IFG

Com base no disposto na Lei Federal nº 9.610/98, AUTORIZO o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, a disponibilizar gratuitamente o documento no Repositório Digital (ReDi IFG), sem ressarcimento de direitos autorais, conforme permissão assinada abaixo, em formato digital para fins de leitura, download e impressão, a título de divulgação da produção técnico-científica no IFG.

Identificação da Produção Técnico-Científica

- | | |
|--|---|
| ☐ Tese | ☐ Artigo Científico |
| ☐ Dissertação | ☐ Capítulo de Livro |
| ☐ Monografia – Especialização | ☐ Livro |
| ☒ TCC - Graduação | ☐ Trabalho Apresentado em Evento |
| ☐ Produto Técnico e Educacional - Tipo: _____ | |

Nome Completo do Autor: Wilton Caldeiras Nunes

Matrícula: 20211010940224

Título do Trabalho: Estudo do uso de objetos concretos e manipuláveis no ensino de Matemática com base no Banco de Teses e Dissertações da CAPES

Autorização - Marque uma das opções

1. ☒ Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso aberto);
2. ☐ Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG somente após a data ____/____/____ (Embargo);
3. ☐ Não autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso restrito).

Ao indicar a opção **2 ou 3**, marque a justificativa:

- ☐ O documento está sujeito a registro de patente.
☐ O documento pode vir a ser publicado como livro, capítulo de livro ou artigo.
☐ Outra justificativa: _____

DECLARAÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO NÃO-EXCLUSIVA

O/A referido/a autor/a declara que:

- i. o documento é seu trabalho original, detém os direitos autorais da produção técnico-científica e não infringe os direitos de qualquer outra pessoa ou entidade;
- ii. obteve autorização de quaisquer materiais inclusos no documento do qual não detém os direitos de autor/a, para conceder ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás os direitos requeridos e que este material cujos direitos autorais são de terceiros, estão claramente identificados e reconhecidos no texto ou conteúdo do documento entregue;
- iii. cumpriu quaisquer obrigações exigidas por contrato ou acordo, caso o documento entregue seja baseado em trabalho financiado ou apoiado por outra instituição que não o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás.

_____, 25 / 02 / 2025.
Goiânia, Local Data

Wilton Caldeiras Nunes

Assinatura do Autor e/ou Detentor dos Direitos Autorais

WILTON CALDEIRAS NUNES

**ESTUDO DO USO DE OBJETOS CONCRETOS E MANIPULÁVEIS NO
ENSINO DE MATEMÁTICA COM BASE NO BANCO DE TESES E
DISSERTAÇÕES DA CAPES**

Trabalho de Conclusão do Curso apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás – IFG – Campus Goiânia, como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Area de Concentração: Matemática

Orientadora: Prof(a) Dr(a) Karoline Victor Fernandes

GOIÂNIA- GOIÁS

2025

N972e Nunes, Wilton Caldeiras.

Estudo do uso de objetos concretos e manipuláveis no ensino de Matemática com base no banco de teses e dissertações da CAPES / Wilton Caldeiras Nunes. – Goiânia: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, Câmpus Goiânia, 2025.
68 f.

Orientadora: Profa. Dra. Karoline Victor Fernandes.

TCC (Trabalho de Conclusão de Curso) – Licenciatura em Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, Câmpus Goiânia.

1. Matemática - estudo e ensino. 2. Matemática - objetos concretos e manipuláveis. 3. Educação Básica. I. Fernandes, Karoline Victor (orientadora). II. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, Câmpus Goiânia. III. Título.

CDD 510.7

Ficha catalográfica elaborada pelo Bibliotecário Alisson de Sousa Belthodo Santos CRB1/ 2.266
Biblioteca Professor Jorge Félix de Souza,
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, Câmpus Goiânia.



INSTITUTO FEDERAL
Goiás

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE GOIÁS
CÂMPUS GOIÂNIA

ESTUDO DO USO DE OBJETOS CONCRETOS E MANIPULÁVEIS NO ENSINO DE MATEMÁTICA COM BASE NO BANCO DE TESES E DISSERTAÇÕES DA CAPES

por

WILTON CALDEIRAS NUNES

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Colegiado do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás – Câmpus Goiânia, como requisito parcial para a obtenção do Diploma de Licenciado em Matemática.

Área de concentração: Matemática

Orientadora: Profa. Dra. Karoline Victor Fernandes

Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado, em 17 de fevereiro de 2025, pela banca examinadora constituída pelos seguintes membros:

(assinado eletronicamente)

Profa. Dra. Karoline Victor Fernandes (Presidente da Banca/IFG/Câmpus Goiânia)

(assinado eletronicamente)

Prof. Dr. Márcio Dias de Lima (IFG/Câmpus Goiânia)

(assinado eletronicamente)

Prof. Dr. Uender Barbosa de Souza (IFG/Câmpus Goiânia)

Documento assinado eletronicamente por:

- **Marcio Dias de Lima**, PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO, em 17/02/2025 15:55:23.
- **Uender Barbosa de Souza**, PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO, em 17/02/2025 15:54:56.
- **Karoline Victor Fernandes**, PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO, em 17/02/2025 15:53:25.

Este documento foi emitido pelo SUAP em 11/02/2025. Para comprovar sua autenticidade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse <https://suap.ifg.edu.br/autenticar-documento/> e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 616860

Código de Autenticação: f67d49233a



RESUMO

Este trabalho investiga o uso de objetos concretos e manipuláveis no ensino de Matemática, com base em uma análise crítica de oito dissertações disponíveis no Banco de Teses e Dissertações da CAPES. A pesquisa, de caráter bibliográfico e com abordagem mista, buscou identificar tendências, desafios e fatores que influenciam a adoção dessa metodologia. Os resultados indicam que o uso de objetos concretos e manipuláveis pode melhorar significativamente a compreensão de conceitos abstratos, tornando o ensino de Matemática mais acessível e interessante. No entanto, a eficácia dessa abordagem depende da formação adequada dos professores, que devem atuar como mediadores e promover reflexões durante as atividades. O estudo conclui que a metodologia tem potencial para estimular o pensamento crítico e o raciocínio lógico dos alunos, alinhando-se aos objetivos da Educação Básica. Recomenda-se que a formação docente inclua a instrumentalização necessária para o uso eficaz desses recursos.

Palavras-chave: Educação Matemática; Materiais concretos e manipuláveis; Educação Básica.

ABSTRACT

This work presents this study investigates the use of concrete and manipulable objects in the teaching of Mathematics, based on a critical analysis of eight dissertations available in the CAPES Theses and Dissertations Database. The research, characterized by a bibliographic nature and a mixed approach, aimed to identify trends, challenges, and factors influencing the adoption of this methodology. The results indicate that the use of concrete and manipulable objects can significantly improve the understanding of abstract concepts, making the teaching of Mathematics more accessible and interesting. However, the effectiveness of this approach depends on the proper training of teachers, who should act as mediators and promote reflections during the activities. The study concludes that the methodology has the potential to stimulate students' critical thinking and logical reasoning, aligning with the objectives of Basic Education. It is recommended that teacher training includes the necessary tools for the effective use of these resources.

Keywords: Mathematics Education; Concrete and Manipulable Materials; Basic Education.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Dissertação: O uso de materiais concretos como recurso à visualização, manipulação e construção de conceitos de sólidos geométricos da autora Silvia Barbosa da Silva.....	18
Quadro 2: Dissertação: Um olhar para as questões de Geometria Plana da OBMEP dos níveis 1 e 2 com o uso de materiais concretos manipuláveis: o que fazer para levar os problemas para a realidade dos alunos da rede pública de ensino do autor Gilson Lopes da Silva	25
Quadro 7: Dissertação: A relação de Euler para poliedros do autor Odilon Júlio dos Santos .	28
Quadro 4: Dissertação: Hometetia e semelhança de triângulos: uma proposta de ensino utilizando materiais concretos e manipuláveis do autor Edson Soares Filho.....	31
Quadro 5: Dissertação: Ensino de Geometria Espacial com Utilização de Vídeos e Manipulação de Materiais concretos- Um Estudo no Ensino Médio do autor Ricardo Ferreira Paraízo	36
Quadro 6: Dissertação: Uma experiência de introdução do raciocínio combinatório com alunos do primeiro ciclo do ensino fundamental:(7-8 anos) do autor Celso Pedrosa Filho.....	41
Quadro 7: Dissertação: Uma sequência de ensino para o estudo das propriedades dos polígonos via pavimentação do autor Amarildo Aparecido Santos	47
Quadro 8: Dissertação: Concepção de uma sequência de ensino para o estudo da semelhança: do empírico ao dedutivo da autora Silvine Rigolon Luis	50

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	8
1.1 CONTEXTO.....	8
1.2 JUSTIFICATIVA.....	9
1.3 OBJETIVOS.....	9
1.4 METODOLOGIA.....	9
2. REVISÃO DA LITERATURA	10
2.1 PESQUISA QUALITATIVA E PESQUISA QUANTITATIVA	10
2.2 USO DE OBJETOS CONCRETOS E MANIPULÁVEIS NO ENSINO.....	12
3 DESENVOLVIMENTO.....;	16
3.1 FASE DE COLETA DE DADOS PARA A PESQUISA.....	16
3.2 SISTEMATIZAÇÃO DOS DADOS OBTIDOS.....	18
4. DISCUSSÃO E ANÁLISE.....	56
5. CONCLUSÕES.	65
6. REFERÊNCIAS	66

1. INTRODUÇÃO

1.1- Contexto

Esse estudo de cunho bibliográfico busca alcançar uma qualidade científica por meio do levantamento e avaliação de um tema específico, que neste caso é o uso de objetos concretos e manipuláveis. A pesquisa envolve uma imersão crítico-reflexiva em um número significativo e expansivo de pesquisas realizadas no âmbito acadêmico. A coleta de dados foi delimitada ao Banco de Teses e Dissertações da CAPES.

Na perspectiva de Luna (1996, p.7):

Uma das principais dificuldades com que se defronta quem quer que se disponha a discorrer sobre o processo envolvido no planejamento da pesquisa diz respeito à inevitável peculiaridade de cada projeto, decorrente da necessidade, por exemplo, de ajustá-lo ao problema formulado e de respeitar as condições sob as quais a pesquisa será realizada. De fato, a partir das primeiras decisões tomadas, abre-se um verdadeiro leque de caminhos alternativos a tomar, e o pesquisador deve estar preparado para, ao mesmo tempo, ser sensível às alterações que se lhe impõem (seja pela lógica do planejamento, seja pelos resultados que começa a obter) e manter o equilíbrio metodológico, sob risco de terminar com uma massa de informações que não produzem dados consistentes. Essa fluidez do processo de pesquisa (que não deve justificar ausência de critérios) torna impraticável e indesejável normalizá-lo. Apesar disto, a experiência indica caminhos (a trilhar ou a evitar) e recursos que podem auxiliar na reflexão que preside o planejamento (Luna, 1996, p.7).

Assim, ao realizar essa pesquisa envolvendo Teses e Dissertações, é possível conduzir uma investigação predominantemente qualitativa, sem negligenciar os aspectos quantitativos que a pesquisa possa necessitar. Nos bancos de teses e dissertações, encontra-se variadas propostas para organizar e desenvolver novas metodologias de ensino inovadoras, como oportunidades de melhorar os resultados do aprendizado nas aulas de matemática. Dentre essas metodologias, destaca-se o uso de objetos concretos e manipuláveis.

Nesse sentido, pode-se encontrar diversas pesquisas publicadas em sites, revistas e demais meios de publicação acadêmicos, onde professores de matemática utilizaram a metodologia de ensino por meio do uso de objetos concretos e manipuláveis. Essas pesquisas trazem seus resultados e perspectivas sobre a eficácia do uso desses materiais. Por isso, é fundamental delimitar o campo de pesquisa para a coleta de dados.

Em conformidade com o autor Lorenzato (2010, p.17-19) apud Cardoso (2022, p.10):

Palavras não alcançam o mesmo efeito que conseguem os objetos ou imagens, estáticos ou em movimento, palavras auxiliam, mas não são suficientes para ensinar. Então não começar o ensino pelo concreto é ir contra a natureza humana, quem sabe

ensinar, sabe disso, no entanto é preciso reconhecer que o concreto não se restringe ao tridimensional, ao palpável (Lorenzato, 2010, p. 17-19 apud Cardoso (2022, p.10).

Com isso, ao adotarem essa metodologia de ensino, os professores geralmente buscam desenvolver um raciocínio em que o aluno seja ativo e proativo, permitindo que ele crie conjecturas, abstraia ideias e se aproprie dos conteúdos matemáticos, com suas diversidades e especificidades.

1.2 Justificativa

A utilização, no processo de ensino- aprendizagem nas aulas de matemática, de objetos concretos e manipuláveis pode promover uma aprendizagem mais significativa ao possibilitar que os alunos visualizem conceitos abstratos da matemática de uma forma concreta. Com isso, podendo melhorar o desempenho e a compreensão dos alunos e tornar o ensino de matemática mais acessível e interessante aos alunos. Além disso, verifica-se que na literatura há um destaque da importância de métodos de ensino que estimulem os alunos a serem ativos e proativos, e sendo os objetos concretos e manipuláveis considerados uma ferramenta interessante para atingir tal objetivo de ensino.

1.3-Objetivos

Investigar as tendências de uso de objetos concretos e manipuláveis para o ensino de matemática, os principais desafios que os professores enfrentam ao adotar esta metodologia de ensino e os fatores que influenciam a adoção dessa metodologia.

1.4 Metodologia

Este trabalho investiga o uso de objetos concretos e manipuláveis no ensino de Matemática, com base em uma análise crítica e reflexiva de oito dissertações disponíveis no Banco de Teses e Dissertações da CAPES, decidiu-se delimitar o campo de pesquisa ao Banco de Teses e Dissertações da CAPES por ser uma fonte de pesquisa bibliográfica de referência e amplamente divulgada no meio acadêmico, sendo a pesquisa de caráter bibliográfico e com abordagem mista, quanti-qualitativa, no intuito de identificar as tendências, as lacunas, os desafios e os fatores que influenciam ao uso desta metodologia ativa de ensino de Matemática para a Educação Básica. O desenvolvimento deste trabalho está dividido em: fase de coleta de dados para a pesquisa e fase de sistematização dos dados obtidos, posteriormente realiza-se as discussões e as análises.

2. REVISÃO DA LITERATURA

2.1 Pesquisa Qualitativa e Pesquisa Quantitativa

Na visão de Luna (1996, p.20), tem-se que “uma revisão de literatura é uma peça importante no trabalho científico e pode, por ela mesma, constituir um trabalho de pesquisa”. Neste sentido, este trabalho faz uma pesquisa de revisão de literatura, sobre as Teses e Dissertações relacionadas ao tema de uso de materiais concretos e manipuláveis no ensino de matemática disponíveis no Banco de Teses e Dissertações da CAPES.

Na perspectiva de Sousa, Oliveira e Alves (2021, p.66) tem-se que: “A pesquisa bibliográfica é o levantamento ou revisão de obras publicadas sobre a teoria que irá direcionar o trabalho científico, o que necessita uma dedicação, estudo e análise pelo pesquisador que irá executar o trabalho científico e tem como objetivo reunir e analisar textos publicados, para apoiar o trabalho científico”.

Assim, a pesquisa bibliográfica inicia-se por meio de uma revisão da literatura de obras já existentes, com o objetivo de auxiliar o pesquisador na delimitação do tema e na contextualização do objeto problema, sendo uma importante metodologia na área da Educação Matemática, pois a partir de informações elaboradas no levantamento das obras publicadas, o pesquisador busca analisá-las para ter um panorama geral dessas informações, seus nexos e as suas lacunas, no intuito de buscar respostas de um problema ou comprovar suas hipóteses, com efeito adquirindo novos conhecimentos sobre o assunto pesquisado.

Consoante aos autores Freitas et al. (2019, p.416) tem-se que:

A pesquisa é a atividade concreta no processo de constituição e desenvolvimento científico, possibilitando a produção, identificação e descoberta do conhecimento, respostas para perguntas específicas e soluções de problemas. Esta atividade pauta-se fundamentalmente na exigência da escolha intencional dos métodos disponíveis, que conduzirão o desenvolvimento ideal para a compreensão do objeto analisado, também nomeável de realidade (Freitas et al. , 2019, p.416).

Com isso, para buscar a compreensão dos acontecimentos sociais, é necessária uma diversidade metodológica, o que motivou a constituição de diversos métodos e técnicas para o planejamento e a execução do processo investigativo.

Canzoniere (2010) apud Freitas et al (2019, p.417) afirmam que: “mais importante que a opção da abordagem metodológica, temos que nas etapas de planejamento e execução da pesquisa, os procedimentos devem ser descritos com clareza, para que o leitor acompanhe

virtualmente as etapas do processo, e com isso esta ação promova confiança na profundidade das informações apresentadas.”

Portanto, essas metodologias de pesquisa devem ser apresentadas em linguagem simples, clara e objetiva, para que possam ser acompanhadas, interpretadas e/ou reaplicadas, conforme os instrumentos em que foram construídas as informações, ou seja, suas diretrizes aceitas no meio acadêmico

Segundo Bauer et al (2008) apud Freitas et al (2019, p.416-417):

As propostas de investigação podem ser organizadas quanto a sua maneira de abordar o objeto ou intenção investigativa, sendo de natureza quantitativa e qualitativa. Onde a natureza quantitativa é pautada em explicações matemáticas e modelos estatísticos, enquanto a natureza qualitativa tem enfoque nas interpretações das realidades sociais e com isso preocupa-se em analisar casos concretos em suas particularidades locais e temporais, embasando-se das expressões e atividades das pessoas em seus contextos de vida. (Bauer et al (2008) apud Freitas et al 2019, p.416-417).

Na visão de Freitas (2019, p.419), “a abordagem quantitativa aceita que a melhor possibilidade explicativa científica é aquela que não se interessa pelo singular, o individual, o diferenciado, ou seja, o pessoal. Nesta abordagem, o interesse é no coletivo, naquilo que pode ser predominante como característica do grupo”.

Sob a ótica de Freitas et al (2019, p. 420):

Positivamente, a pesquisa quantitativa contribui importantemente para o entendimento da presença e/ou influência de características isoladas e/ou associadas, que podem embasar ações para seu enfrentamento prioritário, como ocorre de maneira recorrente no embasamento, planejamento, execução e avaliação das políticas públicas (Freitas et al. 2019, p.420).

Com isso, na pesquisa quantitativa ocorre a capacidade de generalização, sendo o acontecido na amostra assumido para um número maior de representação, que não precisa ter sido estudada integralmente, assim facilitando a obtenção de conjecturas e hipóteses de representação de informações.

Segundo Bauer (2008) apud Freitas et al (2019, p. 421):

As abordagens qualitativas de pesquisa focam sua atenção na indução, nos mecanismos subjacentes aos comportamentos e as interpretações destes pelos próprios sujeitos, valorizando a diversidade, donde esses estudos com essa abordagem objetivam o aprofundamento da compreensão de um fenômeno social por meio de entrevistas em profundidade e análises qualitativas da consciência articulada das pessoas envolvidas no fenômeno. Assim nessa perspectiva, a pesquisa qualitativa permite dar voz às pessoas, em vez de tratá-las como objetos que podem ser ajuntados entre iguais e/ou de tratar as pessoas de forma generalizada (Bauer (2008) apud Freitas et al 2019, p. 421).

Na perspectiva de Jones (2007) apud Freitas et al (2019, p.426): “é importante considerar que a pesquisa qualitativa costuma ser caracterizada por uma abordagem de pesquisa peculiar, pois respeita e valoriza a subjetividade, como fonte de informação válida. A pesquisa qualitativa enfatiza a essência do fenômeno e a visão de mundo das pessoas varia de acordo a percepção de cada um, sendo bastante subjetiva”.

Considerando todos esses aspectos citados, referentes as pesquisas quantitativas e qualitativas, e fazendo a análise do objeto de pesquisa deste trabalho que é o estudo do uso de objetos concretos e manipuláveis no ensino de matemática na Educação Básica com base no banco de Teses e Dissertações da CAPES, optou-se por uma pesquisa quanti-qualitativa por permitir envolver generalizações de algumas informações presentes nas dissertações, permitir extrapolar suas informações para um público maior no intuito de identificar tendências, convergências, singularidades e lacunas, além de permitir considerar as dificuldades levantadas, as perspectivas tanto dos professores e dos alunos, a influência do público alvo e do contexto social, apontadas pelos diversos autores das dissertações do banco de dados.

2.2 Uso de objetos concretos e manipuláveis no ensino

Segundo Gervazio (2017, p.45), “envolver os alunos com materiais concretos e manipulativos, com o intuito de promover uma familiarização com o universo matemático, deve ser um método indispensável para a educação”.

Na perspectiva de Vale e Barbosa (2014, p.06):

Partindo da ideia de que um material didático é todo aquele utilizado para promover o ensino e a aprendizagem, especialmente em matemática, considera-se material manipulável todo material concreto, educacional ou do dia a dia, que represente uma ideia matemática. Durante uma situação de aprendizagem, esse material deve apelar aos sentidos e se caracterizar pelo envolvimento ativo dos alunos. (Vale e Barbosa, 2014, p.06)

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998, p.57) tem-se que: “os recursos didáticos como livros, vídeos, televisão, rádio, calculadoras, computadores, jogos e outros materiais têm um papel importante no processo de ensino e aprendizagem. Contudo, eles precisam estar integrados a situações que levem ao exercício da análise e da reflexão”.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais- PCN (BRASIL, 1998, p.126) tem-se que:

As atividades de Geometria são muito propícias para que o professor construa junto com seus alunos um caminho que a partir de experiências concretas leve-os a compreender a importância e a necessidade da prova para legitimar as hipóteses

levantadas. Para delinear esse caminho, não se deve esquecer a articulação apropriada entre os três domínios: o espaço físico, as figuras geométricas e as representações gráficas (PCN, 1998, p.126).

Com isso, quando os professores de matemática utilizam materiais concretos e manipulativos em suas aulas, proporcionam ao aluno um contato físico e sensorial que pode ajudá-los por meio da experimentação, a ter uma noção mais lógica e dedutiva de onde vem as fórmulas e seus significados dentro da disciplina de matemática.

Na perspectiva de Gervazio (2017, p.45), trabalhar com materiais concretos e manipulativos para o ensino pode proporcionar, através de atividades lúdicas, um atrativo para os alunos e um melhor aprendizado dos conteúdos da disciplina de matemática. Com isso, o professor precisa transformar suas aulas tradicionais em aulas dinâmicas, inovadoras e criativas, tornando os experimentos indispensáveis na aplicação desse novo modelo de ensino.

Sob a ótica de Rodrigues e Gazire (2012, p.192-193):

Aluno não aprende matemática apenas manipulando objetos, isto é, os conceitos matemáticos não residem somente no material, ou na simples ação sobre ele. É preciso, então, que haja uma atividade mental por parte do aluno mediado pelo professor, permeada de reflexões sobre a ação manipulativa, que deve permitir ao aluno o reconhecimento de relações que o levem a pensar, analisar e agir (Rodrigues e Gazire 2012, p.192-193).

Assim, a eficácia do material didático, concreto e manipulável, depende da maneira como o professor o utiliza ao conduzir uma atividade de ensino de matemática, do que simplesmente de seu uso sem um planejamento adequado.

Em conformidade com o autor Vale e Barbosa (2014, p. 07):

As capacidades dos professores para utilizarem uma abordagem didática com materiais manipuláveis são fundamentais para o sucesso de uma nova visão do ensino e aprendizagem da matemática. Isso implica repensar as aulas, as disciplinas de didática e as práticas de ensino nos currículos de formação de professores. A investigação deve estar assim direcionada para proporcionar os conhecimentos necessários aos professores que lhes permitam colocar em prática essas recomendações (Vale e Barbosa, 2014, p. 07).

Segundo Rodrigues e Gazire (2012, p.195), os cursos de formação de professores de Matemática devem proporcionar, por meio do laboratório didático, a instrumentalização necessária tanto para a formação inicial quanto para a continuada dos docentes. Isso permitirá que eles aprendam a criar e utilizar diversos materiais didáticos, concretos e manipuláveis, que serão empregados em suas práticas de ensino na Educação Básica.

Na visão de Gervazio (2017, p.47):

É importante que as escolas, sejam elas públicas ou privadas, adotem a prática de ensino com uso de objetos concretos e manipuláveis, pois fica visível a eficácia dos experimentos matemáticos no ambiente de ensino aprendizagem, pois quando são aplicados de maneira coerente, pode se transformar em um subsídio para a concretização da matemática como uma ciência prática e indutiva (Gervazio. 2017, p. 47).

Na Base Nacional Comum Curricular- BNCC (BRASIL, 2017, p.267) tem-se como habilidades da Matemática para o Ensino Fundamental: “Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho”.

Com isso, o conhecimento matemático deve ser apresentado aos alunos como historicamente construído e em permanente evolução. O contexto histórico possibilita ver a Matemática em sua prática filosófica, científica e social e contribui para a compreensão do lugar que ela tem na sociedade.

Na perspectiva de Weiss (2006) apud Vale e Barbosa (2014, p. 07):

Há autores que defendem a utilização de materiais manipuláveis por considerarem que, através da experimentação com diferentes materiais, os alunos têm oportunidade de verificar intuitivamente como é que as coisas funcionam, o que contribui para a fluência e flexibilidade no raciocínio. Sobretudo os estudantes mais jovens precisam que lhes sejam dadas várias oportunidades para trabalhar os conceitos do mundo físico antes de trabalharem com imagens e outras representações, pois somente após esse trabalho estarão prontos para trabalhar no mundo abstrato dos símbolos (Vale e Barbosa 2014, p. 07 apud Weiss 2006).

Sob a ótica de Sarmiento (2010) apud Gervazio (2017, p.46), pode-se afirmar que o manuseio de materiais concretos oferece aos alunos, por um lado, experiências físicas, pois eles têm contato direto com os materiais, realizando medições, descrições ou comparações com outros de mesma natureza. Por outro lado, também proporciona experiências lógicas através das diferentes formas de representação, permitindo abstrações empíricas e reflexivas que podem evoluir para generalizações mais complexas.

Na BNCC (BRASIL, 2017, p.267) tem-se como habilidades da Matemática para o Ensino Fundamental: “Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes”.

Segundo Passos (2006) apud Rodrigues e Gazire (2012, p.193), os materiais didáticos em uma aula de Matemática, na maioria das vezes, têm um objetivo funcional, pois são utilizados como suporte experimental na organização do processo de ensino-aprendizagem. Entretanto, o verdadeiro objetivo desse material didático é servir de mediador na construção do conhecimento, facilitando a relação entre professor, conhecimento e aluno.

Na visão de Passos (2006) apud Rodrigues e Gazire (2012, p.192):

Qualquer material pode servir para apresentar situações nas quais os alunos enfrentam relações entre objetos que poderão fazê-los refletir, conjecturar, formular soluções, fazer novas perguntas, descobrir estruturas. Entretanto, os conceitos matemáticos que eles devem construir, com a ajuda do professor, não estão em nenhum dos materiais de forma a ser abstraídos deles empiricamente. Os conceitos serão formados pela ação interiorizada do aluno, pelo significado que dão às ações, às formulações que enunciam, às verificações que realizam (Passos (2006) apud Rodrigues e Gazire 2012, p.192).

Assim, para aprender matemática, é necessário combinar ação, reflexão e a capacidade de relacionar ambas. A matemática geralmente começa com uma ação sobre os objetos, mas não se limita a isso. Um material manipulável, por si só, não contém ou gera matemática. É importante lembrar que os conceitos matemáticos são abstratos e qualquer modelo que os represente possui suas limitações. O modelo apenas oferece um contexto favorável para a compreensão dos conceitos matemáticos abordados.

Na perspectiva de Vergnaud (1990) apud Baldissera (2008, p.2-3):

Um dos maiores problemas na educação decorre do fato que muitos professores consideram os conceitos matemáticos como objetos prontos, não percebendo que estes conceitos devem ser construídos pelos alunos, de alguma maneira os alunos devem vivenciar as mesmas dificuldades conceituais e superar os mesmos obstáculos epistemológicos encontrados pelos matemáticos, solucionando problemas, discutindo conjecturas e métodos, tornando-se conscientes de suas concepções e dificuldades, os alunos sofrem importantes mudanças em suas ideias (Vergnaud, 1990 apud Baldissera, 2008, p.2-3.).

Com isso, os materiais didáticos concretos e manipuláveis podem influenciar o processo de aprendizagem dos alunos, desde que o professor realize, primeiramente, uma prática reflexiva para utilizá-los corretamente. Isso torna a aprendizagem dos alunos mais significativa e investigativa.

Na BNCC (BRASIL, 2017, p.531) tem-se como habilidades da área de Matemática e suas tecnologias no Ensino Médio: “Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas”.

Na BNCC (BRASIL, 2017, p.531) tem-se como habilidade da área de Matemática e suas tecnologias no Ensino Médio: “Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas”.

Assim, tais diretrizes no currículo escolar vão no sentido de que aulas com uso de objetos concretos e manipulativos são essenciais para promover a interação entre os alunos e estimulá-los a trabalharem em equipe, com isso podem ajudar no desenvolvimento do senso crítico e dedutivo, próprios das habilidades e competências esperadas no currículo escolar da disciplina de Matemática.

3. DESENVOLVIMENTO

3.1 Fase de coleta de dados para a pesquisa

Figura 01: Identificação dos estudos via base de dados: Banco de Teses e Dissertações da CAPES. Fonte: o autor

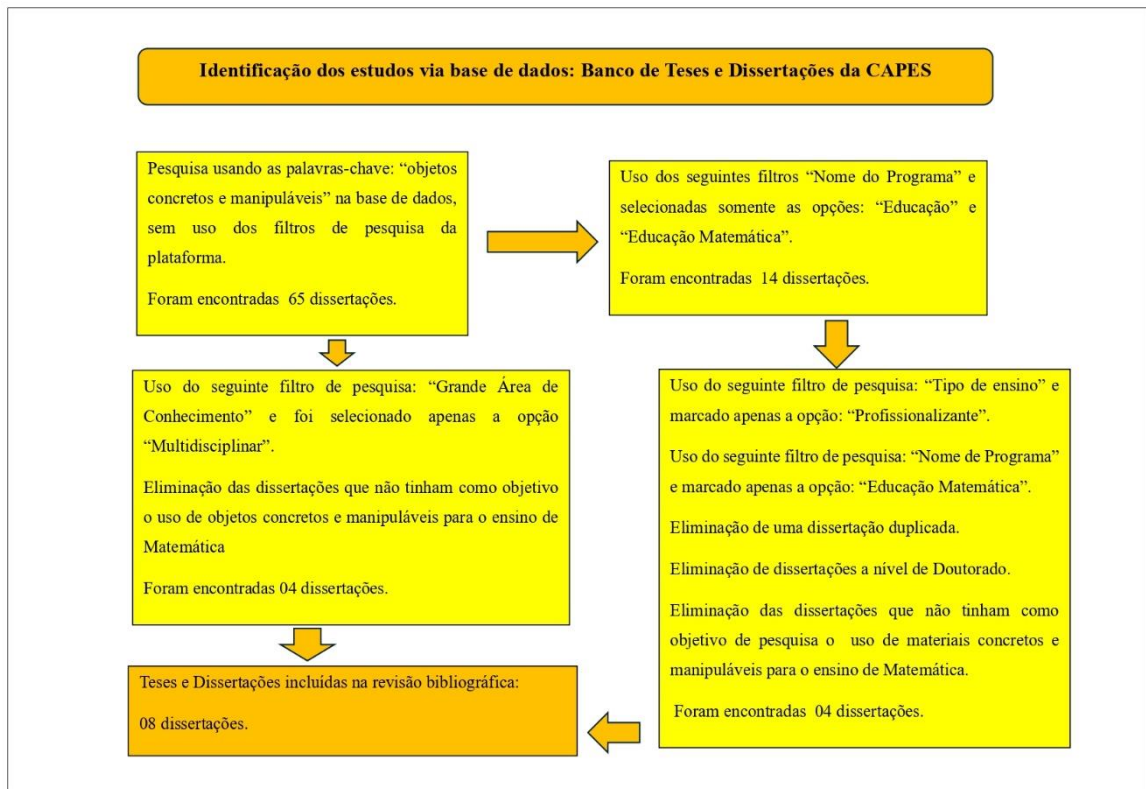


Tabela 01: Teses e Dissertações incluídas na revisão. Fonte: o autor

Títulos das Teses e Dissertações	Autor (a)	Ano
O uso de materiais concretos como recurso à visualização, manipulação e construção de conceitos de sólidos geométricos	Silvia Barbora da Silva	2023
Um olhar para as questões de geometria plana da OBMEP dos níveis 1 e 2 com o uso de materiais concretos manipuláveis: o que fazer para levar os problemas para a realidade dos alunos da rede pública de ensino	Gilson Lopes da Silva	2022
A relação de Euler para poliedros	Odilon Júlio dos Santos	2014
Hometetia e semelhança de triângulos: uma proposta de ensino utilizando materiais concretos e manipuláveis	Edson Soares Filho	2014
Ensino de Geometria Espacial com Utilização de Vídeos e Manipulação de Materiais Concretos–Um Estudo no Ensino Médio	Ricardo Ferreira Paraizo	2012
Uma experiência de introdução do raciocínio combinatório com alunos do primeiro ciclo do ensino fundamental:(7-8 anos)	Celso Pedrosa Filho	2008
Uma sequência de ensino para o estudo das propriedades dos polígonos via pavimentação	Amarildo Aparecido Santos	2007
Concepção de uma sequência de ensino para o estudo da semelhança: do empírico ao dedutivo	Silviane Rigolon Luis	2006

Ressalva-se que algumas das Dissertações e Teses da plataforma CAPES, apareciam a mensagem: “trabalho anterior a plataforma Sucupira” por esse motivo o arquivo, nem sequer o resumo, foram disponibilizados, sendo necessário fazer a consulta destas no banco de dados BDTD, Banco Digital Brasileira de Teses e Dissertações, para a leitura das referidas dissertações.

3.2 Sistematização dos dados obtidos

Após a fase de coleta de dados, foram sistematizados os dados obtidos, donde buscou-se construir um panorama das informações coletas, para a identificação das tendências e as lacunas das pesquisas no uso de objetos concretos e manipuláveis no ensino de matemática, além disso buscou-se também identificar os desafios mais citados nos trabalhos pesquisados, no intuito de tentar construir uma visão sólida no ensino de matemática com uso de objetos concretos e manipuláveis. Os dados estão representados nos Quadros 01 a 08 a seguir:

Quadro 1: Dissertação: O uso de materiais concretos como recurso à visualização, manipulação e construção de conceitos de sólidos geométricos da autora Silvia Barbosa da Silva

Dissertação	O uso de materiais concretos como recurso à visualização, manipulação e construção de conceitos de sólidos geométricos
Autor	Silvia Barbora da Silva
Área/ Nível de Ensino da Pesquisa	Matemática / Mestrado PROFMAT
Instituição	Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
Ano de Publicação	2023
Resumo	No contexto do cenário educacional, a pandemia da COVID-19 representou um desafio sem precedentes. Além das dificuldades preexistentes no ensino, essa crise de saúde global agravou ainda mais a defasagem nos conteúdos matemáticos, em especial aqueles relacionados à Geometria. O distanciamento social, a transição para o ensino remoto e a falta de contato direto entre alunos e professores contribuíram para essa lacuna. Percebe-se que a Geometria, uma disciplina que já apresentava obstáculos significativos para muitos estudantes, tornou-se ainda mais desafiadora durante esse período de

	ensino remoto, e tais dificuldades perduram no contexto pós pandêmico. Sendo assim, o objetivo principal desta pesquisa foi analisar o processo de ensino-aprendizagem de uma turma do terceiro ano do Ensino Médio em atividades envolvendo a construção e o estudo de elementos de sólidos geométricos. A metodologia adotada foi uma pesquisa-ação com abordagem qualitativa, envolvendo 17 alunos do terceiro ano do Ensino Médio Regular, do turno noturno, de uma escola estadual do Município de Angra dos Reis, RJ, em maio de 2023. O uso de materiais concretos desempenhou um papel fundamental nesse processo, fornecendo uma experiência tátil e visual que contribuiu para uma aprendizagem mais significativa. Nesta pesquisa, houve uma melhora na compreensão de conceitos geométricos espaciais pela maioria dos participantes. Desta forma, este trabalho apresentou uma contribuição para o desenvolvimento de estratégias de ensino que possam ser aplicadas de forma mais ampla, proporcionando uma educação matemática mais eficaz e acessível a todos, independentemente das circunstâncias.
Palavras- chave	Materiais Concretos; Sólidos Geométricos; Ensino de Matemática; COVID-19.
Objetivos da Pesquisa	No decorrer da pesquisa, foi desenvolvida uma sequência didática com um conjunto de três atividades, com o propósito de oferecer um ensino focado em Geometria, com ênfase na Geometria Espacial e na abordagem da Relação de Euler, empregando materiais manipuláveis.
Público-alvo	Alunos do 3º ano do Ensino Médio regular, no período noturno, em uma escola estadual localizada no município de Angra dos Reis- RJ. Participaram dessa pesquisa um total de 17 alunos de uma turma de 49 alunos, sendo 36 frequentes, por problemas de alta evasão escolar do período pós pandemia de COVID-19. Foram considerados apenas os 17 alunos que entregaram os termos de assentimento e consentimento livre e esclarecido.
Metodologia utilizada:	Inicialmente a pesquisa foi voltada para a identificação de materiais concretos que se mostrassem mais apropriados para o estudo de sólidos

	geométricos por meio de construções práticas, garantindo, assim, a facilidade de manipulação e montagem por parte dos alunos. Em seguida, a pesquisa evoluiu para uma abordagem de pesquisa-ação com abordagem qualitativa. Na primeira atividade foram aplicados dois questionários: um questionário inicial de acolhimento (Nesse questionário, os alunos responderam a questões que abordaram suas rotinas de estudo, os meios que utilizaram para realizar atividades escolares remotamente e as dificuldades enfrentadas durante esse período. Também foram convidados a compartilhar suas dificuldades e motivações em relação ao estudo da Matemática, suas expectativas em relação à escola e se já haviam participado de atividades que envolviam materiais concretos durante as aulas de Matemática). E um questionário de verificação inicial de aprendizagem, com o objetivo de avaliar o conhecimento prévio dos alunos, este questionário teve como objetivo principal avaliar o conhecimento prévio dos alunos em relação à Geometria Plana e Espacial, abrangendo a diferenciação entre ambas, a nomenclatura das figuras e seus elementos. Vale ressaltar que nesses questionários os alunos não realizaram consulta a qualquer material didático e instrumentos eletrônicos, como celulares e calculadoras. Na segunda parte, foi realizado um resumo dos conceitos relacionados aos sólidos geométricos, abordando tópicos como a distinção entre figuras planas e espaciais, sólidos convexos e não-convexos, a diferenciação entre prismas, pirâmides e corpos redondos, bem como os elementos dos poliedros, entre outros. Após o resumo, foram apresentados aos alunos sólidos geométricos construídos em Origami e modelos em acrílico, com o intuito de destacar seus elementos e reforçar os conceitos revisados. Posteriormente, foram exploradas as representações planificadas desses sólidos e os alunos foram desafiados a relacionar cada planificação aos sólidos apresentados. Finalizando, com os alunos organizados em grupos de até cinco membros, montando os sólidos com base em suas planificações, seguido por uma ficha de atividades para reforçar os conceitos. Na terceira parte foi apresentado aos alunos os poliedros de Platão feitos
--	--

	em Origami, juntamente com o passo a passo para a montagem realizado pela professora diante dos alunos. Cada dobra foi realizada pelos alunos sob a orientação da professora, seguida por uma atividade de consolidação dos conceitos. A quarta parte foi dividida em dois momentos: No primeiro, com o auxílio dos sólidos previamente montados em Origami na aula anterior, os alunos construíram os mesmos sólidos utilizando palitos de dentes e jujubas, desta vez sem a intervenção direta da professora. Em seguida, realizaram uma atividade adicional para reforçar os conceitos. No segundo momento, os alunos responderam aos questionários de satisfação e de verificação final da aprendizagem. Todas as fases de construção de sólidos geométricos eram acompanhadas de questionários com questões de Geometria Espacial referentes a cada fase.
Materiais concretos e manipuláveis utilizados	Inicialmente utilizou-se sólidos geométricos em acrílico do acervo da escola e Origamis prontos construídos pela professora. Posteriormente, houve a construção pelos alunos dos seguintes sólidos geométricos em Origami: cubo, paralelepípedo retângulo, tetraedro, pirâmide de base quadrada, tronco de pirâmide de base quadrada, prisma de base triangular, prisma de base pentagonal. Construção de alguns sólidos de Platão com uso de palitos de dente e jujubas.
Dificuldades apontadas pela autora	Consoante a autora, dos 17 alunos que participaram das atividades de montagem de sólidos geométricos por Origami, dois apresentaram maiores dificuldades na fase de montagem do hexaedro regular (cubo). Na atividade de construção do tetraedro regular, os alunos enfrentaram dificuldades principalmente no último passo, sendo necessária a intervenção da professora para assegurar o encaixe correto das peças. Na construção do octaedro regular, os alunos não encontraram grandes desafios e conseguiram concluí-lo em menos tempo, embora a professora tenha precisado intervir na etapa de encaixe para auxiliar alguns alunos. As construções do dodecaedro e do icosaedro regulares não foram realizadas em sala de aula devido à complexidade das dobras e ao tempo necessário para completá-las. A professora trouxe exemplares desses sólidos para a aula, permitindo que os alunos os

	observassem, evitando frustrações. Na atividade de montar os sólidos de Platão com palitos de dente e jujubas, visualizando os feitos em Origami, apenas o icosaedro não foi montado devido à instabilidade do sólido com a quantidade de palitos e jujubas necessários. O hexaedro, o tetraedro e o octaedro regulares foram montados individualmente, enquanto o dodecaedro regular foi montado em grupo e exigiu mais atenção devido à quantidade de jujubas e palitos necessários. Cada grupo montou um dodecaedro, e a professora interveio para ajudar um grupo que teve maiores dificuldades.
Principais resultados obtidos	Na visão da autora, no questionário, foi perguntado aos alunos se eles já haviam participado de alguma aula ou atividade antes dessa pesquisa que utilizasse materiais concretos para facilitar a explicação ou a resolução de problemas matemáticos. Essa questão oferecia duas alternativas de respostas: “sim” e “não”. Apenas um aluno respondeu “sim”, o que nos leva à questão seguinte do questionário. Caso o aluno tenha respondido "sim", foi pedido que descrevesse a atividade realizada. O aluno respondeu que assistiu a um vídeo com a irmã que mostrava o uso de material concreto. É perceptível, com base na resposta do aluno, que a abordagem anterior não se baseou especificamente na utilização de materiais concretos durante as atividades, mas sim na exposição de vídeos que apresentavam esses materiais. Essa constatação levanta questões importantes sobre a eficácia dessa metodologia, embora os recursos visuais, como vídeos, possam ser ferramentas úteis para introduzir conceitos matemáticos, eles podem não proporcionar a mesma experiência prática que a manipulação direta de materiais concretos oferece. É fundamental reconhecer que a aprendizagem eficaz em matemática, especialmente na Geometria, muitas vezes requer não apenas a observação passiva, mas também a exploração ativa e a construção de conhecimento por meio da interação direta com objetos e materiais. As respostas dos alunos aos questionários inicial e final elucidam a conexão entre a visualização e a representação. Assim, torna-se imprescindível adotar abordagens pedagógicas que promovam uma visualização mais

dinâmica e abrangente dos conceitos geométricos, reconhecendo a importância da interação entre a capacidade de visualização e a qualidade das representações empregadas. Algumas respostas dos alunos evidenciaram a importância de trabalhar a visualização e a nomenclatura de figuras tridimensionais durante o processo de ensino-aprendizagem da geometria. Além disso, houve uma parcela significativa de alunos que enfrentaram dificuldades em distinguir entre figuras planas e espaciais. Essa observação levanta preocupações em relação à compreensão dos conceitos fundamentais da Geometria Espacial por parte desses alunos. A dificuldade em identificar se uma figura é plana ou espacial pode ser um reflexo da falta de exposição a esses conceitos ou da necessidade de uma abordagem mais prática e concreta no ensino da Geometria. Essa questão ressalta a importância de estratégias de ensino que envolvam materiais concretos e atividades práticas para ajudar os alunos a desenvolverem uma compreensão sólida da Geometria Espacial. Além disso, essa dificuldade inicial pode impactar negativamente o desempenho dos alunos em tópicos mais avançados de Geometria Espacial, tornando essencial abordar essa lacuna de conhecimento desde as bases. É comum que alguns estudantes, ao lidar com sólidos geométricos, encontrem dificuldades em enxergar todas as faces, vértices e arestas, especialmente se não tiverem tido experiências anteriores com a visualização de objetos tridimensionais. Isso pode ser resultado de uma falta de prática ou familiaridade com tais conceitos. Portanto, é importante oferecer atividades que ajudem os alunos a desenvolverem sua habilidade de visualização espacial, a fim de melhorar sua compreensão dos sólidos geométricos. Uma aluna relatou também que achou a atividade estressante. A autora pondera que as montagens dos sólidos durante as três sequências de atividades podem ter apresentado um desafio maior para algumas pessoas, gerando um certo nível de estresse entre esses alunos, sendo essa reação plenamente compreensível, especialmente para aqueles com coordenação motora limitada ou com menos prática, o que pode tornar a realização das tarefas mais desafiadora e,

	consequentemente, mais estressante. As impressões dos alunos em relação a essas atividades foram amplamente positivas. Eles destacaram a natureza dinâmica e interativa das atividades, que incentivou a colaboração e a proximidade com o professor. Os alunos observaram que a visualização direta dos sólidos tridimensionais em materiais concretos facilitou a compreensão dos conceitos geométricos, tornando-os mais acessíveis. Além disso, as atividades despertaram o interesse e a motivação dos alunos para o estudo da geometria, área que sofreu considerável perda de engajamento devido à ineficácia dos métodos de estudo durante o período de isolamento social, contribuindo, assim, para uma aprendizagem mais significativa.
Conclusões da autora	Na perspectiva da autora, é inegável que a utilização de materiais concretos nas atividades práticas representou uma estratégia eficaz no ensino de geometria espacial, especialmente no contexto de poliedros. As atividades proporcionaram uma compreensão mais profunda dos conceitos, auxiliando os alunos a visualizar e manipular as formas geométricas de maneira direta. A abordagem prática também incentivou a criatividade, o pensamento crítico e a resolução de problemas, competências essenciais no aprendizado não só para a Geometria Espacial, como para a Matemática em seu sentido mais amplo. Desta forma, o objetivo da pesquisa foi considerado cumprido. As atividades propostas na sequência didática tiveram o propósito de contribuir para uma experiência de aprendizado mais significativa, que vai além dos métodos tradicionais de ensino. Os benefícios decorrentes dessa sequência são numerosos e incluem não apenas o aprofundamento no entendimento da Geometria Espacial, mas também o desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas, pensamento crítico, criatividade e até mesmo o desenvolvimento e aprimoramento das habilidades motoras dos alunos. Portanto, essa sequência didática visou enriquecer o processo de ensino e aprendizagem, tornando-o mais envolvente e eficaz para os alunos. Além disso, o uso de materiais concretos desempenhou um papel fundamental no processo de ensino-aprendizagem, fornecendo uma

	experiência tátil e visual que contribuiu para uma aprendizagem mais significativa. Este estudo ofereceu uma contribuição significativa para o ensino da Geometria Espacial, fornecendo uma sequência didática que pode ser adotada por professores como uma ferramenta pedagógica eficaz. A utilização de materiais concretos nas atividades pode ser vista como uma estratégia valiosa para tornar a Geometria Espacial mais acessível, atraente e eficaz, proporcionando uma base sólida para o desenvolvimento de habilidades matemáticas e uma apreciação mais profunda da Geometria tridimensional. De maneira abrangente, a importância de repensar as abordagens pedagógicas e explorar novos métodos que tornem o ensino da Geometria Espacial mais prático e envolvente deve ser ressaltada. Por meio do uso criativo de materiais concretos, pode-se estimular o interesse dos alunos, promover uma compreensão mais profunda e, em última análise, capacitar os alunos a se tornarem aprendizes autônomos e críticos no campo da Matemática.
--	---

Quadro 2: Dissertação: Um olhar para as questões de Geometria Plana da OBMEP dos níveis 1 e 2 com o uso de materiais concretos manipuláveis: o que fazer para levar os problemas para a realidade dos alunos da rede pública de ensino do autor Gilson Lopes da Silva

Dissertação	Um olhar para as questões de Geometria Plana da OBMEP dos níveis 1 e 2 com o uso de materiais concretos manipuláveis: o que fazer para levar os problemas para a realidade dos alunos da rede pública de ensino
Autor	Gilson Lopes da Silva
Área/ Nível de Ensino da Pesquisa	Matemática / Mestrado PROFMAT
Instituição	Universidade do Estado do Rio de Janeiro
Ano de Publicação	2022
Resumo	A OBMEP tem se caracterizado desde 2005 como o referencial de performance a ser atingido por parte de todos os alunos a partir da

		quinta série do ensino fundamental até o terceiro ano do ensino médio. A grande dificuldade apresentada normalmente pelos alunos frente ao desafio contido na avaliação serviu de inspiração para a presente pesquisa. Enquanto o exame da OBMEP exige do aluno a habilidade de percepção de padrões como a simetria em detrimento de formalizações, as escolas ainda primam essencialmente pelo ensino tradicional focado unicamente nas abordagens formais dos conceitos geométricos. Esta pesquisa teve o propósito de buscar desenvolver, sob o norte da metodologia de pesquisa educacional de desenvolvimento, estratégias notadamente práticas de ensino à luz do construtivismo com materiais concretos e manipuláveis oriundos de reciclagem, a fim de perseguir uma resposta acerca da viabilidade de se trabalhar de forma lúdica os preceitos geométricos indispensáveis aos exames dos níveis 1 e 2 da OBMEP com os alunos de escolas públicas em um ambiente de intensa cooperação. A utilização de materiais didáticos consagrados no ensino de matemática como o Tangam e o tabuleiro Geoplano, construídos com materiais descartados, contribuiu para as estratégias pedagógicas aqui abordadas. A construção de experimentos da Ótica, como a projeção de objetos em anteparos, ganhou, também, grande destaque no trabalho em virtude da possibilidade de construção de atividades que podem aguçar o interesse dos alunos em relação a eventos geométricos cobrados na OBMEP. Ao final, as estratégias elaboradas permitiram vislumbrar um horizonte bastante interessante para a utilização de materiais descartáveis em sala de aula com o propósito de preparar os alunos para os exames em pauta da OBMEP.
Palavras- chave		OBMEP. Simetria. Tangram. Tabuleiro Geoplano.
Objetivos da Pesquisa		Em conformidade com o autor, a necessidade de se buscar opções pedagógicas consagradas e de baixo custo para o ensino de Geometria Plana, permeada pelos ensinamentos imprescindíveis propiciados pela construção do saber geométrico a partir de materiais concretos e manipuláveis, com o propósito de preparar os alunos do Ensino Fundamental para os exames da OBMEP.

Público-alvo	A pesquisa teve por público-alvo os alunos do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental. Porém, vale ressaltar que não houve participação dos alunos durante as construções dos materiais concretos e nem em experiências na sala de aula na visualização dos resultados.
Metodologia utilizada:	Consoante ao autor, a metodologia foi investigativa inerente a pesquisa de desenvolvimento. Houve ampla pesquisa de referencial teórico do instrumento de avaliação OBMEP e dos materiais concretos Tangam e Geoplano. Construção de materiais concretos e manipuláveis feitos com materiais recicláveis. Correlação do material concreto construído com exemplos de questões das provas da OBMEP que poderiam ser exploradas, além de detalhar os conteúdos de Geometria que poderiam ser trabalhados e que estariam alinhados as competências e habilidades da BNCC. E demonstração das etapas de construção de algumas das figuras geométricas em plástico reciclável e do Geoplano em material reciclado de MDF, além da indicação de uso de materiais de papelaria como tinta guache, material dourado, tesoura, cola, dentre outros, ressaltando o baixo custo desses materiais.
Materiais concretos e manipuláveis utilizados	Triângulos equiláteros e Polígonos regulares construídos com plásticos de pastas de arquivo reaproveitadas. Tangam construído com plásticos recicláveis de cores diversas. Tabuleiro Geoplano construídos com MDF reciclado.
Dificuldades apontadas pelo autor	O autor não apontou as dificuldades que ele enfrentou durante as construções dos materiais, além disso não houve participação dos alunos da Educação Básica. O autor apresentou de forma expositiva os materiais concretos e manipuláveis construídos, por meio de fotografias tiradas por ele e figuras pesquisadas na internet. Em alguns materiais concretos houve demonstração do passo a passo da construção. O maior enfoque foi nos exemplos das questões da OBMEP e nos conteúdos de Geometria que poderiam ser exploradas com a metodologia de ensino de Geometria com uso de objetos concretos e manipuláveis.
Principais resultados obtidos	Na perspectiva do autor, a pesquisa revelou que materiais rústicos e altamente disponíveis, muitas vezes considerados ineficazes sob uma

		perspectiva conservadora de ensino, podem desempenhar um papel transformador em um processo de mediação bem planejado e sem pressa no ensino-aprendizagem. As atividades propostas tinham o objetivo de empoderar o aluno no processo de ensino, permitindo que ele construísse suas próprias ferramentas de ensino-aprendizagem.
Conclusões do autor		Na visão do autor, a percepção de que, quando o professor desenvolve um planejamento de aula baseado em uma pesquisa bibliográfica academicamente relevante, combinada com uma criatividade pulsante e uma perseverança resiliente, a utilização de materiais concretos em um ambiente de forte cooperação entre os alunos pode ser uma grande aliada. Isso é especialmente verdadeiro no que diz respeito a criar experiências lúdicas que tornam os conhecimentos geométricos mais acessíveis e interessantes para os alunos no Ensino Fundamental.

Quadro 3: Dissertação: A relação de Euler para poliedros do autor Odilon Júlio dos Santos

Dissertação	A relação de Euler para poliedros
Autor	Odilon Júlio dos Santos
Área/ Nível de Ensino da Pesquisa	Matemática / Mestrado PROFMAT
Instituição	Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Ano de Publicação	2014
Resumo	Neste trabalho, analisamos a Relação de Euler de uma maneira geral, utilizando, como meios de visualização, a manipulação de materiais concretos, a fim de que haja maior facilidade na percepção do conteúdo, expandindo a aprendizagem aos alunos de nível médio e até fundamental. O estudo faz uma introdução ao tema e leva o leitor a entender que a Relação de Euler, se apresentada de maneira inadequada, não é suficiente para determinar a existência de um poliedro. Pois, analisando alguns exemplos, o texto insere a ideia de dúvida, mostrando casos em que não é suficiente encaixar números que

	validem a Relação de Euler. A pesquisa destaca ainda um teorema, certamente desconhecido de muitos alunos e professores que pesquisam sobre os poliedros, apresentando algumas inequações muito simples, relacionando as quantidades de arestas, vértices e faces de qualquer poliedro convexo, as quais definem de forma precisa as condições suficientes e necessárias para que possamos constatar, sem a necessidade da visualização, a existência do sólido em tela. E para que possamos visualizar vários poliedros e facilitar a compreensão do que estamos expondo, utilizaremos o Geogebra, aplicativo de matemática dinâmica que combina conceitos de Geometria e Álgebra e pode ser encontrado por meio do link http://www.geogebra.org.
Palavras- chave	Ensino de matemática. Relação de Euler. Manipulação de materiais concretos. Poliedros convexos. Característica de Euler.
Objetivos da Pesquisa	Aprofundar os conhecimentos sobre a relação de Euler e sobre a definição de poliedros, realizar uma contextualização com aspectos da história da matemática sobre a construção desses conceitos, além de refletir sobre os seguintes questionamentos: “será que esta é a única relação encontrada entre os vértices, arestas e faces de um poliedro convexo?” E, “dado $V - A + F = 2$, existe o poliedro?”. Investigar quais as condições que os números de Vértices, Arestas e Faces devem respeitar, além da relação de Euler, para que se possa garantir a existência de um poliedro.
Público-alvo	Consoante ao autor, o público-alvo eram alunos do Ensino Fundamental e Ensino Médio. Porém não houve participação deles em partes experimentais. Assim, o trabalho foi direcionado para formação de professores de alunos da Educação Básica, com demonstrações de aspectos e propriedades de poliedros no intuito de formular conteúdos corretos em livros didáticos para uso no Ensino de Matemática na Educação Básica.
Metodologia utilizada:	Breve contextualização histórica da relação de Euler e as contribuições de diversos autores, suas semelhanças e singularidades, em diversos contextos da história da Matemática, ressaltando que não foi algo

	sequencial. Demonstração de uma metodologia de planificação do Poliedro cubo com uso de papel em E.V.A e alfinetes.
Materiais concretos e manipuláveis utilizados	Apenas ocorre o uso de um poliedro do tipo cubo em material acrílico, e uso de materiais de papelaria tais como: balão de borracha, alfinetes, tesoura, folha de E.V.A, caneta, entre outros, em uma única e simples demonstração de planificação dele, para visualizar as faces, arestas e vértices dele.
Dificuldades apontadas pelo autor	Na perspectiva do autor, ocorrem dificuldades em autores de livros didáticos e professores que ensinam matemática na Educação Básica em relação ao conhecimento das condições necessárias para se ter um poliedro e ao uso inequívoco da Relação de Euler nas aulas de Geometria Espacial. Assim, ele afirma que é necessário verificar se, além da Relação de Euler e das determinadas desigualdades entre os números de vértices, arestas e faces, existem outros requisitos que precisam ser atendidos para realmente termos as condições necessárias para se ter um poliedro
Principais resultados obtidos	Por meio de uma demonstração intuitiva e repleta de exemplos, o autor afirma que em todo poliedro, são necessárias as desigualdades: $3F \leq 2A$ e $3V \leq 2A$, além da relação de Euler. Ao final, o autor generaliza para outros casos, faz uma análise para família de poliedros primitivos, e após amplas demonstrações, sempre se respaldando em referenciais teóricos e teoremas, ele afirma que a equação $(V, A, F) = (V', A', F') + x(1, 3, 2) + y(2, 3, 1)$ possui soluções inteiras não negativas se, e somente se, V, A e F satisfizerem as condições (a),(b) e (c) do Teorema 3.4.1. Teorema 3.4.1. Existe um poliedro convexo com V vértices, A arestas, e F faces se, e somente se, são satisfeitas as seguintes condições: (a) $V - A + F = 2$; (b) $A + 6 \leq 3F \leq 2A$; (c) $A + 6 \leq 3V \leq 2A$. Com isso o autor afirma serem estas as condições necessárias para a existência de poliedros, com base nos números de faces, arestas e vértices.
Conclusões do autor	Após a contextualização histórica, seguida da demonstração da relação de Euler, o autor ressalta que existem vários livros com demonstrações distintas da relação de Euler. Além disso, ele destaca que se tem vários exemplos numéricos que respeitam a equação $V - A + F = 2$, mas não

	representam um poliedro. Além disso, segundo o autor existem informações em livros didáticos da Educação Básica em que colocam números aleatórios sem atentar que eles não formam poliedros e só atendem a equação.
--	---

Quadro 4: Dissertação: Hometetia e semelhança de triângulos: uma proposta de ensino utilizando materiais concretos e manipuláveis do autor Edson Soares Filho

Dissertação	Hometetia e semelhança de triângulos: uma proposta de ensino utilizando materiais concretos e manipuláveis
Autor	Edson Soares Filho
Área/ Nível de Ensino da Pesquisa	Matemática / Mestrado Profissional em Matemática
Instituição	Universidade Federal do Amazonas
Ano de Publicação	2014
Resumo	Este trabalho foi motivado pela nossa inquietação como professor-educador, quanto às dificuldades enfrentadas pelos alunos do nono ano do Ensino Fundamental na compreensão do conceito de semelhança de triângulos, bem como à sua aplicação em situações-problema encontradas no cotidiano. Como fundamentação teórica, recorreremos à História da Geometria, aos teóricos que estudaram as dificuldades no processo de ensino-aprendizagem da matemática, as orientações pedagógicas dos Parâmetros Curriculares Nacionais e um estudo das Transformações Geométricas, que preservam as distâncias (isometrias) e as que não preservam as distâncias, mas preservam os ângulos (homotetias). A metodologia utilizada foi a pesquisa-ação, que nasce da necessidade de aproximação entre a teoria e a prática e se caracteriza pela intervenção no decorrer do processo. Esta pesquisa foi realizada em duas turmas de uma Escola Estadual, que nos revelou alguns fatores que interferem na construção do conceito de semelhança de triângulos. Para validar nossas hipóteses, desenvolvemos dois modelos diferentes de ministrar o mesmo conteúdo: Um deles

	introduzindo o conceito de Homotetia e o outro apenas o de semelhança de triângulos, acompanhado de atividades em equipe e individual. Uma das hipóteses está associada à prática docente, que depende dos saberes científicos, dos saberes docentes e dos recursos didáticos utilizados. Como intervenção didática, sugerimos algumas atividades com materiais concretos e manipuláveis que contribuem para a construção do conceito de semelhança de triângulos.
Palavras- chave	Homotetia, Semelhança de triângulos, Materiais concretos, Ensino - aprendizagem.
Objetivos da Pesquisa	Investigar os fatores que interferem na compreensão do conceito de semelhança de triângulos e sua aplicação em problemas do cotidiano.
Público-alvo:	Alunos de 2 turmas do 9º ano do Ensino Fundamental no turno Matutino, em uma escola da rede estadual de ensino do Amazonas.
Metodologia utilizada:	A metodologia empregada no trabalho foi a pesquisa-ação, pois tratou-se de uma pesquisa de base empírica e social, que consiste na descrição, observação e ação de situações reais. Na turma do 9º ano A, houve uma sequência didática, na primeira parte ocorreu a explicação do conteúdo, de forma expositiva dialogada, seguida de aplicação de listas de exercícios em dupla com mediação do professor, e depois a aplicação de uma avaliação escrita individual. E na turma do 9º ano B, o professor apresentou o conceito de homotetia, semelhança de figuras, semelhança de triângulos e os critérios de semelhança de triângulos. E resolução de dois exercícios, e na segunda parte os alunos realizaram 7 atividades práticas: explorando o material concreto e fazendo a interdisciplinaridade com os componentes curriculares Artes e Física, destacando a relação entre a homotetia e a semelhança de figuras, em particular a semelhança de triângulos, tendo as seguintes atividades práticas com uso de materiais concretos e manipuláveis: Uso de uma Fotografia, com o prédio da escola e de uma aluna da turma próxima a ele, comparação com a altura real da aluna para estimar a altura do prédio, para trabalhar o conceito de Homotetia da Geometria. Uso de uma Lua em esfera de isopor e uma caixa retangular com 5 faces opacas e uma face com papel impermeável com orifício para estimar o

	tamanho da esfera de isopor, para exploração de propriedades de semelhança de triângulos homotéticos e de outras propriedades de semelhanças na Geometria. Uso de uma aranha confeccionada com papel cartão, um anteparo e uma fita métrica, para calcular o tamanho da aranha, a partir das distâncias da lanterna até a aranha, da aranha até o anteparo e o tamanho da sombra da aranha no anteparo, aplicando as propriedades dos triângulos homotéticos. Utilizando folhas de isopor como tela, tinta para isopor, régua, compasso, estilete, lápis e muita criatividade, os alunos criaram figuras homotéticas diversas. Criação de esculturas de arame, sendo nesta atividade o material utilizado foi arame fino e flexível, tinta para arame, alicate e uma folha de isopor. Após as atividades práticas, os alunos do 9º ano B realizaram, em duplas, uma atividade com a mediação do professor para tirar as dúvidas nas resoluções dos exercícios, e após em outra aula os alunos foram submetidos a uma avaliação individual sem consulta a qualquer tipo de material e/ou mediação do professor.
Materiais concretos e manipuláveis utilizados	Fotografias, caixa retangular em papel opaco, esfera de isopor, aranha confeccionada com papel cartão, lanterna, anteparo, fita métrica, folha de isopor, arame fino e flexível, régua tesoura, lápis, tinta guache, compasso.
Dificuldades apontadas pelo autor	Na perspectiva do autor, ao longo de dez anos, ministrando o componente curricular Matemática, na Educação Básica, identifica-se uma grande dificuldade dos alunos em assimilar a noção de semelhança de triângulos, bem como de compreender os critérios de semelhança e a aplicabilidade desse conhecimento matemático no seu cotidiano.
Principais resultados obtidos	Em conformidade com o autor, na turma do 9º ano A, durante a aula expositiva, com uso de data show, dos 26 alunos presentes, 11 alunos estavam dispersos e 15 atentos à explicação. No momento das resoluções dos exercícios, apenas 8 alunos estavam motivados a participar da resolução, dando respostas e fazendo perguntas. Na aplicação da lista de exercícios em duplas, sem o uso da metodologia ativa de materiais concretos e manipuláveis, analisando as 14 duplas

	presentes, obteve-se os seguintes resultados: quatro duplas responderam apenas o primeiro item, identificando a semelhança dos triângulos, mas não conseguindo identificar o caso de semelhança. Seis duplas responderam apenas os dois primeiros itens, sendo que, três duplas acertaram o primeiro item e somente três duplas acertaram os dois itens corretamente. Duas duplas responderam os três primeiros itens, sendo que acertaram apenas os dois primeiros itens. Duas duplas não conseguiram responder nenhum dos itens da atividade. Na aplicação da avaliação individual obteve-se os seguintes resultados: Dos 25 alunos presentes, 4 não conseguiram responder a avaliação, ou por falta de interesse ou por não terem assimilado o conteúdo. 4 conseguiram responder apenas o primeiro item de forma incompleta. 9 conseguiram responder os dois primeiros itens, acertando parcialmente. 6 conseguiram responder os três primeiros itens de forma incompleta. E, apenas 2 alunos responderam a avaliação integralmente, sendo que acertaram os dois primeiros itens, ao passo que os três últimos itens acertaram parcialmente. Na turma do 9º ano B, com a metodologia ativa de ensino com uso de materiais concretos e manipuláveis, houve o envolvimento de todos os alunos, e na aplicação da lista de exercícios em duplas, houve igual envolvimento e na tentativa de resolver os itens das atividades e quando não conseguiam, procuravam o professor para ajudá-los. Na avaliação individual, ao corrigir as avaliações dos 26 alunos, obteve-se os seguintes resultados: Dois alunos responderam somente os dois primeiros itens, sendo que no item 1, justificaram a semelhança dos trapézios com os cálculos das razões entre os lados homólogos, porém não mencionando a congruência dos ângulos correspondentes e no item 2, calcularam corretamente os valores de x e y, deixando os três últimos itens em branco. Oito alunos responderam a avaliação completa, acertando os dois primeiros itens. Nos demais itens não conseguiram aplicar a propriedade da semelhança adequadamente, uma vez que trocaram a ordem dos valores na proporção. Onze alunos responderam a avaliação completa, acertando os três primeiros itens.
--	--

	Quanto aos dois últimos itens, trocaram a ordem dos valores na proporção. Cinco alunos responderam a avaliação completa e desenvolveram as resoluções dos itens de forma semelhante à do aluno Rodrigo (Fictício). Destaca-se, a avaliação do aluno Rodrigo, que no primeiro item, identificou a semelhança dos trapézios através da proporcionalidade dos lados homólogos, faltando apenas mencionar a congruência dos ângulos correspondentes. No segundo item, o aluno Rodrigo, calculou corretamente o valor de x, aplicando a propriedade fundamental adequadamente. Já no cálculo do valor de y, aplicou a propriedade de forma incorreta. No terceiro item, o aluno Rodrigo classificou corretamente os casos de semelhança dos triângulos. No quarto item, o aluno Rodrigo aplicou corretamente a propriedade fundamental da semelhança dos triângulos e calculou a altura do pé de açazeiro. No quinto item, o aluno Rodrigo calculou corretamente o comprimento da casa na maquete, aplicando a propriedade fundamental da semelhança de triângulos.
Conclusões do autor	Na visão do autor, durante as atividades práticas os alunos que tinham mais afinidade com Artes desenvolveram as atividades relacionadas à pintura e o artesanato. Já os alunos que gostavam de Ciências foram trabalhar com a atividade que envolvia a aranha, e os que gostavam de fazer cálculos se envolveram com os demais temas. Constatou-se que as hipóteses estabelecidas a priori: sequência inadequada de conteúdos, linguagem exclusivamente formal, falta de recursos didáticos, falta de motivação e interesse e falta de atividades práticas, foram confirmadas através das observações e dos instrumentos de avaliação em duplas e individual dos alunos. Diante dessas análises, o autor conclui que a prática docente é fundamental para a eficácia do processo de ensino-aprendizagem, o professor planejando a sua aula, estabelecendo uma sequência lógica dos conceitos, exemplos, propriedades e atividades práticas que ajudem o aluno a construir o seu próprio saber matemático e propondo ao aluno situações-problema para que possa desenvolver suas habilidades, certamente vai obter resultados positivos. Diante dos resultados obtidos na investigação e

	confrontando com as hipóteses do problema, constatou-se que o professor precisa ser um professor-pesquisador da sua prática, pois assim, no decorrer do processo tem a oportunidade de intervir para a melhoria de sua aula. E o professor deve fazer um paralelo entre a linguagem formal e a coloquial, nas definições dos objetos matemáticos, facilitando a compreensão dos alunos.
--	---

Quadro 5: Dissertação: Ensino de Geometria Espacial com Utilização de Vídeos e Manipulação de Materiais concretos- Um Estudo no Ensino Médio do autor Ricardo Ferreira Paraízo

Dissertação	Ensino de Geometria Espacial com Utilização de Vídeos e Manipulação de Materiais Concretos–Um Estudo no Ensino Médio
Autor	Ricardo Ferreira Paraizo
Área/ Nível de Ensino da Pesquisa	Educação Matemática / Mestrado Profissional em Educação Matemática
Instituição	Universidade Federal de Juiz de Fora- MG
Ano de Publicação	2012
Resumo	Neste trabalho investigamos as possibilidades e limitações emergentes da utilização integrada de vídeos didáticos e da manipulação de materiais concretos no ensino de geometria no Ensino Médio. A pesquisa, conduzida segundo os critérios da grounded theory, foi realizada com doze participantes do terceiro ano de uma escola pública de Minas Gerais. A coleta e a análise dos dados tiveram como foco os conceitos de área de figuras planas e de volume de sólidos. O estudo descreve as percepções e concepções dos participantes em relação aos conceitos geométricos supra referidos e à abordagem metodológica utilizada, e sugere que o ludismo, a interação, a contextualização, a etimologia, a qualidade de imagem e som, a concisão e a clareza são os principais elementos a serem observados em vídeo produções com objetivos similares ao investigado. A pesquisa destaca ainda o papel significativo da manipulação de materiais concretos pelos

	participantes, assim como o papel mediador do professor, ao longo de todo o processo instrucional.
Palavras- chave	Educação Matemática, Vídeo educativo, Manipulação de Materiais concretos, Áreas de regiões planas, Volumes de sólidos geométricos.
Objetivos da Pesquisa	Investigar possibilidades e limitações emergentes da utilização de vídeos didáticos e da manipulação de materiais concretos no ensino de áreas de regiões planas/espaciais e de volumes de sólidos geométricos.
Público-alvo:	Alunos do 3º ano do Ensino Médio do Ensino Integral, em uma escola da rede estadual de ensino de Minas Gerais.
Metodologia utilizada:	Os tópicos geométricos abordados na pesquisa foram de Geometria Plana e de Geometria Espacial. Inicialmente, tratou-se do reconhecimento das regiões poligonais e de suas áreas. Na parte experimental foi dividida a execução da pesquisa em quatro fases, nas quais utilizou vídeos de Geometria Plana e Espacial e manipulação de materiais concretos em sala de aula. As fases de uso de material concreto e manipulável foram: Fase 1: Seleção do Material a ser utilizado. Fase 2: O professor organizou a turma de alunos em grupos e cada grupo fez as seguintes atividades: manipulação de material concreto sobre polígonos, manipulação de material concreto sobre áreas de figuras planas, manipulação de material concreto sobre área do círculo e comprimento da circunferência, manipulação de material concreto sobre prisma e cilindro, manipulação de material concreto sobre pirâmide e cone, manipulação de material concreto sobre esfera e manipulação de planificações de embalagens. Em outra fase ocorreram entrevistas individuais com os alunos para saber as suas percepções e concepções sobre os conteúdos das aulas. A sequência das atividades desenvolvidas nos encontros, em geral, foi: Exibição de vídeo; Questionário de avaliação desse vídeo; Desenvolvimento da manipulação, com a utilização de materiais concretos, tais como: recortes de figuras planas (triângulos, quadriláteros e círculo) e confecção de planificações de figuras espaciais, utilizando papel cartão, régua, tesoura etc. Discussão em sessões plenárias sobre essas manipulações seguidas de preenchimento de fichas avaliativas.

Materiais concretos e manipuláveis utilizados	Figuras geométricas utilizando papel cartão, régua e tesoura. As figuras recortadas foram: paralelogramos, triângulos, trapézios e círculo. Uso de tachinha, lápis, pedaço de barbante e papelão para se fazer um círculo. Uso de objetos com fundo circulares de diâmetros de tamanhos variados (vasilhas de plástico diversas). Uso de embalagens de sabonete e caixa de bombons. Uso de pote de embalagem de plástico para guardar bolachas no formato de um cilindro. Uso de embalagens piramidais e cônicas levadas pelos alunos, feitas em casa com papel, após assistirem vídeos com instruções de fazer, e durante a aula foi feita somente a planificação delas. Uso de frutas diversas como maracujás e laranjas para trabalhar os conceitos sobre esferas de raio, diâmetro, perímetro da circunferência e área do círculo.
Dificuldades apontadas pelo autor	Em conformidade com o autor, após os alunos assistirem ao vídeo "formas fazem formas", que tratou dos quadriláteros, e após manipularem materiais concretos e realizarem as discussões, várias concepções e associações permaneceram incorretas. Muitos alunos continuaram associando, por exemplo: quadrilátero a quadrado; paralelogramo a figuras com ângulos internos diferentes de 90° ; retângulo a figuras como uma tampa de caixa de sapato; losango a um pedaço de doce de leite com ângulos diferentes de 90° . A palavra "paralelogramo" assustou os alunos, pois, todas as vezes em que se perguntava sobre sua área, eles pareciam ficar perplexos, procurando uma resposta. Segundo o autor, na experiência de sala de aula, é muito comum acontecer de o aluno saber que, para calcular a área do triângulo, precisa-se da sua altura, mas, quando se pede o significado de altura, os alunos se confundem. Havia alguma incerteza a respeito do cálculo do volume da embalagem de sabonete, viu-se a necessidade de continuar a investigação nessa parte da Geometria Espacial. Foi mostrado, então, que o volume da embalagem prismática dependia da área da base e de algo mais. Os alunos foram chamados a pensar sobre o que era esse "algo mais", os alunos concebiam o conceito, mas tinham dificuldades em termos da percepção espacial das figuras representadas no plano. Para o cálculo sobre a estimativa do número

	de bombons que caberiam na caixa, eles utilizaram uma calculadora; e, depois de várias tentativas, dividiram o volume da caixa prismática pelo volume de um bombom (formato de prisma) e encontraram 111,62 bombons. Eles ficaram na dúvida pelo resultado ter sido decimal. Verificou-se que o resultado estava adequado, mas eles não estavam convencidos de que pudessem caber tantos bombons naquela caixa. Ao iniciar as medidas com a base da embalagem cilíndrica, alguns alunos não distinguiram os conceitos de diâmetro e de raio da circunferência. Foi sugerido ao grupo de alunos que calculasse a altura da pirâmide construída usando uma régua. Alguns alunos mediram a altura da face lateral da pirâmide, pois estavam inclinando a régua em vez de colocá-la perpendicular à base, segundo o autor confundir altura da pirâmide com seu apótema é um engano comum entre os alunos. Após intervenção do professor, os alunos chegaram ao consenso de que a altura da pirâmide precisa ser perpendicular à sua base. Utilizando a pirâmide construída, foi sugerido que mostrassem sua aresta lateral, aresta da base, face lateral, base e seu vértice. Os alunos mostraram todos esses elementos adequadamente. Foi sugerido também que mostrassem o apótema da pirâmide. Nesse caso, eles ficaram em dúvida sobre como expor este segmento. Então, foi mostrado o significado do apótema para os alunos. Segundo o autor, é comum o aluno de Ensino Médio desconhecer o apótema de figura plana e, mais ainda, de pirâmide. Assim, mostrando a necessidade de abordar bem o conceito de palavras novas que soam estranhamente para a percepção dos alunos.
Principais resultados obtidos	Na perspectiva do autor, a manipulação com materiais concretos, associada a questionários com exercícios e momentos de discussão, ajudou os alunos a compreenderem melhor a origem da equação da área do triângulo. Para exemplificar a Geometria Plana, foi mostrada uma folha de papel ofício, considerando somente comprimento e largura; e, para a Geometria Espacial, foi utilizada a embalagem de sabonete que tem, além do comprimento e da largura, a dimensão altura, ou seja, na Geometria Espacial temos a profundidade. Segundo

		o autor, alguns alunos consideraram a altura do prisma duas vezes, sendo uma vez como a largura da base, a experiência com material concreto e manipulável serviu para ilustrar que acontece de os alunos confundirem a altura da base com a altura do próprio prisma retangular. Após a atividade de planificação com materiais concretos, os alunos puderam complementar e entender o que foi mostrado nos vídeos sobre a pirâmide. Por exemplo, na atividade de planificação foi mostrado que, a partir do pentágono inscrito no círculo de raio “R”, obtém-se a área da base, que pode ser calculada multiplicando-se a área de um triângulo isósceles por cinco.
Conclusões do autor		Consoante ao autor, ao longo dos primeiros anos de experiência como professor, ele foi descobrindo que a aprendizagem dos alunos ficava cada vez mais deficiente se continuasse a ensinar pelos métodos tradicionais. Como consequência dessa percepção, foi desenvolvendo nele um desejo de explorar abordagens metodológicas alternativas. Entre tantas possibilidades, ele encontrou, na utilização de vídeos didáticos e na manipulação de materiais concretos, um caminho suficientemente atraente para iniciar as primeiras experiências nessa direção. Segundo o autor, essa e outras percepções foram a gênese da pesquisa que, décadas depois, ele vem realizar e que ora é relatada nesta dissertação. A opção pelo tema Ensino de Geometria decorreu de vários fatores, entre os quais tem-se: percepção de que esse é um tema particularmente problemático dentro da Educação Matemática, de que a informação visual ocupa um lugar de destaque nesse processo e de sua própria experiência didática, ao longo de dezenove anos de carreira, com turmas de segunda série do Ensino Médio, para as quais ele ministrou esse conteúdo. A abordagem feita sobre a Geometria Plana antes da Geometria Espacial foi motivada pela sua experiência de professor, que mostrou chegarem os alunos ao Ensino Médio com deficiências notáveis em relação aos conceitos básicos de Geometria Plana. Disso surgiu a convicção de que os referidos conceitos precisam ser estudados antes da abordagem sobre Geometria Espacial. Segundo o autor, a manipulação com as frutas esféricas foi realizada com o

	intuito de complementar os conhecimentos sobre esfera, que podem ter faltado no vídeo, explorou-se conteúdos sobre secção esférica, fuso e cunha esférica; volume da esfera e área da superfície esférica e faltou trabalhar melhor a compreensão do conceito de esfera e desenvolver práticas que pudessem auxiliar na resolução de problemas mais elaborados. Na análise das entrevistas com os alunos, constatou-se que todos disseram ser a manipulação importante para a aprendizagem. Através da investigação, constatou-se que, ao desenvolver a Geometria com a manipulação de materiais concretos em sala de aula, deve-se cuidar dos detalhes. Isso pôde ser percebido no experimento em que foram utilizadas laranjas de formato esférico em que ficou faltando explorar, na prática, a obtenção do raio a partir do diâmetro.
--	--

Quadro 6: Dissertação: Uma experiência de introdução do raciocínio combinatório com alunos do primeiro ciclo do ensino fundamental:(7-8 anos) do autor Celso Pedrosa Filho

Dissertação	Uma experiência de introdução do raciocínio combinatório com alunos do primeiro ciclo do ensino fundamental:(7-8 anos)
Autor	Celso Pedrosa Filho
Área/ Nível de Ensino da Pesquisa	Educação Matemática / Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
Instituição	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo- SP
Ano de Publicação	2008
Resumo	O objetivo desta dissertação é investigar a aquisição e o desenvolvimento de noções introdutórias do raciocínio combinatório com crianças entre sete e oito anos de idade. Nesse estudo, construímos uma sequência de atividades, fundamentada na Teoria dos Campos Conceituais (Vergnaud, 1990) e na Teoria dos Registros de Representação (Duval, 1993), partindo de situações concretas. Nossa hipótese é que o trabalho em duplas possa contribuir no desenvolvimento das atividades, visto que favorece a troca de informações, a socialização dos sujeitos e das ideias, além da

		necessidade de justificativa em relação ao seu par. O desenvolvimento desta pesquisa segue os pressupostos de uma Engenharia Didática (Douady, 1987), ou seja, inicialmente fizemos uma breve introdução histórica e um levantamento do que encontramos nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN, 1998) e em livros didáticos, no que se refere ao tema, além de uma visita a duas publicações diretamente relacionadas ao foco de nosso estudo. Na sequência, construímos e fizemos uma análise preliminar de dois tipos de atividades, para as quais foram confeccionados materiais; uma delas visou a determinação de combinações de roupas em modelos, valendo-se de peças imantadas, e a outra, de possibilidades de caminhos, em um quadriculado, para se chegar a um determinado destino, a partir de lançamentos de um objeto semelhante a uma moeda. Depois de aplicá-las a um grupo de alunos do primeiro ciclo do Ensino Fundamental, fizemos uma análise do comportamento das duplas, dos procedimentos e dos registros obtidos. Os resultados evidenciaram que o uso de material manipulável e o trabalho em duplas favorecem não só o interesse pelo estudo proposto, mas, também o desenvolvimento de ideias de organização, leitura, contagem, visualização de resultados e dos primeiros passos na relação entre os campos: aditivo e multiplicativo, fundamentais para o desenvolvimento do raciocínio combinatório.
Palavras- chave		Raciocínio Combinatório; Primeiro ciclo do Ensino Fundamental; Materiais Manipuláveis; Trabalho em duplas.
Objetivos da Pesquisa		Estudar a aquisição e o desenvolvimento de noções introdutórias ao raciocínio combinatório, inspirados nos relatos e reações dos alunos nesta experiência de ensino com uso de matérias manipuláveis. Sendo as questões de investigação da pesquisa: “É possível criar situações que possibilitem a introdução de noções iniciais que favoreçam o desenvolvimento da Análise Combinatória direcionadas a crianças do primeiro ciclo do Ensino Fundamental?” e “O uso do material

	manipulável favorece a introdução do raciocínio combinatório para crianças desse ciclo de ensino?”
Público-alvo:	Alunos do Ciclo 1 (7 e 8 anos) do Ensino Fundamental do turno Vespertino, de uma escola particular de São Paulo- SP. Sendo 20 alunos ao total, com 8 alunos do 2º ano e 12 alunos do 3º ano.
Metodologia utilizada:	Uso de uma sequência didática, construindo e fazendo uma análise preliminar de dois tipos de atividades, para as quais foram confeccionados materiais manipuláveis de tabuleiros. Na primeira parte visou a determinação de combinações de roupas em modelos, valendo-se de peças imantadas. Na segunda parte explorou as possibilidades de caminhos, em um quadriculado, para se chegar a um determinado destino, a partir de lançamentos de um objeto semelhante a uma moeda. As atividades envolveram 4 encontros com os alunos, aumentando gradativamente o número de combinações possíveis, e sempre acompanhadas de uma folha de rascunho para colorir os personagens, e uma folha de instruções da atividade sobre como iam testar as combinações, sendo a leitura das instruções feitas pelo professor.
Materiais concretos e manipuláveis utilizados	Tabuleiro das Combinações e Tabuleiro Cara ou Coroa, os Tabuleiros foram construídos, pelo professor, utilizando uma pasta de papelão colorida, uma folha de aço de espessura igual a um milímetro, uma folha de papel imantada, figuras representativas das situações propostas e uma lâmina de papel adesivo e transparente. Os tabuleiros foram criados para serem utilizados em duplas, podendo ser manipulado por dois alunos ao mesmo tempo. Foram criados 10 Tabuleiros, sendo 6 Tabuleiros de Combinações e 4 Tabuleiros Cara ou Coroa.
Dificuldades apontadas pelo autor	Na perspectiva do autor, o tempo disponibilizado pela escola para o estudo não permitiu a aplicação dos dois tipos de atividades a todo o grupo de alunos, ficando essa oportunidade para futuras reaplicações. O desenvolvimento da primeira parte mostrou fatos como: necessidade de leitura oral junto com os alunos, pois a leitura individual ainda é uma realidade nova para eles. Houve certa resistência em sua

	execução, mas com o auxílio das pedagogas da escola, ela se tornou viável. Foi feita a leitura e discussão da atividade. A seguir, mais um problema surgiu: o vocabulário que estava sendo utilizado não era compatível com a idade escolar dos alunos, pois a palavra “registro”, utilizada por eles, não era conhecida; explicado o significado da palavra no texto, ou seja, de que significava escrever, desenhar, pintar, e com isso a atividade teve continuidade. Pelo fato de a primeira parte da atividade não ter muitas opções, ela foi executada sem maiores dificuldades. Com a mudança da atividade em vestir o modelo com peças de roupas com cores diferentes e o tabuleiro ser composto de seis pares de roupas com cores distintas, muitas questões foram levantadas pelas crianças como: Quais as cores que iriam escolher? Será que teriam que usar todas? Poderia usar só duas? Como deveria ser feito? Cada um faria o seu, ou poderia ser feito um para a dupla? Poderia começar pela cor que desejasse ou era pela cor que estava no tabuleiro? Como deveria ser feito se acabassem os modelos da folha? Haveria a possibilidade de outra folha de rascunho? As respostas às questões foram assim direcionadas: poderiam começar pela cor que quisessem, deveriam trabalhar em dupla, isto é, os dois vestiriam o mesmo modelo, se necessário poderiam utilizar mais folhas para rascunho e as cores eram as expostas no tabuleiro. A folha de rascunho foi útil para evidenciar o processo de obtenção das combinações pelas duplas. Um fato importante observado, foi a dificuldade de interpretação da leitura do texto pelas duplas, sendo necessário mais uma vez a intervenção do professor da pesquisa e das pedagogas que acompanhavam a atividade. Como a outra parte da atividade foi composta de um número maior de combinações e o tempo de aula não foi suficiente, foi proposto às duplas de alunos que a atividade fosse concluída em casa e puderam levar os tabuleiros.
Principais resultados obtidos	Na visão do autor, as situações propostas na sequência foram desenvolvidas de forma que o aluno tivesse condições de acompanhá-las naturalmente, sem a necessidade de utilizar formas matemáticas pré-estabelecidas, seguindo seu próprio caminho, até chegar à

formalização. Segundo o autor, foi informado aos alunos que não haveria contabilização de notas, pois o estudo tinha por finalidade observar o trabalho das duplas na atividade proposta com o uso de material manipulável, pois esse esclarecimento permitiria que os alunos se sentissem livres para expressarem suas ideias, sem a preocupação de uma resposta inadequada ou diferente daquela esperada pelo professor, como era costume no ensino tradicional. A preocupação era avaliar os resultados que essa atividade, que se valia de material manipulável, poderia apresentar. A primeira parte da atividade objetivou analisar a forma de registro de representação que cada dupla utilizaria e quais as combinações de roupas que eles conseguiriam montar. Por ser uma questão relativamente fácil, esperava-se que as duplas fossem capazes de montar todos os casos, podendo utilizar a linguagem natural para identificar as cores ou colorir as figuras dos modelos na folha de rascunho, com lápis coloridos. Terminada essa primeira etapa da atividade, uma segunda tarefa seria colocada: vestir o modelo com pares de roupas (calça e blusa) de cores diferentes. Como o número de combinações era bem maior que no primeiro caso, esperava-se que fosse utilizado o processo aditivo, por tentativas, mas não se tinha a pretensão de que chegassem a todos os casos possíveis, nem que fossem capazes de criar uma forma sistemática de organização, embora se pretendesse observar a estratégia que eles iriam desenvolver para resolver a tarefa proposta. A primeira parte da atividade foi realizada por todas as duplas com sucesso, uma vez que as pastas dos tabuleiros continham as peças de roupas imantadas com as cores que deveriam utilizar. Já na segunda parte, um fato foi verificado com certa frequência: a resposta verbal aparecia sempre em primeiro lugar, às vezes sendo esquecido de ser feito o seu registro. Um aspecto interessante foi observar que, após algumas tentativas, aos poucos, as duplas foram se organizando na composição dos modelos, escolhendo em primeiro lugar uma cor para a calça e variando a cor da blusa, obtendo, então, as possíveis combinações com aquela cor de calça, repetindo o processo. Como as

		combinações foram apresentadas primeiramente na folha de rascunho, as duplas utilizaram a primeira cor para um mesmo tipo de combinação, ou seja, repetindo, na mesma ordem, as combinações já apresentadas. Após a conclusão das combinações obtidas, apenas uma dupla do 3º ano, registrou todas as combinações possíveis, mas não tiveram a curiosidade de contar o número de possibilidades encontradas, ficando apenas na coloração dos modelos, mesmo porque a atividade não exigia tal aspecto. Essa sistematização não foi observada individualmente por todas as duplas, mas, uma vez que uma delas encontrou tal estratégia, socializou-a às demais duplas. Nos dias subsequentes, com a entrega por todos os alunos da atividade proposta, nota-se a participação dos pais na execução das atividades.
Conclusões do autor		Em conformidade com o autor, a experiência evidenciou que o contato com uma atividade com uso de materiais concretos e manipuláveis, poderia além de favorecer a aprendizagem, motivar os alunos do Ensino Fundamental a fazerem novas explorações da situação proposta. O material manipulável não tinha a pretensão de substituir o livro didático, mas ser um marco inicial para os alunos do primeiro ciclo do Ensino Fundamental construírem novos conhecimentos por meio de outras estratégias de ensino, que não a tradicional, podendo ser estendido aos demais ciclos de aprendizagem no Ensino Fundamental. O uso do material manipulável, na primeira parte, foi fundamental, pois o fato de um tabuleiro ser dividido entre dois alunos possibilitou a troca de informações e interação entre eles, não havendo prejuízo nos registros. O uso da folha de rascunho, com os modelos, possibilitou o registro dos casos encontrados e, junto com os materiais manipuláveis, a determinação de novos casos. Segundo o autor, um destaque das atividades foi ter duplas de alunos “achando estranho” sobre sua atividade estar relacionada à Matemática, fato que em um primeiro momento foi muito discutido, pois estava longe da realidade e visão dos alunos sobre à Matemática que estão acostumados a trabalhar na sala de aula.

Quadro 7: Dissertação: Uma sequência de ensino para o estudo das propriedades dos polígonos via pavimentação do autor Amarildo Aparecido Santos

Dissertação	Uma sequência de ensino para o estudo das propriedades dos polígonos via pavimentação
Autor	Amarildo Aparecido Santos
Área/ Nível de Ensino da Pesquisa	Educação Matemática- Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
Instituição	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo- SP
Ano de Publicação	2007
Resumo	O objetivo do presente trabalho é investigar o envolvimento de alunos da 8ª série do Ensino Fundamental no estudo das propriedades dos polígonos a partir da pavimentação no plano. Refletindo sobre este objetivo surgiu a questão de pesquisa: “Em que medida um trabalho de exploração com as pavimentações no plano favorece o estudo das propriedades dos polígonos?” criamos, então, uma sequência de atividades, utilizando alguns elementos da metodologia de pesquisa denominada engenharia didática. A sequência foi dividida em três blocos. O primeiro sobre o reconhecimento dos polígonos via manipulação de material concreto; o segundo com o uso do software Cabri Geometre e o terceiro bloco no ambiente papel e lápis. A pesquisa foi amparada pelos pressupostos teóricos de Parzysz sobre o desenvolvimento do pensamento geométrico; pelas ideias de Machado, que sugere para a construção do pensamento geométrico e articulação entre quatro processos: percepção, construção, representação e concepção; pela teoria dos campos conceituais proposta por Vergnaud. A análise dos resultados obtidos na aplicação da sequência mostrou que o trabalho realizado pelos alunos nos blocos I e II foi insuficiente para que os alunos atingissem a etapa de validações dedutivas, mas foi importante por solidificar conceitos, tais como o conceito de pavimentação e o conceito de polígono regular.

Palavras- chave	Polígonos, Pavimentação no plano, Geometria Dinâmica.
Objetivos da Pesquisa	Investigar o envolvimento de alunos da 8ª série do Ensino Fundamental no estudo das propriedades dos polígonos a partir de pavimentação no plano, e refletir sobre a seguinte questão: “Em que medida um trabalho de exploração com as pavimentações no plano favorece o estudo das propriedades dos polígonos?”
Público-alvo:	Alunos da 8ª série do Ensino Fundamental de uma escola da rede estadual de ensino de São Paulo- SP.
Metodologia utilizada:	A pesquisa teve por metodologia a engenharia didática, composta por uma sequência didática dividida em três blocos. No primeiro bloco foi sobre o reconhecimento dos polígonos via manipulação com uso de material concreto, no segundo bloco foi com o uso do software Cabri Geometre e no terceiro bloco foi com uso de papel e lápis. No bloco de atividades com uso de materiais concretos e manipuláveis tiveram as seguintes atividades: Inicialmente os alunos tentaram fazer uma pavimentação com um kit de polígonos diversos sem qualquer instrução, posteriormente, deveriam fazer a pavimentação seguindo as seguintes orientações: (a) Fazer uma pavimentação utilizando apenas triângulos equiláteros; (b) Fazer uma pavimentação utilizando apenas quadrados; (c) Fazer uma pavimentação utilizando apenas pentágonos regulares; (d) Fazer uma pavimentação utilizando apenas hexágonos regulares; (e) Investigar se é possível fazer uma pavimentação com polígonos regulares com um número de lados maior que seis? Se sim, quais? Se não, justificar; (f) Investigar algumas possíveis pavimentações utilizando somente dois polígonos regulares e escrever os polígonos que utilizou em cada pavimentação; (g) Investigar algumas pavimentações possíveis utilizando mais de dois polígonos regulares e escrever os polígonos que utilizou em cada pavimentação.
Materiais concretos e manipuláveis utilizados	Polígonos diversos (triângulos, quadrados, retângulos, losango, pentágonos, hexágonos), fabricados em material de acrílico e de cores diversas: vermelho, azul, verde, amarelo, branco, entre outras.

Dificuldades apontadas pelo autor	Na perspectiva do autor, os resultados dos questionários diagnósticos mostraram que os alunos não se apropriaram do conceito de polígono regular quando apresentados formalmente na 7ª série do Ensino Fundamental, sendo, portanto, necessário revisá-los por outra metodologia de ensino. Durante as atividades os alunos escolheram um kit de peças com polígonos e iniciaram a investigação. A princípio, nota-se uma dificuldade deles em relação à identificação dos polígonos. Aos poucos, foram percebendo que os polígonos eram familiares e que sabiam o nome de alguns. Em relação à primeira atividade, houve diferenciação de classificação pelas duplas, pois o foco principal era a manipulação das peças do kit, evidenciando o conhecimento empírico. Ao repetir a atividade com triângulos não regulares, apresentaram dificuldades para perceber como seriam as pavimentações, ao realizarem a pavimentação com os polígonos não regulares do kit (losango, triângulo escaleno e retângulo), não se preocuparam com as propriedades deles, desenvolvendo a atividade empiricamente, ou seja, dispunham as peças lado a lado e, se elas se encaixassem, davam o problema por resolvido, assim demonstrando não terem reconhecido as propriedades essenciais dos polígonos para ocorrer a pavimentação. Alguns grupos de alunos conseguiram fazer a junção de algumas peças conforme solicitado, fizeram duas pavimentações, uma com triângulo equilátero e outra com o hexágono regular, e justificaram da seguinte forma: “Com triângulos equiláteros formamos um hexágono utilizando apenas seis triângulos equiláteros e juntando sete hexágonos formamos uma flor e se encaixam uma peça na outra porque tem o mesmo ângulo, a mesma medida e o mesmo número de lados”. Porém, eles não notaram que a pavimentação foi possível porque ao redor de um vértice a junção das peças resulta em 360°. Alguns grupos de alunos pavimentaram o plano com triângulos, losangos, quadrados, retângulos e hexágonos, porém não justificaram e nem escreveram o processo utilizado.
Principais resultados obtidos	Na visão do autor, a análise dos resultados obtidos na aplicação da sequência mostrou que o trabalho realizado pelos alunos nos

	primeiros blocos foi insuficiente para que eles atingissem a etapa de validações dedutivas, mas foi importante por solidificar conceitos, tais como o conceito de pavimentação e o conceito de polígono regular. Durante o desenvolvimento das atividades de manipulação com materiais concretos e manipuláveis, os alunos manipularam as peças e desenvolveram a habilidade de agrupá-las em blocos contíguos, eles conseguiram organizar as peças conforme o que foi proposto e fazendo até agrupamentos que não foram previstos na análise por tentativa e erro. Na visão do autor, fazendo referência à análise a priori no desenvolvimento desta atividade, as propriedades dos polígonos regulares: lados congruentes e ângulos internos congruentes, não foram explicitados pelos alunos, nem nos diálogos, nem tampouco na escrita.
Conclusões do autor	Consoante ao autor, após a análise das respostas dos alunos, o desempenho e a aceitação das técnicas e procedimentos solicitados foram satisfatórios e revelaram que o objetivo das atividades foi atingido. Além disso, a diversificação dos polígonos com cores diferentes foi um atrativo para que os alunos pudessem criar as junções empiricamente, a pequena diferença entre as medidas dos lados de alguns polígonos do kit entregue aos alunos, induziu alguns alunos, erroneamente, a considerar a junção deles como uma pavimentação.

Quadro 8: Dissertação: Concepção de uma sequência de ensino para o estudo da semelhança: do empírico ao dedutivo da autora Silvine Rigolon Luis

Dissertação	Concepção de uma sequência de ensino para o estudo da semelhança: do empírico ao dedutivo
Autora	Silvine Rigolon Luis
Área/ Nível de Ensino da Pesquisa	Educação Matemática / Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
Instituição	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - SP

Ano de Publicação	2006
Resumo	O objetivo desta pesquisa é investigar como o conceito de figuras semelhantes pode ser apresentado de maneira significativa e motivadora a alunos da 1ª série do Ensino Médio, de modo que a prova seja parte integrante desse processo. Procuramos responder as questões de pesquisa: “Como se dá a transição da geometria concreta para a espaço-gráfica no contexto das figuras semelhantes?” “Como ocorre a passagem das validações empíricas para as dedutivas nesse contexto?”. Para isso, por meio da metodologia da Engenharia Didática, desenvolvemos uma sequência didática formada por três blocos, sendo que no primeiro e segundo trabalhos com validações empíricas, utilizando materiais concretos e um ambiente informatizado e, no terceiro bloco com validações dedutivas, utilizando o papel e lápis. Empregamos em nossa pesquisa, os pressupostos teóricos de Parsysz para o ensino de Geometria, onde ele destaca quatro etapas do desenvolvimento do pensamento geométrico; as idéias de Balacheff sobre processos de validações de provas, destacando-se as provas pragmáticas e a prova intelectual e com as idéias de Freudenthal que propõe para o ensino da demonstração uma organização local. Os resultados da experimentação apontam indícios que geometria concreta com a manipulação de vários objetos estimulou os alunos no processo de investigação e a descobrir regularidades que os levassem a ideia do conceito de semelhança, contribuindo assim, no reconhecimento de propriedades implícitas nas figuras dadas pelo dinamismo do software Cabri-Geometre. Além disso, o trabalho feito com as validações empíricas foi importante para que os alunos se apropriassem do conceito de semelhança, despertando neles a importância de justificar os seus resultados e preparando-os para o processo das validações dedutivas, sendo que neste processo nota-se uma evolução na estrutura das provas apresentadas.
Palavras- chave	Semelhança, homotetia, transformações, congruência, provas.

Objetivos da Pesquisa	Investigar como o conceito de figuras semelhantes pode ser apresentado de maneira significativa e motivadora a alunos da 1ª série do Ensino Médio, de modo que a prova seja parte integrante desse processo. Procurar responder às duas seguintes questões: “Como se dá a transição da geometria concreta para a espaço-gráfica no contexto das figuras semelhantes?” e “como ocorre a passagem das validações empíricas para as dedutivas nesse contexto?”
Público-alvo:	Alunos da 1ª série do Ensino Médio de uma escola da rede estadual de ensino de São Paulo- SP.
Metodologia utilizada:	A pesquisa teve por metodologia à engenharia didática com uso de uma sequência didática, no intuito de tornar o conceito de figuras semelhantes significativo ao aluno, apoiando-nos no modelo de Parsys, nos tipos de provas de Balacheff, na proposta de organização local de Freudenthal e no software Cabri-Geometre. A sequência didática foi dividida em três blocos: nos dois primeiros blocos os alunos trabalharam em duplas e no terceiro bloco trabalharam individualmente. Somente no primeiro bloco ocorreu o uso de material concreto e manipulável, nele tiveram os seguintes roteiros de atividades: Atividade 1: “Utilizando o Pantógrafo- você está recebendo uma imagem do mapa do Brasil e um instrumento chamado Pantógrafo, utilizando o Pantógrafo sobre o mapa do Brasil, obtêm-se uma nova figura, observe e investigue as características comuns entre as duas figuras, escreva abaixo o que descobrir e tire suas conclusões”; Atividade 2: “Projeção Cônica: você está recebendo um kit composto por uma tela de acrílico e um suporte, desenhe sobre o acrílico a figura fixada na parede, essa figura deverá ser observada através do orifício do suporte, observe e investigue as características comuns entre as duas figuras, escreva abaixo o que descobrir e tire suas conclusões”; Atividade 3: “Comparando Fotos: observe e investigue características comuns entre as duas fotos, escreva abaixo o que descobrir e tire suas conclusões”; Atividade 4: “Comparando Objetos: você está recebendo dois objetos de tamanhos

	diferentes, observe e investigue características comuns entre os dois objetos, escreva abaixo o que descobrir e tire suas conclusões”.
Materiais concretos e manipuláveis utilizados	Pantógrafo, cartolinas de cores diversas e algumas delas em branco e outras com desenhos de polígonos diversos, fotografia do Mapa do Brasil, tela de acrílico e um suporte, pares de fotografias ampliadas e/ou reduzidas, embalagens de plástico e recicláveis de tamanhos diferentes e com propriedades geométricas em comum.
Dificuldades apontadas pela autora	Na perspectiva da autora, alguns alunos não tinham visto um pantógrafo e, ao receberem esse instrumento, mostraram-se curiosos em saber o que era e como funcionava, ao fazer o contorno do mapa, perceberam a necessidade de pressionar levemente sobre o outro lápis do pantógrafo para que os traços do desenho obtido ficassem mais fortes, esperava-se que o enunciado poderia deixá-los em dúvida quanto à escolha de uma estratégia, mas isso não ocorreu. Ambas as duplas de alunos fizeram as medições de dois segmentos correspondentes entre o mapa dado e o ampliado, mas não sabiam ao certo o que deveriam fazer com o resultado e qual era o seu significado. Além disso, não tomaram a iniciativa de fazer novas medições sem que houvesse uma intervenção da professora. Tiveram certa dificuldade na compreensão de dois segmentos serem proporcionais, pois os alunos não estavam relacionando essa ideia com a razão encontrada ser constante, após momento de intervenção da professora, os alunos compreenderam que era a razão que iria mostrar o fator de ampliação ou redução de uma figura geométrica.
Principais resultados obtidos	Na visão da autora, com os dados obtidos no questionário diagnóstico, 23,8% dos alunos sabiam lidar com o conceito de figuras semelhantes e 76,2% não sabiam ou conheciam apenas um caso particular de semelhança. Durante as atividades com materiais concretos e manipuláveis, a maioria dos alunos não apresentou dificuldades quanto ao uso do Pantógrafo e logo perceberam qual era a sua utilidade. Durante a aula as distâncias da tela de acrílico e do suporte eram diferentes entre as duplas, os alunos observando a figura da cartolina através do orifício do suporte, desenharam a nova figura

sobre o acrílico, um auxiliando o outro durante a construção, e com isso, a atividade sendo realizada em duplas foi um aspecto positivo. As duplas de alunos, após a primeira tentativa, sentiram a necessidade de refazer o desenho, pois perceberam que a figura obtida não estava muito parecida com a figura da cartolina e após as construções, as duplas tiraram o acrílico do suporte e começaram a medir com uma régua os lados da figura obtida com os seus correspondentes na cartolina e mediram também os seus ângulos utilizando o transferidor e que não houve necessidade de intervenção da professora. Com as medidas conhecidas dos lados correspondentes entre as duas figuras, os alunos dividiram o lado maior pelo menor. Então foram questionados sobre o que tinham observado até aquele momento e responderam que a figura obtida era uma redução em relação à figura dada. Em seguida, perceberam que precisavam dividir o lado menor pelo maior para encontrar a razão de redução. Foi perguntado aos alunos o que significava dizer que os lados correspondentes eram proporcionais e as duplas de alunos concluíram que, para esse resultado, bastava que a razão entre os segmentos correspondentes entre duas figuras fosse igual, ou seja, constante. Foi mostrado aos alunos folhas com fotos diferentes de animais, cada uma com dois tamanhos de fotografias diferentes, sendo cinco delas fotos de cachorros e uma de um lobo, e pediram que as duplas escolhessem uma das fotos para a realização da atividade, todas as duplas de alunos optaram pelas fotos de cachorros e imediatamente perceberam que uma era a ampliação da outra. Segundo a autora, esperava-se que os alunos teriam dificuldades em estabelecer as relações necessárias entre as duas fotos, pois nelas não estava marcado nenhum ponto pré-determinado, e foi o que aconteceu. Durante a realização das atividades, ambas as duplas de alunos iniciaram suas medições se preocupando apenas com o contorno das fotos, ou seja, observaram as fotos como sendo um retângulo, medindo seus comprimentos e larguras, não se atentando às imagens contidas nelas. Após um momento de intervenção da professora, cada dupla traçou quatro

	segmentos correspondentes entre uma foto e outra, escolhendo, por exemplo, pontos entre os dois olhos, entre as duas orelhas, entre as duas patas, entre uma pata e o rabinho e assim por diante, calculando em seguida a razão entre esses segmentos. Em outra atividade, uma dupla de alunos recebeu a lata de milho e a de pêsego e, logo que leram as informações da atividade, iniciaram suas medições contornando o comprimento da circunferência de cada lata com o cordão do material disponível, marcando com um lápis sobre o cordão a medida encontrada. Em seguida, com o auxílio da régua, mediram o comprimento do cordão. Outra dupla de alunos, ao receber duas caixas de amido de milho, também não apresentou dificuldades em estabelecer relações entre elas. Os alunos mediram, de ambas as caixas, as informações da: altura, espessura que chamaram de “largura do lado”, comprimento que chamaram de “largura da frente”, diagonal da frente e a diagonal do lado, desenhando na folha de papel sulfite a representação delas.
Conclusões da autora	Em conformidade com a autora, após analisar as atividades da parte de manipulação com materiais concretos e manipuláveis, percebe-se que os alunos tinham uma noção muito deficiente em relação ao conceito essencial à proposta de ensino, que era a ideia da proporção ou proporcionalidade entre dois segmentos. Na primeira atividade, verificou-se que, ao estabelecer relações entre duas figuras no plano, uma dupla de alunos, em vez de dividir os segmentos correspondentes para obter a razão entre essas figuras, fez a diferença, ou seja, apresentou dificuldades quanto ao uso das estruturas multiplicativas, sendo necessário acontecer intervenção da professora. Outro aspecto observado foi de que quando as duplas obtinham a razão constante entre os segmentos correspondentes, os alunos não associavam essa ideia ao fato de os segmentos das figuras geométricas serem proporcionais, apresentando assim dificuldades na compreensão desse conceito. Segundo a autora, antes de realizar a sequência didática com objetos concretos e manipuláveis, os alunos não tinham o conhecimento do conceito de semelhança e a ideia da

	proporção era bastante fragmentada. E após o desenvolvimento desta metodologia de ensino com uso de materiais concretos e manipuláveis, os resultados apresentados em cada atividade realizada apontaram indícios de que os alunos passaram a compreender que era a razão que determinaria o fator de ampliação ou redução em duas figuras geométricas, e aproveitando esse pensamento intuitivo dos alunos por meio da experimentação, foi feita pela professora a institucionalização e validação do conceito de semelhança, no estudo de Geometria.
--	--

4. DISCUSSÃO E ANÁLISE

Após a leitura dos resumos das teses e dissertações pesquisadas, identifica-se a predominância na área de pesquisa em Educação Matemática a nível de Mestrado, dentre eles, o Mestrado Acadêmico PROFMAT, além disso, com público-alvo para experimentação em salas de aula com alunos da Educação Básica.

Verifica-se que ocorre a tendência de uso de materiais concretos e manipuláveis no ensino de matemática em combinação com outras metodologias de ensino, de forma alternada, os professores os usam como objetos de aprendizagem, para a apropriação de conceitos da disciplina de matemática com tendência de uso em conteúdo da Geometria, no intuito de permitir a visualização e o contato físico para os alunos investigarem, de forma sensitiva inclusive, e por meio desta investigação conseguirem apropriar-se do saber científico da Matemática, e adquirir as competência e habilidades necessárias para as suas fases de escolarização da Educação Básica.

Além disso, ocorrem lacunas de pesquisa em aprofundar mais possibilidades e estratégias específicas para a implementação de metodologias de ensino com uso de materiais concretos e manipuláveis de forma a integrar não apenas o uso criativo desses recursos na Geometria, mas também em outros campos da Matemática, por exemplo na Álgebra.

Na dissertação de Silva, S. B. (2023), comparou-se o uso de tecnologias digitais com o uso de objetos concretos e manipuláveis. A pesquisa tinha como objetivo promover o uso de

materiais concretos e manipuláveis no ensino, destacando-os como ferramentas de baixo custo, confiáveis e com baixo risco de problemas externos ao ambiente escolar durante as atividades.

Por outro lado, a dissertação apontou como pontos negativos ao uso de tecnologias digitais a realidade das escolas, que em sua maioria possuem equipamentos desatualizados e baixa velocidade de conexão à internet, ou até mesmo a ausência desta. Segundo a autora, essas condições prejudicam a incorporação das tecnologias digitais à prática pedagógica cotidiana no ensino de matemática. Além disso, a insistência no uso dessas tecnologias sem as devidas condições pode impedir que a aprendizagem ocorra de forma divertida e agradável para os alunos e gerar estresse para o professor, transformando a ferramenta em um obstáculo ao invés de um facilitador da aprendizagem.

Na dissertação de Paraizo, R. F. (2012) tem-se que o autor utilizou como metodologia de ensino a associação do uso de tecnologias digitais por meio de vídeo aulas, pesquisadas pelo professor e produzidas por ele, e também o uso de materiais concretos e manipuláveis, sendo feita esta articulação em todas as etapas dos conteúdos abordados, sendo eles na área de Geometria Plana e Geometria Espacial, houve participação dos alunos nas construções dos materiais concretos e manipuláveis para uso didático em sala de aula e inclusive ocorreu o processo de investigação de propriedades de matérias concretos prontos que eram do cotidiano do aluno, toda essa investigação foi realizada com suporte de listas de exercícios em todas as etapas e aplicação de questionários diagnósticos com informações de cunho qualitativa a respeito das percepções dos alunos em relação aos conteúdos e ao meio de serem ensinados, o autor ressaltou as potencialidades do uso de metodologias ativas, dentre elas, o uso de objeto concretos e manipuláveis para o ensino de matemática.

Na dissertação de Luis, S. R. (2006), a autora optou por uma metodologia de uso de materiais concretos e manipuláveis e uso de tecnologia digital por meio do software Cabri Geometre, realizando uma breve explicação das funcionalidades deste software na parte do referencial teórico da dissertação, porém sem incluir o contexto histórico da metodologia de ensino por meio de objetos concretos e manipuláveis em sua dissertação.

Na dissertação de Santos, O. J. (2014) ocorre o uso de um único experimento simples de planificação de um poliedro do tipo cubo, todavia nesta dissertação há predominância de uso de tecnologia digital para representação de poliedros por meio do Software Geogebra, sendo considerado pelo autor o uso de tecnologia digital como um material concreto para visualizar propriedades de poliedros diversos, além disso, nesta dissertação houve ampla demonstração

de teoremas e o uso de objetos concretos e manipuláveis para o ensino de matemática na Educação Básica não foi objetivo principal de pesquisa, sendo apenas um aspecto secundário de objeto de pesquisa, sendo o objeto principal investigar causas do uso incorreto de aplicações da relação de Euler em livros didáticos usados no ensino de Geometria Espacial para turmas de alunos da Educação Básica.

Na dissertação de Santos, A. A. (2007), tem-se o uso de metodologia de ensino de matemática com associação do uso de tecnologia digital por meio do Software Cabri Geometre e também na manipulação de materiais concretos manipuláveis, sendo os materiais concretos produzidos pelo professor anterior ao uso em sala de aula, assim reforçando essa tendência de metodologia mista adotada pelos professores em suas pesquisas, inclusive o pesquisador faz um amplo referencial teórico acerca dos aspectos cognitivos do processo de ensino aprendizagem (o modelo de Parzysz, as quatro dimensões de Machado e os campos conceituais de Vergnaud), sobre os grande pesquisadores da Geometria (Euclides, Clairaut, Legendre, Hadamard, Hilbert) e uma breve explicação sobre o uso de tecnologias no ensino com um destaque sobre o software utilizado por ele, todavia não busca incluir em sua dissertação o contexto histórico do uso de materiais concretos e manipuláveis como metodologia de ensino.

Na dissertação de Soares Filho, E. (2014), tem-se uma ampla explicação de conceitos da Geometria Espacial, trazendo definições e demonstrações de teoremas e corolários dos casos de translações, rotações e reflexões (isometrias), inclusive dos casos que não preservam as distâncias como as ampliações e reduções (homotetias). Analogamente, em outras dissertações ocorrem tais demonstrações e elas destacam a tendência dos autores em utilizá-las, para afirmar que essa estratégia de demonstração corrobora com o domínio quanto aos conteúdos pesquisados.

Verifica-se que adotar a metodologia de ensino de matemática de forma ativa e com uso de objetos concretos e manipuláveis exige do professor o domínio e preparo quanto aos saberes científicos e quanto aos saberes docentes adquiridos na prática em sala de aula, além de ter flexibilidade para aplicar metodologias adequadas com os objetivos de aprendizagem que se pretende atingir e ao público-alvo, se preparando para lidar com as condições adversas do ambiente escolar e de suas implicações no ensino de matemática na Educação Básica.

Nota-se que ocorre uma tendência de uso de materiais concretos e manipuláveis prontos, presente nas dissertações de Silva; S. B. (2023) e Soares Filho, E. (2014), sendo que nas pesquisas se explora apenas o seu uso como ferramenta de aprendizagem, suas características e

singularidades prontas, com ausência de ensino sobre as etapas dos saberes científicos envolvidos na construção desses objetos.

Com base nas dissertações, verifica-se que ocorrem lacunas de pesquisas com dissertações a nível de formação em licenciatura, na área de graduação em matemática, em que os licenciandos fizessem pesquisa na Educação Básica em parceria com escolas públicas e/ou privadas durante suas formações acadêmicas, além disso ocorrem lacunas em pesquisas realizadas em que o campo de pesquisa são o uso de objetos concretos e manipuláveis com os alunos de cursos de licenciatura em matemática, por exemplo em conteúdo da Geometria Plana ou Geometria Esférica, durante o processo de formação.

Houve tendência nas dissertações de ressaltar que as metodologias estavam alinhadas a BNCC e aos PCN's para a Educação Básica, segundo os autores, apesar de o uso de materiais concretos e manipuláveis como metodologia de ensino não estarem explicitamente descritos nelas, eles buscaram explorar as interpretações e conjecturas de suas competências e habilidades, com isso houve consenso nas pesquisas de que tal estratégia de ensino pode promover ao aluno tais habilidades e competências desejadas pela sociedade e que estão previstas no currículo escolar.

Constata-se uma tendência de pesquisa alinhada a seguinte habilidade EF02MA15 da Base Nacional Comum Curricular – BNCC (2017 p. 283): “reconhecer, comparar e nomear figuras planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo), por meio de características comuns, em desenhos apresentados em diferentes disposições ou em sólidos geométricos”. Em detrimento dos outros conteúdos da Matemática na Educação Básica que também poderiam ser explorados com metodologia de ensino por meio do uso de objetos concretos e manipuláveis.

Destaca-se o seguinte trecho da dissertação de Santos, A. A. (2007, p.12) na qual o autor justifica a escolha pelo conteúdo de geometria para realizar sua pesquisa sobre o uso de material concreto e manipulável, em que ele cita o seguinte argumento presente no PCN's (1998) para o Ensino Fundamental na área da matemática: “No que diz respeito ao campo das figuras geométricas, inúmeras possibilidades de trabalho se colocam. Por exemplo, as atividades de classificação dessas figuras com base na observação de suas propriedades e regularidades. Atividades que exploram a composição e decomposição de figuras, como ladrilhamentos, tangrams, políminós, fazem com que os alunos verifiquem que o recobrimento de uma superfície pode ser feito por determinadas figuras, como triângulos equiláteros, quadrados, retângulos,

hexágonos regulares. Assim como a descoberta de que toda figura poligonal pode ser composta/decomposta por outra e em particular por triângulos, o que facilita o cálculo de áreas e a determinação da soma das medidas dos seus ângulos internos”. Sendo algo que reforça essas tendências dos pesquisadores em preferir trabalhar conteúdo da Geometria e afirmar estarem alinhados as diretrizes para o currículo escolar na Educação Básica.

Com base nas pesquisas, percebe-se a aplicação e análise qualitativa e quantitativa das respostas aos questionários dos alunos, presente na dissertação de Silva, S. B. (2023), onde segundo a autora, estes instrumentos são realizados com o intuito de mensurar e avaliar a eficácia das sequências didáticas propostas nas pesquisas, bem como identificar áreas que possam ser aprimoradas para melhorar a qualidade do ensino de matemática e com intuito de promover um melhor entendimento dos conteúdos desta disciplina pelos alunos. Além disso a autora ressalta ser um instrumento importante para avaliar os benefícios e as dificuldades presentes ao adotar uma metodologia de uso de objetos concretos e manipuláveis no ensino de Matemática na Educação Básica.

Ocorrem tendências dos pesquisadores em afirmar a possibilidade de que o uso de materiais concretos e manipuláveis no ensino de matemática pode transformar o ambiente escolar em um cenário marcado pelo lúdico, onde a interação entre os alunos e a exploração máxima dos sentidos, além apenas do visual, possam ganhar destaque no processo de ensino-aprendizagem no ambiente escolar da Educação Básica.

Identifica-se que houve análise dos autores dos aspectos da história da matemática, presente na maioria das dissertações pesquisadas, tais como as dissertações de Silva, S. B. (2023); Silva, G. L. (2022); Soares Filho, E. (2014); Santos, O. J. (2014), para demonstrar que os saberes matemáticos foram construídos por experimentações e conjecturas ao longo da história das sociedades, em algumas dessas dissertações houve argumentos demonstrando a conexão da construção dos conteúdos da matemática com o uso de materiais concretos e em outras houve apenas uma contextualização dos conteúdos que viriam a ser explorados com as atividades práticas ou de elaboração de demonstrações, com isso houve o interesse dos autores das dissertações para ressaltar a importância de os alunos aprenderem o processo de formulação desses saberes, todavia essa correlação com aspectos históricos ocorreu apenas na parte dos referenciais teóricos das dissertações e não ocorreu na prática com envolvimento dos alunos no ambiente escolar, possivelmente devido talvez ao pouco tempo de aula, que não possibilitava estas contextualizações, esta dificuldade não foi apontada por nenhum dos autores das

dissertações em suas conclusões, nem houve destaque ou qualquer discussão sobre a influência do tempo de aprendizagem para aulas de metodologias ativas.

Na dissertação de Luis, S. R. (2006), a autora optou por fazer um referencial teórico sobre aspectos cognitivos da aprendizagem com base em Bernard Parsysz, Balacheff e Freudenthal, houve um destaque da história da matemática referente ao conteúdo de semelhança de triângulos, trazendo conteúdo do Egito Antigo, da Grécia, do Mundo Árabe e da Europa entre os séculos XVIII e XIX, a autora destaca as contribuições de Clairaut, Legendre e Hadamard.

Destaca-se o amplo repertório histórico levantado acerca da metodologia de ensino por meio de materiais concretos e manipuláveis no ensino de matemática presente na dissertação de Pedrosa Filho, C. (2008), em que o autor detalha o percurso desta metodologia ativa de ensino desde Pestalozzi (1746-1827) e Froebel (1872-1852) no século XIX até o século XXI, passando pelos ideais da escola-novista trazido por Dewey (1859- 1952) e pesquisadores como Montessori (1870-1952) e Decroly (1871-1932) que criaram jogos e materiais concretos e manipuláveis para o ensino de matemática, sendo estes pesquisadores inspirados nos trabalhos de Dewey, Pestalozzi e Froebel. Essas informações ressaltam o relevante papel que esta metodologia de ensino teve na formação de diversas sociedades, na qual os professores buscavam metodologias em que o aluno passa a ser considerado o centro do processo e dos métodos de ensino.

Na dissertação de Paraizo, R. F. (2012) não houve contextualização com aspectos da história da matemática e nem demonstração de teoremas e corolários em sua parte teórica, tendo apenas um breve referencial teórico acerca do uso de metodologias ativas de tecnologias para o ensino de matemática, por meio das TIC's que são as tecnologias de informação e comunicação, e também sobre a metodologia ativa de ensino por meio do uso de objetos concretos e manipuláveis, tendo portanto maior destaque nesta dissertação a parte experimental realizada em sala de aula e as devolutivas e reflexões levantadas acerca dos instrumentos de avaliação diagnósticos empregados durante a pesquisa.

Na dissertação de Silva G. L. (2022) não houve participação dos alunos devido aos impactos da Pandemia da COVID-19, apesar de que no início da dissertação o autor esperava a participação de alunos em uma etapa experimental todavia devido a essa impossibilidade de isso acontecer em tempo hábil no momento da pesquisa, houve direcionamento da pesquisa para instrução e elaboração de materiais concretos e manipuláveis e de sugestões de aplicação

de conteúdos de matemática presentes no currículo escolar e que poderiam potencializar resultados positivos em instrumentos de avaliação em escala, presentes em diversos ambiente escolares na Educação Básica.

Houve destaque nas dissertações de exploração dos conteúdos sob a perspectiva da resolução de problemas no cotidiano dos alunos. Em relação aos materiais concretos e manipuláveis, foram exploradas apenas as ideias que permeavam suas construções. Assim, constata-se a necessidade de pesquisas para produzir materiais didáticos destinados à formação continuada de professores da Educação Básica, com o intuito de motivar e instruir os professores a produzir materiais concretos e manipuláveis para o ensino de matemática.

Nota-se que nas metodologias de ensino dos professores nas dissertações, predominantemente, partem do essencialmente concreto para que de forma intuitiva e gradativa, por uma sequência didática, possa ir ampliando o poder de abstração dos alunos, até se chegar ao momento em que a formalização possa se consolidar de tal conceito estudado da disciplina de Matemática.

Identifica-se que na dissertação de Silva, S. B. (2023), alinhada à outras dissertações, houve a cada fase das atividades com materiais concretos e manipuláveis, separadas por sequências didáticas, ocorriam pelos professores a delimitação dos objetivos de aprendizagem esperados, além de uma breve reflexão se eles foram atingidos, para auxiliar tal reflexão, as atividades de uso de objetos concretos e manipuláveis ocorriam acompanhadas de listas de exercícios, além de questionários de percepção e de questionários diagnósticos a serem respondidos pelos alunos, em que a pesquisa explorava os aspectos qualitativos e quantitativos da metodologia do uso de objetos concretos e manipuláveis no ensino de matemática, e em sua maioria, os autores da dissertações ressaltaram serem positivos.

Constata-se nas dissertações que os erros e dificuldades apontados pelos alunos nos processos de ensino foram superados, por meio da reflexão propiciada pelas indagações propostas pelos professores, em um ambiente de ensino de matemática por metodologia ativa e com os professores atuando como mediadores. Segundo os autores das dissertações, em sua maioria, essa estratégia de ensino de matemática por meio de objetos concretos e manipuláveis, possibilitou alavancar a aprendizagem de seus alunos, além de incentivá-los a terem um olhar crítico e criativo.

Nota-se nas pesquisas de que houve modesto destaque dos autores nas dissertações em relação as dificuldades de aprendizagem por fatores de questões afetiva dos alunos no processo

de ensino-aprendizagem, tais como a depressão e/ou decorrentes de problemas familiares e de relacionamento com o professor, aspectos de educação inclusiva e participação de alunos com necessidades especiais, além de explorar a influência das dificuldades cognitivas nesse processo de aprender a aprender, tendo destaque apenas na dissertação de Soares Filho, E. (2014) e nas demais dissertações não houve essa ponderação nos desenvolvimentos das atividades e nos resultados das pesquisas.

Nesse sentido, segundo a dissertação de Soares Filho, E. (2014, p.23-24), tem-se que os alunos que apresentam dificuldades de aprendizagem alcançam seu conhecimento, seja ele aritmético ou geométrico, de maneira qualitativamente distinta daquelas sem essas dificuldades, ou, ao contrário, adquirem esse conhecimento do mesmo modo, porém com ritmo diferente, e que o uso de metodologias ativas, como o ensino por meio de objetos concretos e manipuláveis pode potencializar ou direcionar esse ritmo de aprendizagem.

Assim, na perspectiva da maioria dos pesquisadores, quando os professores adotam novas metodologias de ensino, como o uso de materiais concretos e manipulativos, eles podem favorecer e impulsionar os conceitos matemáticos no processo de ensino-aprendizagem, no intuito de que esses conceitos se transformem em instrumentos de compreensão, intervenção e mudanças na percepção da realidade dos alunos. Assim, pode-se afirmar que essa metodologia tem potencial para estimular um trabalho criativo, despertar a curiosidade e favorecer a estruturação do pensamento e o desenvolvimento do raciocínio lógico nos alunos da Educação Básica.

Nota-se uma tendência, nas dissertações, onde houve experimentação no ambiente escolar da Educação Básica, do uso de metodologia do tipo pesquisa-ação e também de metodologia do tipo engenharia didática, destaca-se a referida definição desta última, que se encontra na dissertação de Santos, A.A. (2017, p.28) “ engenharia didática, vista como metodologia de investigação, caracteriza-se por uma sequência experimental baseada em realizações didáticas na sala de aula, isto é, na concepção, na realização, na observação e na análise da sequência de ensino”. Com isso, os pesquisadores tendem a preferir estes tipos de metodologias para levantar informações e fazer suas análises de forma predominantemente qualitativa sem perder os aspectos quantitativos que a pesquisa possa necessitar.

Na dissertação de Luis, S. R. (2006), com uso da metodologia do tipo engenharia didática, a autora fez a “análise a priori” das atividades, deixando claros os seus objetivos em sua dissertação, além dos materiais a serem usados, prevendo as possíveis estratégias que o

aluno poderia utilizar e se preparando para eventuais dificuldades naturais dessa metodologia de investigação, além disso a autora fez a “análise a posteriori” que consistia na interpretação dos resultados da experimentação, verificando quais objetivos foram atingidos, se as estratégias desenvolvidas pelos alunos foram as previstas e se superaram suas dificuldades, sendo a mesma metodologia de pesquisa da dissertação sobre o ensino de polígonos via pavimentação do autor Santos, A. A. (2007), ambas dissertações exploraram conteúdos da área de Geometria Plana, porém a dissertação de Luis, S. R. (2006) o público alvo eram alunos do Ensino Médio e na dissertação de Santos, A. A. (2007) o público alvo eram alunos do Ensino Fundamental.

Identifica-se a tendência de uso de uma sequência didática pelos pesquisadores nas dissertações, tem-se como destaque dos motivos de escolha de uma sequência didática na dissertação de Luis, S. R. (2006, p.15): “O trabalho do professor, ao elaborar ou escolher uma sequência didática, deve levar em conta de forma integrada: o domínio do conhecimento, o conhecimento prévio do aluno, o papel do professor e dos seus alunos, a criação de uma sequência didática se dá num processo interativo no qual o objetivo é a elaboração de um grupo de decisões para que os processos tenham significados e as estratégias sejam mais efetivas”. Portanto quando os pesquisadores a utilizam para realizar suas pesquisas, permite levar em consideração as respostas dos alunos e as condições às quais estão submetidos.

As metodologias de ensino de Matemática com o uso de materiais concretos e manipuláveis na Educação Básica, em sua maioria, reduziram as dificuldades comuns dos alunos na disciplina de Matemática e aumentaram as suas motivações e proporcionaram uma experiência mais agradável no processo de ensino aprendizagem no ambiente escolar. Além disso, proporcionou um ambiente mais descontraído durante as aulas, incentivando a troca de ideias entre os alunos e entre alunos e professores, além de capacitar os professores a aplicarem abordagens inovadoras em suas salas de aula.

Constata-se nos desenvolvimentos das metodologias, independente dos conteúdos explorados e dos tipos de materiais concretos e manipuláveis utilizados, todos os professores atuaram como mediadores do processo de ensino e tiveram como centralidade o aluno, ressaltando esses aspectos fundamentais desta metodologia de ensino, sendo, portanto, uma metodologia ativa.

5. CONCLUSÕES

Portanto, os resultados indicam que o uso de objetos concretos e manipuláveis pode melhorar significativamente a compreensão de conceitos abstratos, tornando o ensino de Matemática mais acessível e interessante, todavia, a eficácia dessa abordagem depende da formação adequada dos professores, que devem atuar como mediadores e promover reflexões durante as atividades. Com isso, a metodologia tem potencial para estimular o pensamento crítico e o raciocínio lógico dos alunos, alinhando-se aos objetivos da Educação Básica, recomenda-se que a formação docente inclua a instrumentalização necessária para o uso eficaz dessa metodologia ativa de ensino.

Além disso, nota-se a necessidade de envolvimento de pesquisadores da área de Educação Matemática e de professores da Educação Básica no intuito de buscar um intercâmbio de experiências, a elaboração de materiais didáticos inovadores e a realização de estudos de caso colaborativos, para enriquecer ainda mais esse campo de pesquisa e proporcionar um ambiente propício para o desenvolvimento contínuo do ensino da Matemática, pois a construção coletiva do conhecimento é fundamental para impulsionar a evolução das práticas pedagógicas e assim contribuir para uma formação integral aos alunos.

Diante do exposto, o uso de materiais concretos e manipuláveis possui potencial de impulsionar habilidades cognitivas, além de aspectos motores, perceptivos e emocionais, como coordenação motora, visão espacial, persistência, paciência, autoestima, relacionamento interpessoal e criatividade. E com isso, precisa ser incluído nos repertórios de metodologias dos professores de Matemática na Educação Básica pelas escolas, sejam elas públicas ou privadas, inclusive em diferentes contextos sociais e/ou culturais.

Enfim, vale ressaltar que para ter uma visão mais ampla do estudo do uso de materiais concretos e manipuláveis para o ensino de matemática na Educação Básica, por exemplo para se realizar futuramente uma pesquisa do tipo Estado da Arte, necessita coletar mais informações, com isso para o desdobramento desta pesquisa recomenda-se a coleta de dados em outras fontes tais como a BDTD, Scielo, Portal de Periódicos da CAPES, Google Acadêmico, dentre outras.

6. REFERÊNCIAS

- BALDISSERA, Altair. A geometria trabalhada a partir da construção de figuras e sólidos geométricos. Portal dia a dia educação, Secretaria da Educação do Paraná, p. 832-4, 2008. Disponível em: <http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes_pde/artigo_altair_baldissera.pdf> Acesso em 15 nov. 2024
- BRASIL. BNCC: Base Nacional Comum Curricular. Ensino Fundamental. 2017. Disponível em: < <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/#fundamental>> Acesso em 13 out. 2024.
- BRASIL. BNCC: Base Nacional Comum Curricular. Ensino Médio. 2017. Disponível em: < <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/#medio>> Acesso em 13 out. 2024.R
- BRASIL. PCN: Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos Ensino Fundamental. 1998. Disponível em: < <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/historico> >. Acesso em 16 out. 2024.
- CARDOSO, Raiane Ribeiro et al. O saber docente e a formação profissional: a relação entre o saber cotidiano e escolar no ensino e aprendizagem de matemática na educação básica. Research, Society and Development, v. 11, n. 2, 2022. Disponível em: < <https://rsdjournal.org/index.php/rsd/article/view/25853/22819>> Acesso em 15 out. 2024.
- FREITAS, Mussi de, Ricardo Franklin et al. Pesquisa Quantitativa e/ou Qualitativa: distanciamentos, aproximações e possibilidades. Revista Sustinere, v. 7, n. 2, p. 414-430, 2019. Disponível em: < <https://www.e-publicacoes.uerj.br/sustinere/article/view/41193>> Acesso em 13 dez. 2024.
- GERVÁZIO, S. N. Materiais concretos e manipulativos: uma alternativa para simplificar o processo de ensino/aprendizagem da matemática e incentivar à pesquisa. Publicado na Revista Eletrônica Paulista de Matemática em 09/07/2017. Disponível em: <<https://www.fc.unesp.br/Home/Departamentos/Matematica/revistacqd2228/v09a04-materiais-concretos-e-manipulativos.pdf>>. Acesso em 25 out. 2024.
- LUIS, Silviane Rigolon. Concepção de uma sequência de ensino para o estudo da semelhança: do empírico ao dedutivo. 2006. Disponível em: < <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11094>>. Acesso em 03 nov. 2024.
- LUNA, Sergio Vasconcelos de. Planejamento de pesquisa: uma introdução. São Paulo: EDUC, 1996. 108 p. Disponível em: <https://www.unijales.edu.br/library/downebook/id:214> Acesso em 04 nov. 2024.
- PARAIZO, Ricardo Ferreira. Ensino de Geometria Espacial com Utilização de Vídeos e Manipulação de Materiais Concretos–Um Estudo no Ensino Médio. Universidade Federal de Juiz de Fora. MG. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, v. 196, 2012. Disponível em: < <https://repositorio.ufjf.br/jspui/handle/ufjf/1746>> Acesso em: 27 out. 2024.
- PEDROSA FILHO, Celso. Uma experiência de introdução do raciocínio combinatório com alunos do primeiro ciclo do ensino fundamental:(7-8 anos). 2008. Disponível em: < <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11299>>. Acesso em 13 nov. 2024
- SANTOS, Amarildo Aparecido dos et al. Uma sequência de ensino para o estudo das propriedades dos polígonos via pavimentação. 2007. Disponível em: < <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11252>>. Acesso em 10 nov. 2024.
- SANTOS, Odilon Júlio dos. A relação de Euler para poliedros. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio Grande do Norte. 2014. Disponível em: <https://sucupira-legado.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=4063451>. Acesso em 20 out. 2024.

- SILVA, Gilson Lopes da. Um olhar para as questões de geometria plana da OBMEP dos níveis 1 e 2 com o uso de materiais concretos manipuláveis: o que fazer para levar os problemas para a realidade dos alunos da rede pública de ensino. 2022. Disponível em <https://sucupiralegado.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=13771550>. Acesso em 24 out. 2024.
- SILVA, Silvia Barbosa da. O uso de materiais concretos como recurso à visualização, manipulação e construção de conceitos de sólidos geométricos. 2023. Disponível em: <https://sucupiralegado.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=14074777>. Acesso em 13 out. 2024.
- SOARES FILHO, Edson. Hometetia e semelhança de triângulos: uma proposta de ensino utilizando materiais concretos e manipuláveis. 2014. Disponível em: <https://sucupiralegado.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=2018024>. Acesso em: 06 out. 2024.
- SOUSA, Angélica Silva de; OLIVEIRA, Guilherme Saramago de; ALVES, Laís Hilário. A pesquisa bibliográfica: princípios e fundamentos. Cadernos da FUCAMP, v. 20, n. 43, 2021. Disponível em < <https://revistas.fucamp.edu.br/index.php/cadernos/article/view/2336>> Acesso em: 02 nov. 2024
- RODRIGUES, F. C.; GAZIRE, E. S. Reflexões sobre uso de material didático manipulável no ensino de matemática: da ação experimental à reflexão. Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática, Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 187-196, 2012. Disponível em: <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/19811322.2012v7n2p187/2460>> Acesso em 23 nov. 2024.
- VALE, I.; BARBOSA, A. Materiais manipuláveis para aprender e ensinar geometria. Boletim GEPEM, Seropédica, n. 65, p. 3-16, jul./dez. 2014. Disponível em: < <https://doi.editoracubo.com.br/10.4322/gepem.2015.011>>. Acesso em 29 nov. 2024.