



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE GOIÁS-IFG
CÂMPUS VALPARAÍSO DE GOIÁS
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

**PROBLEMAS PRESENTES EM LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA
ENVOLVENDO CONTEÚDOS DE GEOMETRIA: UMA ANÁLISE A PARTIR DA
MATRIZ DE CONTINUIDADE DE PROBLEMAS**

WESLEY SPACIN DA SILVA FILGUEIRA

VALPARAÍSO-GO

2024

WESLEY SPACIN DA SILVA FILGUEIRA

**PROBLEMAS PRESENTES EM LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA
ENVOLVENDO CONTEÚDOS DE GEOMETRIA: UMA ANÁLISE A PARTIR DA
MATRIZ DE CONTINUIDADE DE PROBLEMAS**

Trabalho de Conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás (IFG), Câmpus Valparaíso de Goiás, como requisito parcial para a conclusão do Curso e obtenção do título de licenciado em Matemática.

ORIENTADORA: Profa. Dra. Márcia Rodrigues Leal.

VALPARAÍSO-GO

2024



INSTITUTO FEDERAL
Goiás

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
SISTEMA INTEGRADO DE BIBLIOTECAS

TERMO DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAÇÃO NO REPOSITÓRIO DIGITAL DO IFG - ReDi IFG

Com base no disposto na Lei Federal nº 9.610/98, AUTORIZO o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, a disponibilizar gratuitamente o documento no Repositório Digital (ReDi IFG), sem ressarcimento de direitos autorais, conforme permissão assinada abaixo, em formato digital para fins de leitura, download e impressão, a título de divulgação da produção técnico-científica no IFG.

Identificação da Produção Técnico-Científica

- | | |
|--|---|
| ☐ Tese | ☐ Artigo Científico |
| ☐ Dissertação | ☐ Capítulo de Livro |
| ☐ Monografia – Especialização | ☐ Livro |
| ☒ TCC - Graduação | ☐ Trabalho Apresentado em Evento |
| ☐ Produto Técnico e Educacional - Tipo: _____ | |

Nome Completo do Autor: Wesley Spacin da Silva Filgueira

Matrícula: 20201150040199

Título do Trabalho: Problemas presentes em livros didáticos de matemática envolvendo conteúdos de geometria: uma análise a partir da matriz de continuidade de problemas

Autorização - Marque uma das opções

1. ☒ Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso aberto);
2. ☐ Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG somente após a data ____/____/____ (Embargo);
3. ☐ Não autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso restrito).

Ao indicar a opção **2 ou 3**, marque a justificativa:

- ☐ O documento está sujeito a registro de patente.
☐ O documento pode vir a ser publicado como livro, capítulo de livro ou artigo.
☐ Outra justificativa: _____

DECLARAÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO NÃO-EXCLUSIVA

O/A referido/a autor/a declara que:

- i. o documento é seu trabalho original, detém os direitos autorais da produção técnico-científica e não infringe os direitos de qualquer outra pessoa ou entidade;
- ii. obteve autorização de quaisquer materiais incluídos no documento do qual não detém os direitos de autor/a, para conceder ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás os direitos requeridos e que este material cujos direitos autorais são de terceiros, estão claramente identificados e reconhecidos no texto ou conteúdo do documento entregue;
- iii. cumpriu quaisquer obrigações exigidas por contrato ou acordo, caso o documento entregue seja baseado em trabalho financiado ou apoiado por outra instituição que não o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás.

Local Valparaíso de Goiás, Data 10/05/2024.

Assinatura do Autor e/ou Detentor dos Direitos Autorais

Ficha catalográfica elaborada pelo bibliotecário Helio Lino Delfino (CRB-1/3031),
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

F481p

Filgueira, Wesley Spacin da Silva.
Problemas presentes em livros didáticos de matemática
envolvendo conteúdos de geometria: uma análise a partir
da matriz de continuidade de problemas. / Wesley Spacin
da Silva Filgueira. - Valparaíso de Goiás, 2024.
79 f.: il.

Orientadora: Márcia Rodrigues Leal.
TCC (Graduação - Licenciatura em Matemática) -
- Instituto Federal de Goiás - IFG, Campus
Valparaíso de Goiás, 2024.

1. Livros didáticos - Matemática. 2. Geometria. 3.
Matriz de continuidade de problemas. I. Leal, Márcia
Rodrigues. II. Título.

CDD 510



INSTITUTO FEDERAL
Goiás

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE GOIÁS
CÂMPUS VALPARAÍSO

Termo de Aprovação

WESLEY SPACIN DA SILVA FILGUEIRA

PROBLEMAS PRESENTES EM LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA ENVOLVENDO CONTEÚDOS DE GEOMETRIA: UMA ANÁLISE A PARTIR DA MATRIZ DE CONTINUIDADE DE PROBLEMAS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás – Câmpus Valparaíso de Goiás, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Monografia defendida e aprovada em 22 de abril de 2024 pela banca examinadora constituída pelos seguintes membros:

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Márcia Rodrigues Leal
Presidente da banca / Orientador
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás

Profa. Dra. Maria do Carmo dos Reis
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás

Prof. Esp. Luiz Fernando Ferreira Machado
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás

Valparaíso de Goiás – GO

2024

Documento assinado eletronicamente por:

- **Maria do Carmo dos Reis**, PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO, em 22/04/2024 21:59:09.
- **Marcia Rodrigues Leal**, PROF ENS BAS TEC TECNOLOGICO-SUBSTITUTO, em 22/04/2024 21:55:59.
- **Luiz Fernando Ferreira Machado**, PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO, em 22/04/2024 21:45:46.

Este documento foi emitido pelo SUAP em 22/04/2024. Para comprovar sua autenticidade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse <https://suap.ifg.edu.br/autenticar-documento/> e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 528706
Código de Autenticação: 6badf8ec1b



DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a todos os profissionais da Educação, da Educação Matemática e da Matemática que se preocupam com a melhoria do ensino, tendo como objetivo principal educar e encantar os estudantes, mostrando o quão importante e prazeroso é o aprendizado matemático.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, agradeço à Deus pela vida que tenho, pela família maravilhosa que tenho, pelos bons amigos, emprego, familiares, amigos, colegas, professores.

Agradeço ao Sr. Jesus Cristo por me tornar digno de viver e vivenciar esta vida que me foi dada por Deus e usufruir de tanta coisa boa.

Agradeço à minha esposa, que tanto amo, sempre dedicada, companheira, amiga e compreensiva, o pilar da minha vida e da minha família, que deu à luz a minha filha, o que, na minha opinião, é o maior presente que um homem pode ter na vida.

Obrigado aos amigos e colegas pelo companheirismo de sempre.

Agradeço aos professores do curso de Licenciatura em Matemática, especialmente minha orientadora, a Professora Doutora Márcia Rodrigues Leal, pela paciência e orientação.

A todos os membros da banca examinadora por terem aceito participar da avaliação deste trabalho, a professora Doutora Maria do Carmo dos Reis, o professor Especialista Luiz Fernando Ferreira Machado e a professora Mestre Raimunda de Oliveira.

Agradeço ainda, a todos os que, direta ou indiretamente, contribuíram com a construção deste trabalho.

RESUMO

A resolução dos problemas é uma poderosa ferramenta que pode ser utilizada no processo de ensino e aprendizagem da matemática. Saber trabalhar com os diversos tipos de problemas no contexto da sala de aula, desde os fechados aos abertos, significa propiciar uma melhor produtividade neste processo, tanto para o professor, quanto para o estudante. Nesse entendimento, o presente trabalho teve por objetivo analisar problemas presentes em Livros Didáticos (LDs) de Matemática do Ensino Médio, envolvendo os conteúdos de Geometria. Para isso utilizou-se uma coleção de LDs de matemática adotada para turmas de ensino médio em uma escola do estado de Goiás. O foco do estudo foi verificar os tipos de problemas presentes na coleção escolhida com base na Matriz de Continuidade de Problemas proposta por Schiever e Maker (2003). Utilizou-se teóricos como Gontijo *et al* (2019), Fonseca e Gontijo (2020, 2021), Schiever e Maker (2003), Polya (1995), entre outros. Este estudo apresentou uma abordagem de pesquisa qualitativa, verificou problemas matemáticos presentes em uma coleção de LDs, voltados ao campo de Geometria, verificou se na coleção analisada, os problemas atenderam ao proposto pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e ainda, mensurou a proporção em que os tipos de problemas são utilizados. Nesse desenvolvimento metodológico realizou-se as seguintes etapas: 1ª) Seleção da coleção de LDs; 2ª) Seleção do conteúdo do campo da Geometria; 3ª) Catálogo dos problemas selecionados na coleção e; 4ª) Análise de todo o material coletado. Os resultados evidenciaram que é possível que os professores de matemática, que estejam utilizando a coleção dos LDs como única fonte de problemas, podem estar fazendo uso de problemas apenas do tipo “fechado”, o que torna o processo de estimular o Pensamento Crítico e Criativo nos estudantes mais difícil. Pois, a nível de problemas matemáticos, os teóricos citados defendem que o uso de problemas do tipo “aberto” tem melhor eficácia no processo de ensino e aprendizagem, com intuito de estimular nos estudantes a criatividade em matemática. Enfim, identificou-se na coleção analisada apenas problemas fechados, percebendo que a grande maioria são do Tipo I e II, não se evidenciou problemas do Tipo III, bem como não foi identificado nenhum problema aberto (que vão do Tipo IV ao VI). Nesse sentido, sugeriu-se a inclusão de problemas que sejam de cunho abertos nos LDs de matemática e que se repense no processo de formação dos professores, de modo que estes sejam habilitados a estimular nos estudantes o Pensamento Crítico e Criativo em matemática.

Palavras-chave: Problemas fechados e abertos; Livro Didático de Matemática; Pensamento Crítico e Criativo; Geometria; Matriz de Continuidade de Problemas.

ABSTRACT

Problem solving is a powerful tool that can be used in the process of teaching and learning mathematics. To know how to work with the various types of problems in the classroom context, from closed to open, means providing better productivity in this process, both for the teacher and for the student. In this understanding, this research aimed to analyze problems present in High School Mathematics Textbooks (LDs), involving the Geometry contents. For this purpose, we used a mathematics textbooks collection used for high school classes in a school in the Goiás state. The focus of the study was to verify the types of problems present in the chosen collection based on the Problem Continuity Matrix proposed by Schiever and Maker (2003). Theorists such as Gontijo *et al* (2019), Fonseca and Gontijo (2020, 2021), Schiever and Maker (2003), Polya (1995), among others, were used. This study presented a qualitative research approach, verified mathematical problems present in a collection of textbooks, focused on the Geometry discipline, it was verified if in the analyzed collection, the problems met the requirements in the Base Nacional Curricular Comum (BNCC) and also measured the proportion in which the types of problems are used. In this methodological development, the following steps were carried out: 1) Selection of the textbooks collection; 2nd) Selection of the content of the Geometry discipline; 3) Catalogue of the problems selected in the collection and; 4th) Analysis of all collected material. The results showed that there are signs that mathematics teachers, who are using the textbook collection as the only source of problems, may be using problems only of the "closed" type, which makes the process of stimulating Critical and Creative Thinking in students more difficult. Because, at the level of mathematical problems, the aforementioned theorists argue that the use of "open" problems is more effective in the teaching and learning process, in order to stimulate creativity in mathematics in students. Finally, only closed problems were identified in the analyzed collection, realizing that the majority are Type I and II, no Type III problems were found, as well as no type "open" problems (ranging from Type IV to VI) were identified. Therefore, it was suggested the inclusion of problems that are open type in mathematics textbooks and that the process of teacher training be rethought, so that they are able to stimulate in students Critical and Creative Thinking in mathematics.

Keywords: Closed and open type problems; Mathematics Textbook; Critical and Creative Thinking; Geometry; Problem Continuity Matrix.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	13
CAPÍTULO 1	
1 ELABORAÇÃO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS, A MATRIZ DE CONTINUIDADE DE PROBLEMAS E A HISTORICIDADE DOS LIVROS DIDÁTICOS.....	18
1.1 Elaboração e Resolução de Problemas Matemáticos: o que dizem as pesquisas sobre sua relevância no processo de ensino e aprendizagem.....	18
1.2 Reflexões sobre a Elaboração e Resolução de Problemas.....	30
1.3 Problemas fechados e abertos a partir da Matriz de Continuidade de Problemas.....	35
1.4 A historicidade dos Livros Didáticos.....	36
1.5 Os Livros Didáticos de Matemática no Brasil e sua importância no trabalho do professor.....	41
CAPÍTULO 2	
2 A METODOLOGIA DE PESQUISA E A COLEÇÃO DOS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA UTILIZADOS NA PESQUISA.....	50
2.1 Metodologia de pesquisa.....	50
2.2 Apresentação da coleção dos livros didáticos de Matemática	51
CAPÍTULO 3	
3 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS: RESULTADOS E DISCUSSÕES....	54
3.1 Análise e reflexões quanto ao Volume 1.....	54
3.2 Análise e reflexões quanto ao Volume 2.....	56
3.3 Análise e reflexões quanto ao Volume 3.....	59
CONCLUSÃO.....	70
REFERÊNCIAS.....	74

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Matriz de Continuidade de Problemas	35
Figura 2 - O livro do povo, de 1863, destacou-se e foi um best-seller nacional.....	37
Figura 3 - Imagens dos primeiros livros didáticos	38
Figura 4 - Capa do livro Aritmética Elementar de Antônio Trajano	42
Figura 5 - Volume 1, 2 e 3 da coleção Fundamentos da Matemática Elementar.....	43
Figura 6 - Volume 4, 5 e 6 da coleção Fundamentos da Matemática Elementar.....	47
Figura 7 - Volume 7, 8 e 9 da coleção Fundamentos da Matemática Elementar.....	47
Figura 8 - Volume 10 e 11 da coleção Fundamentos da Matemática Elementar.....	46
Figura 9: Volume 11 da coleção Fundamentos da Matemática Elementar.....	46
Figura 10: Volume 1 da coleção Matemática - Ciências e Aplicações.....	46
Figura 11: Volume 1 da coleção Matemática - Ciências e Aplicações.....	47
Figura 12: Coleção Quadrante de Matemática e suas Tecnologias.....	48
Figura 13 - Coleção “Quadrante” de Livros Didáticos de Matemática.....	52
Figura 14 - Problemas do Tipo I (volume 1) números 3 e 4.....	54
Figura 15 - Problema do Tipo I (volume 1) número 31.....	55
Figura 16 - Problema do Tipo II (volume 2) número 09 (desafio).....	57
Figura 17 - Problema do Tipo II (volume 2) número 06.....	58
Figura 18 - Problema do Tipo I (volume 3) número 14.....	60
Figura 19 - Problema do Tipo I (volume 3) número 10.....	60
Figura 20 - Problema do Tipo II (volume 3) número 13.....	61
Figura 21 - Problema do Tipo II (volume 3) número 03.....	62
Figura 22 - Modelo de Oficinas de Estímulo ao Pensamento Crítico e Criativo.....	68

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Produções selecionadas do ano de 2013 a 2023.....	21-22
Quadro 2 - Como resolver um problema segundo Polya.....	32
Quadro 3 - Relação da quantidade e percentuais de cada tipo de problemas identificados na coleção.....	64

LISTA DE SIGLAS

IFG - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás

LDB - Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional

BNCC - Base Nacional Comum Curricular

LDs - Livros didáticos

MEC - Ministério da Educação e Cultura

ABP - Aprendizagem Baseada em Problemas

PCNEM - Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio

PNLD - Programa Nacional do Livro e do Material Didático

GPEA - Grupo de Pesquisa em Educação Algébrica

INL - Instituto Nacional do Livro

FNDE - Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação

FENAME - Fundação Nacional do Material Escolar

FAE - Fundação de Assistência ao Estudante

PNLEM - Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio

PNLA - Programa Nacional do Livro Didático para a Alfabetização de Jovens e Adultos

PBA -Programa Brasil Alfabetizado

INTRODUÇÃO

Uma das formas de buscar uma melhoria na qualidade da educação é olhar para a finalidade da mesma, pois a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) de 1996, aponta no seu artigo 2º, que “a Educação [...] tem por finalidade, o pleno desenvolvimento do educando, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho” (BRASIL, 1996, p. 01). O que possibilita inferir que a Educação prepara o ser humano em sua individualidade (cognição, estabilidade emocional, processo cultural, ter autocrítica, capacidade de viver em sociedade, etc), como cidadão (ser capaz de exercer cidadania) e profissionalmente (poder ingressar e permanecer no mercado de trabalho).

Essa melhoria na qualidade da Educação pode ser alcançada através de metodologias de ensino que tornem todo o processo de ensino e aprendizagem mais eficaz, instigante, criativo de modo que se alcance competências e habilidades destacadas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Uma das metodologias mais comuns, presentes no contexto das aulas de matemática em todos os níveis de ensino é a elaboração e a resolução de problemas (PEREIRA, 2021). Segundo o autor no Ensino Médio:

A formulação de problemas e sua resolução também são citados na BNCC como processos necessários para o desenvolvimento de competências específicas, em contextos diversos, ou seja, da própria Matemática, incluindo os do âmbito tecnológico e de outras áreas do conhecimento (PEREIRA, 2021, p. 1521).

A importância da elaboração e da resolução de problemas tem sido objeto de estudos e pesquisas nos tempos atuais, notadamente quando se trata da didática do ensino de matemática. Onde cada vez mais, existem preocupações entre os envolvidos na área da Educação em melhorar o processo de ensino e aprendizagem, sendo que a resolução e elaboração de problemas pode ser um dos recursos a ser utilizado no contexto das aulas, pois sendo de preponderante importância para a educação, poderá ofertar suporte à curiosidade dos estudantes, ao mesmo tempo que propicia situações reais para a sala de aula, bem como para fora dela, propiciando possibilidades de descobertas e instigando a criatividade.

Nesse entendimento o processo de ensino e aprendizagem que pode ser “baseado em problemas, tem como propósito tornar o aluno capaz de construir o

aprendizado conceitual, procedimental e atitudinal por meio de problemas propostos que o expõe a situações motivadoras e o prepara para o mundo do trabalho” (BOROCHOVICIUS; TORTELLA, 2014, p. 263). Desta forma, a preocupação com metodologias que sejam alinhadas à prática da elaboração e resolução de problemas também faz parte das expectativas almejadas pelas competências propostas pela BNCC (BRASIL, 2018). Dentre as dez competências gerais da Educação Básica, destaca-se a de número 2 que discorre sobre a importância de:

Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas (BRASIL, 2018, p. 9).

Como visto nessa competência, instigar a imaginação e a criatividade no contexto da sala de aula é uma estratégia importante nesse processo de aprendizagem do estudante, pois, como menciona Gontijo e Fonseca (2020), refletir sobre a importância de estímulos ao Pensamento Crítico e Criativo, bem como também o científico, faz com que o estudante tenha liberdade e confiança para refletir sobre soluções possíveis diante de um problema.

O pensar crítico e criativo é uma habilidade que proporciona um olhar mais reflexivo sobre a vida, que possibilita construir saberes a partir do questionamento, do confronto de ideias através do diálogo, oportunizar que o estudante tenha uma visão crítica do mundo ao seu redor, amplia sua inteligência e faz com que o indivíduo se reconheça como ser pensante e transformador da realidade (SEBRAE, 2023).

No processo de ensino e aprendizagem na área da matemática, o uso de problemas matemáticos no contexto das aulas, é uma forma de poder ajudar o estudante a despertar e aprimorar o pensamento crítico e criativo. Compreende-se, portanto, que estratégias de resolução e elaboração de problemas podem ajudar o professor a ter uma noção do nível de compreensão dos estudantes a respeito da matéria. Os problemas propostos devem também, estimular a criatividade e o pensamento crítico nos estudantes, com o intuito de melhorar o processo de ensino e aprendizagem, com vistas a alinhar às expectativas da BNCC, quanto aos estímulos à curiosidade intelectual, sendo capazes de refletir, apresentar análise crítica, bem como formular e resolver problemas, refletindo sobre as suas soluções (BRASIL, 2018).

Neste sentido, alguns recursos didáticos podem ser utilizados em sala de aula de modo a auxiliar o professor no desenvolvimento das aulas. Os livros didáticos, por exemplo, são instrumentos que enriquecem o processo de ensino, oportunizando ao estudante maior exploração desse material, com a ajuda do professor ou mesmo resolvendo os problemas que são propostos nos livros didáticos individualmente.

No contexto da sala de aula, percebe-se que a utilização dos LDs, por vezes, se apresenta como único recurso didático disponibilizado ao professor. Nesses casos, os professores seguem o conteúdo e usam como ferramenta, apenas, os problemas apresentados nos LDs, sem analisar de maneira crítica os problemas que estão sendo ofertados neste material.

Pelo fato de professores e alunos fazerem uso dos LDs como única ferramenta, estes acabam se apresentando como recurso importante ao processo de ensino e aprendizagem na matemática (MACÊDO; BRANDÃO e NUNES, 2019). Os livros didáticos adotados pelas escolas trazem, tanto as propostas de conteúdos, quanto os problemas de matemática para fixação da aprendizagem dos estudantes para serem trabalhados em sala de aula.

Nesse ínterim, vale questionar: Será que esses livros didáticos estão trazendo problemas que despertam, estimulam e dão espaço para o despertar do pensamento crítico e criativo dos estudantes?

Diante dessa indagação, este trabalho propôs responder ao questionamento apresentado nesta pesquisa, que teve por objetivo analisar problemas presentes em Livros Didáticos (LDs) de Matemática do Ensino Médio, envolvendo os conteúdos de Geometria.

Nessa direção, a partir do objetivo geral, também se almejou quatro objetivos específicos, a saber:

- a) Realizar revisão bibliográfica apresentando produções que auxiliem na sustentação teórica deste estudo, evidenciando discussões e apontamentos de pesquisas publicadas quanto à importância da resolução de problemas para o processo de ensino e aprendizagem da matemática;
- b) Identificar problemas do Tipo I ao Tipo VI (fechados e abertos) de acordo com a Matriz de Continuidade de Problemas na coleção escolhida para ser analisada;

- c) Reconhecer indícios de estímulos ao Pensamento Crítico e Criativo em Matemática na constituição dos problemas propostos pela coleção analisada, e;
- d) Identificar se os problemas que envolvem o campo da Geometria contidos nos Livros Didáticos de Matemática oferecem desafios, curiosidades e estímulos à criatividade.

Assim, nesta pesquisa selecionou-se problemas presentes nos LDs de Matemática com embasamento na Matriz de Continuidade de Problemas, proposta por Schiever e Maker (2003), adaptada por Fonseca e Gontijo (2021). Selecionou-se três volumes da coleção “Quadrante” para o Ensino Médio, disponibilizada por um colégio da rede estadual de Goiás, com o intuito de se analisar nesta coleção apenas conteúdo do campo da Geometria.

A escolha do colégio se deu pela proximidade do pesquisador com a coordenação, que em um diálogo manifestou interesse em colaborar com esta pesquisa, informando ao pesquisador que o mesmo poderia obter uma coleção de LDs (física) para realizar sua análise. A coordenação informou sobre o processo de escolha dos LDs a serem adotados nos anos seguintes, mostrando alguns exemplares disponibilizados pelas editoras que poderiam ser adotados pelo colégio.

Após informar sobre o interesse em fazer uma análise de uma das coleções de LDs que estavam sendo oferecidos à escola para possível escolha de uso, a coordenação permitiu o acesso aos LDs, sendo disponibilizado na ocasião uma coleção física que foi publicada no ano de 2016 (na qual era idêntica a uma das coleções a serem escolhidas posteriormente). Vale abordar que a parceria realizada entre o pesquisador e o colégio foi de manter o anonimato da instituição, sendo divulgado, apenas, a identificação da coleção.

Assim, foram analisados todos os problemas dos capítulos voltados ao campo da Geometria presente na coleção de acordo com a Matriz de Continuidade de Problemas proposta por Schiever e Maker (2003). Foi realizada a seleção da amostra dos problemas presentes nos LDs, separando alguns problemas de cada volume que estivessem de acordo com a proposta de pesquisa para se realizar as análises.

A partir dos dados coletados na coleção dos LDs, buscou-se realizar a Análise Documental (MOREIRA, 2008). Pois, apresenta-se um estudo com abordagem de pesquisa qualitativa, que utilizou também embasamento em pesquisas realizadas no

período de 2013 a 2023, sendo estas teses, dissertações e artigos, que trazem objetos de estudos que coadunam com reflexões do pesquisador.

Após a classificação dos problemas presentes no LDs, foi possível verificar quais tipos de problemas foram propostos na coleção, a proporção de cada tipo (que vão do Tipo I ao Tipo VI) e se estavam trabalhando com todos os tipos de problemas (fechados e abertos). Também foi possível realizar uma apresentação das porcentagens de cada tipo de problema presente nos LDs selecionados.

Nesse aspecto, incorporam os motivos pelos quais o pesquisador almejou realizar este estudo, sendo que foi a partir das observações realizadas no decorrer dos Estágios Supervisionados do curso, no qual o pesquisador enquanto estagiário, percebeu que os professores regentes das turmas não necessariamente utilizavam livros didáticos nas aulas de Matemática. Identificando a necessidade de se verificar até que ponto os LDs auxiliam o trabalho do professor no processo de ensino de matemática, sendo que há indícios que os LDs, para muitos professores, pode ser um dos poucos recursos utilizados no contexto das aulas, senão o único.

Logo, este trabalho está organizado do seguinte modo:

Primeiro apresenta-se a introdução que aborda aspectos gerais da temática, a finalidade da educação, a importância da elaboração e resolução de problemas, questão norteadora, objetivo geral e específicos, bem como os motivos pelos quais se almeja realizar o estudo e a descrição da organização deste estudo.

O primeiro capítulo discorreu sobre o que dizem as pesquisas sobre a importância da elaboração e resolução de problemas no processo de ensino e aprendizagem, fazendo reflexões sobre este assunto. Traz a Matriz de Continuidade de Problemas proposta por Shiever e Maker (2003) adaptada por Fonseca e Gontijo (2021), finalizando com a historicidade dos LDs.

O segundo capítulo revelou a metodologia utilizada na presente pesquisa e apresentou a coleção de LDs analisados neste trabalho.

O terceiro capítulo apresentou os resultados e discussões do trabalho, com análise dos três volumes da coleção.

Após os capítulos, se expôs as considerações finais que trazem aspectos relevantes sobre a coleção, evidenciando os tipos de problemas existentes nos LDs, conforme a Matriz de Continuidade de Problemas. E por último, discorreu-se sobre as referências utilizadas na construção deste trabalho.

CAPÍTULO 1

1 ELABORAÇÃO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS, A MATRIZ DE CONTINUIDADE DE PROBLEMAS E A HISTORICIDADE DOS LIVROS DIDÁTICOS

Este primeiro capítulo traz abordagens sobre a importância da elaboração e resolução de problemas no processo de ensino e aprendizagem nas aulas de matemática, evidenciando o que as pesquisas publicadas no período de 2013 a 2023 dizem sobre essa temática, elencando também sobre a importância de se estimular o pensamento crítico e pensamento criativo dos estudantes. Apresentou-se um quadro que traz o mapeamento de pesquisas com a síntese descritiva de cada uma dessas produções (teses, dissertações e artigos).

O capítulo traz também, reflexões sobre elaboração e resolução de problemas fazendo conexões quanto a Matriz de Continuidade de Problemas proposta por Shiever e Maker (2003) adaptada por Fonseca e Gontijo (2021), discorrendo sobre os tipos de problemas classificados neste contexto de problemas fechados e problemas abertos (que vão do Tipo I ao Tipo VI). Ainda, neste capítulo se faz o registro histórico dos Livros Didáticos no Brasil, enfatizando sobre a importância dos LDs para os professores de matemática e sua relevância no processo de ensino e aprendizagem.

1.1 Elaboração e Resolução de Problemas Matemáticos: o que dizem as pesquisas sobre sua relevância no processo de ensino e aprendizagem.

Os problemas matemáticos, de acordo com os estudos de Borochovcicius e Tortella (2014), são importantes ferramentas no processo de ensino e aprendizagem, pois, por meio deles, que os estudantes aprendem a lidar com os problemas da vida cotidiana, propiciando encarar os desafios rotineiros que podem ocorrer no contexto da sala de aula e fora dela. É enfrentando as dificuldades do dia-a-dia que o estudante poderá aprimorar seu processo de formação pessoal e profissional.

Assim, ao considerar o contexto da sala de aula, o professor é peça fundamental na escolha do tipo de problemas que irá propor aos estudantes. Uma vez que, de acordo com o que se pode inferir dos ensinamentos de Chaparin (2019), problemas mal formulados fazem com que os estudantes passem a rejeitar a matéria achando a matemática difícil ou mesmo impossível de aprender. Ao passo que

problemas bem formulados são capazes de estimular o estudante a pensar de forma crítica e criativa na busca pela solução.

Levando em conta que uma parcela significativa de professores tem o LD como única fonte de conteúdo e de problemas matemáticos, é possível que professores tenham trabalhado com problemas apenas do tipo fechados nas aulas de matemática. Normalmente, para se resolver esses problemas, basta que o estudante identifique a forma correta de resolver usando as fórmulas que podem ser solicitadas em cada problema. Ao propor problemas abertos, o professor propicia ao estudante a oportunidade de instigar estímulos à criatividade, proporcionando a capacidade de desenvolver fluência, flexibilidade e originalidade de pensamento.

A proposição de problemas fechados e abertos em sala de aula pelo professor, oferecem ao estudante a possibilidade de desafiar a sua mente a encontrar possíveis soluções para esse tipo de problema. Levando isso em conta, os professores devem fazer uso desses problemas para estimular o estudante a pensar na possível solução do problema, bem como que este tenha interesse pela disciplina.

Nessa premissa, ao refletir sobre os problemas matemáticos, que podem ser fechados ou abertos, buscou-se fundamentar esta pesquisa, com pressupostos teóricos que trazem uma reflexão sobre esses tipos de problemas que, por vezes, são propostos aos estudantes do Ensino Médio pelos Livros Didáticos de Matemática.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) apresenta entre as dez competências propostas para a Educação Básica reflexões a serem adaptadas e inseridas nos livros didáticos distribuídos para todos os níveis de ensino. Neste sentido, a segunda competência geral da BNCC (BRASIL, 2018) dispõe sobre a necessidade de fazer com que se instigue no estudante “a imaginação e criatividade”. Assim, como Fonseca e Gontijo (2021) destacam a importância de estimular o pensamento crítico e criativo dos estudantes, por meio da proposição de problemas matemáticos.

Os problemas matemáticos não devem ser restritos à resolução de exercícios rotineiros e desinteressantes que buscam o aprendizado a partir de reprodução ou imitação. Diante desse apontamento, que evidencia um cenário importante e reflexivo, uma vez que a BNCC busca propor melhorias no processo de ensino e aprendizagem, propondo competências e habilidades que podem propiciar mudanças na prática docente em sala de aula.

Desse modo, de acordo o documento, entre as dez competências gerais propostas para a Educação Básica, pode-se destacar algumas delas, tais como:

5. Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva (BRASIL, 2018. p. 9).

7. Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta (BRASIL, 2018. p. 9).

9. Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza (BRASIL, 2018. p. 10).

10. Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários. (BRASIL, 2018. p. 10).

Dentre as competências gerais, destacou-se a segunda, quinta, sétima, nona e a décima que falam sobre “resolver e formular problemas, resolução de conflitos, análise crítica e criatividade, e flexibilidade” (BRASIL, 2018, p. 10), com foco para resolução de problemas, capacidade de resolver problemas e adquirir consciência crítica e responsabilidade.

Nessa percepção, ao analisar, pensar e criticar algum problema matemático, os estudantes são estimulados a desenvolver tais habilidades, dentro e fora da sala de aula, passando a serem capazes de fazer o mesmo no contexto de suas vidas cotidianas fora da escola. Logo, fica claro a importância da resolução de problemas, principalmente para o ramo da matemática, sem excluir as demais disciplinas, por tratar-se de um verdadeiro treino, tanto para a disciplina, quanto para a vida do estudante.

Essa importância tem sido objeto de estudo de diversos autores que têm pesquisado nessa área de ensino. Assim, destaca-se que se realizou um mapeamento de pesquisas que trazem reflexões sobre elaboração e/ou resolução de problemas, bem como estímulos à criatividade no cenário brasileiro.

Neste mapeamento de pesquisa, utilizou-se o Banco de dados da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) e o Google Acadêmico como fontes de pesquisa, para selecionar as pesquisas desenvolvidas no período de 2013 a 2023, a partir dos descritores “elaboração e resolução de problemas; criatividade em Matemática; aprendizagem baseada em problemas; pensamento crítico; pensamento criativo”.

As pesquisas foram selecionadas inicialmente a partir da análise de seus títulos, fazendo a leitura dos resumos e quando necessário a introdução, separando-as para as análises conforme sua relevância para este estudo.

Verificou-se que as produções apresentaram reflexões similares. O quadro 01 discorre sobre o quantitativo de pesquisas para discussão e análises, das quais foram selecionadas 4 teses, 3 dissertações e 5 artigos, totalizando 12 produções. Essas produções trouxeram abordagens quanto a preocupação relativa à elaboração e a resolução de problemas matemáticos e o estímulo ao Pensamento Crítico e Criativo. São produções que também evidenciaram uma preocupação em levar para a sala de aula problemas matemáticos que estimulem o saber, a criatividade e o pensar crítico dos estudantes.

Quadro 01 - Produções selecionadas do ano de 2013 a 2023.

Produções	Ano de publicação	Título	Palavras-chave	Autor(es)
Teses	2017	Um estudo sobre os componentes da criatividade na solução de problemas matemáticos.	Criatividade; habilidades matemáticas; solução de problemas e testes matemáticos.	ALVARENGA, Rosana Cristina Macelloni.
	2019	A formação continuada de professores que ensinam matemática, centrada na resolução de problemas e em processos do pensamento matemático.	Professores - Educação (Educação permanente); Professores de matemática; Matemática - Estudo e ensino.	CHAPARIN, Rogério Osvaldo.
	2022	Concepções e práticas acerca da criatividade em Matemática: movimentos na formação de um grupo de estudantes de licenciatura em Matemática.	Conhecimentos docentes. Criatividade em Matemática. Ensino de Funções. Formação Inicial de Professores de Matemática. Pensamento Crítico e Criativo em Matemática.	ARAÚJO NETO, Lineu da Costa
	2023	Percepções de licenciandos a respeito da Criatividade em Matemática no campo da Geometria.	Ensino de Geometria. Criatividade em Matemática. Pensamento Crítico e Criativo em Matemática. Formação de professores de Matemática.	LEAL, Márcia Rodrigues.

Dissertações	2017	Estratégias para Elaboração de Problemas Matemáticos para o Ensino Médio.	Problemas Matemáticos; Elaboração de Problemas; heurística	SOUZA, Ligia Taciana Carneiro de.
	2015	A resolução de problemas como estratégia didática para o ensino da matemática.	Matemática - estudo e ensino; Proporcionalidade; Raciocínio Lógico.	SOUSA, Helliton Maia.
	2013	Explorando estratégias diferenciadas na resolução de problemas matemáticos.	Resolução de problemas; Estratégias; Ensino e aprendizagem de Matemática.	FURLANETTO, Virginia.
Artigos	2014	Aprendizagem baseada em problemas: um método de ensino- aprendizagem e suas práticas educativas.	Avaliação; Ensino Superior; aprendizagem baseada em problemas (ABP).	BOROCHO-VICIUS, Eli; TORTELLA, Jussara Cristina Barboza
	2017	A criatividade matemática nas respostas de alunos participantes de uma competição de resolução de problemas.	Criatividade Matemática; Competições Matemáticas; Resolução de Problemas; Indicadores de Criatividade	AMARAL, Nuno; CARREIRA, Susana
	2018	Estimulando a criatividade em matemática em sala de aula através da formulação e resolução de problemas em geometria.	Criação de problemas em geometria. Software de geometria dinâmica. Registros de representação semiótica.	PINHO, José Luiz Rosas; MORETTI, Mércles Thadeu
	2020	O lugar do pensamento crítico e criativo na formação de professores que ensinam matemática.	Pensamento crítico e criativo em matemática. Criatividade em matemática. Formação continuada.	GONTIJO, Cleyton Hércules; FONSECA, Mateus Gianni
	2021	Pensamento Crítico e Criativo em Matemática: uma Abordagem a partir de Problemas Fechados e Problemas Abertos.	Educação Matemática. Criatividade em Matemática. Pensamento Crítico e Criativo em Matemática. Tipos de Problemas. Resolução de Problemas.	FONSECA, Mateus Gianni; GONTIJO, Cleyton Hércules

Fonte: Elaborado pelo autor.

De acordo com os dados coletados nas produções, percebeu-se que:

Cinco produções (SOUZA, 2017; SOUSA, 2015; FURLANETTO, 2013; AMARAL e CARREIRA, 2017; PINHO e MORETTI, 2018) enfatizaram sobre a elaboração, formulação e resolução de problemas, tendo essa ferramenta como uma das principais formas de despertar o Pensamento Crítico e Criativo dos estudantes. Algumas produções discorrem sobre a criatividade na solução de problemas, conceito que demonstra a necessidade de se fazer uso de problemas abertos, cuja possibilidade de serem resolvidos de maneira diferentes faz com que os estudantes possam buscar soluções alternativas para a solução dos problemas;

Cinco produções (ALVARENGA, 2017; ARAÚJO NETO, 2022; LEAL, 2023; GONTIJO e FONSECA, 2020; FONSECA e GONTIJO, 2021) discutiram sobre a criatividade em matemática que deve ser perseguida pelos professores como forma

de orientar os estudantes, a serem capazes de pensar diante de um problema ou situação que envolva certo grau de complexidade. E ainda discutiram sobre o Pensamento Crítico e Criativo em matemática que deve ser estimulado e despertado nos estudantes, bem como a utilizar esses problemas abertos para este fim.

Duas produções (CHAPARIN, 2019; BOROCHOVICIUS e TORTELLA, 2014) ponderaram a aprendizagem baseada em problemas, demonstrando a vantagem de se usar os problemas como ferramenta de aprendizado, com o intuito de estimular os estudantes a terem criatividade e pensamento crítico.

Algumas outras produções discorreram sobre a importância da formação inicial e continuada de professores de matemática, defendendo que os professores devem receber treinamento necessário e contínuo para que possam fazer uso de problemas do tipo aberto, criar esse tipo de problema ou, simplesmente adaptar alguns já encontrados nos livros didáticos. Esse trabalho na formação de professores será fundamental para que os mesmos possam entender a importância do uso dos problemas como ferramenta no processo de ensino e aprendizagem, que visem estimular o desempenho dos estudantes com estímulos à criatividade.

Para melhor compreensão e análise dessas produções que compõem o quadro 01, correu-se sobre as doze pesquisas e suas principais contribuições para esta pesquisa, na ordem em que aparecem no referido quadro. Destacando inicialmente que a pesquisa de Alvarenga (2017, p. 9) reforçou reflexões, quanto a investigar o desempenho e as dificuldades dos estudantes do Ensino Médio relacionado a resolução de problemas que envolvem componentes da criatividade. A autora analisou o discurso presente nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM), expondo algumas indagações como questionar sobre: qual o desempenho dos estudantes na solução de problemas geométricos que podem avaliar os componentes da criatividade? E ainda, “qual o desempenho dos alunos do 2º ano do Ensino Médio na solução de problemas, envolvendo os componentes da criatividade?” (ALVARENGA, 2017, p. 9).

Ainda registrou a autora nos resultados da pesquisa que “os sujeitos tiveram grandes dificuldades em solucionar os problemas propostos, em todos os testes, mostrando um nível baixo de desenvolvimento das habilidades matemáticas” (ALVARENGA, 2017, p. 9). Para a autora:

Em geral, não foram encontradas soluções diferentes e criativas para os problemas. Todos os resultados encontrados puderam trazer uma

compreensão da complexidade de variáveis que interferem no rendimento em Matemática. A análise do discurso mostrou que embora os PCNEM enfatizem o desenvolvimento da criatividade, eles não dão subsídios em seu discurso textual, de conceitualização da mesma e nem como desenvolvê-la, o tratamento dado à criatividade, pelos PCNEM, é muito superficial, não evidenciando ao professor a sua real importância no processo de aprendizagem e ensino da Matemática escolar (ALVARENGA, 2017, p. 9).

A tese de Chaparin (2019) corroborou com a pesquisa de Alvarenga (2017), que abordou sobre a formação continuada de professores que ensinam matemática, com enfoque central na resolução de problemas, bem como em processos do pensamento matemático, onde o autor relatou que participa de pesquisas e estudos de um grupo de pesquisa, intitulado de Grupo de Pesquisa em Educação Algébrica (GPEA), evidenciando preocupações quanto ao processo de formação docente com foco na resolução de problemas.

Segundo o autor, esse grupo teve por objetivo “investigar as possíveis mudanças nas ações docentes de professores que ensinam matemática, durante e após a vivência de um curso de formação continuada com foco na resolução de problemas e nos processos do pensamento matemático” (CHAPARIN, 2019, p. 6). O grupo formado por professores da rede estadual de São Paulo, participou de um curso de atualização de 30 horas, abordando alguns temas. Dentre estes temas disponíveis, o grupo escolheu trabalhar com problemas abertos, que permitissem encontrar todas as possibilidades de resolução, propondo “tarefas que visavam o desenvolvimento dos processos do pensamento matemático” (CHAPARIN, 2019, p. 6).

Segundo Chaparin (2019, p. 6), a conclusão do curso “propiciou mudança nas práticas de sala de aula desses professores e que, principalmente, eles revelaram ter iniciado a incorporar a resolução de problemas às suas atividades de aula”. O que mostrou como essas pesquisas estão sendo de grande importância para a formação continuada dos professores, visando almejar o bom preparo dos professores para alcançar bons resultados, quando se trata da melhoria da qualidade do processo de ensino e aprendizagem.

Para alcançar essa melhoria, é preciso que os professores se detenham de conhecimentos necessários para que possam oferecer aos estudantes aulas que sejam motivadoras, através da utilização de metodologias com o uso de propostas de elaboração e resolução de problemas. É por este motivo, que se deve iniciar esse preparo ainda na formação inicial e continuada dos professores, visto que esse é um caminho interessante, como se pode ver na pesquisa de Araújo Neto (2022).

Na pesquisa de Araújo Neto (2022), o autor apresentou reflexões quanto às concepções e práticas acerca da criatividade em Matemática, evidenciando movimentos na formação de estudantes de um curso de licenciatura em Matemática. Neste estudo, o autor buscou investigar as potencialidades didático-pedagógicas de uma disciplina do 7º semestre do curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade do Distrito Federal (DF).

Registra Araújo Neto (2022), que o objetivo da referida disciplina foi fornecer aos licenciandos uma formação especializada sobre conhecimentos pedagógicos, voltados à criatividade que lhes permitisse desenvolver estratégias de ensino acerca do conteúdo de Funções, por meio de um modelo de Oficinas de Estímulo ao Pensamento Crítico e Criativo em Matemática, proposto por Gontijo e Fonseca (2020) e de problemas contextualizados e interdisciplinares, segundo a Matriz de Estrutura de Continuidade de Problemas proposta por Schiever e Maker (2003).

Ao relatar nas considerações finais de seu estudo, o autor registrou que:

Os resultados obtidos permitiram concluir que o processo formativo baseado em técnicas de criatividade, com problemas contextualizados e interdisciplinares, durante a formação inicial, pode transformar as concepções e práticas pedagógicas de futuros professores de Matemática no âmbito da criatividade em Matemática e favorecer o processo de ensino e aprendizagem do conteúdo de funções (ARAÚJO NETO, 2022, p.10).

Nessa direção, o autor ressaltou a relevância do estímulo à criatividade no processo de ensino e aprendizagem com base em técnicas que sejam apropriadas nesse processo formativo, visando alcançar esses futuros professores. Assim, destacou-se que a pesquisa de Leal (2023) objetivou evidenciar as percepções de futuros professores a respeito da Criatividade em Matemática no campo da Geometria, que segundo registro da autora, o estudo buscou analisar as atividades realizadas em uma disciplina de um curso de licenciatura em Matemática quanto ao seu potencial para o desenvolvimento da Criatividade de futuros professores no campo da Geometria, tanto no aspecto pessoal quanto para a atuação profissional.

A pergunta norteadora da pesquisa foi indagar sobre “Quais as percepções de licenciandos em Matemática sobre a Criatividade em Matemática relacionada à Geometria e a relevância da inclusão desse conteúdo em seu processo de formação?” (LEAL, 2023, p. 10). A autora formou um grupo de pesquisas, que são denominadas em um formato *Multipaper*, com textos organizados em artigos publicados, envolvendo estudantes de um curso de licenciatura em matemática com o objetivo de investigar

possíveis impactos de mudanças que oficinas de pensamento crítico e criativo tiveram na formação dos estudantes.

A pesquisa apontou uma tese de que há contribuições para a formação inicial e continuada de professores de matemática voltadas para a inclusão de tópicos em criatividade matemática em Geometria. Na qual a autora afirmou que:

Com base na literatura e nas análises das informações coletadas na investigação, a tese é que a introdução de tópicos de Criatividade nesse processo de formação de professores de Matemática contribuiu de modo significativo para a resignificação do ensino de Geometria, pois as atividades desenvolvidas na disciplina que tratava do ensino de Geometria envolvendo as oficinas estimularam o Pensamento Crítico e Criativo dos estudantes em formação, fomentando neles o desejo de aplicar esse novo designer de aula na futura prática docente (LEAL, 2023, p. 10).

Ficou evidente pela pesquisa de Leal (2023) que, ao se depararem com o formato dos problemas e sua forma de aplicação em sala de aula, os futuros professores sentiram-se estimulados a fazer uso destes com a utilização de estratégias para a elaboração de problemas matemáticos do tipo aberto no processo de ensino e aprendizagem.

Seguindo este raciocínio, a dissertação de Souza (2017) trouxe um estudo voltado para reflexões quanto às estratégias para elaboração de problemas matemáticos para o Ensino Médio, apresentando um resumo teórico sobre alguns aspectos da resolução de problemas matemáticos através do método heurístico organizado por Polya (1995) e de estudos derivados da obra do autor. Nesta pesquisa “a escrita matemática, os tipos de problemas, as etapas e estratégias de resolução e os elementos que caracterizam um bom problema matemático” (SOUZA, 2017, p. 54). Segundo a autora:

O maior ganho com esta atividade foi despertar no aluno um olhar crítico sobre os problemas matemáticos, percebeu-se no decorrer da atividade um amadurecimento em relação à temática, a preocupação imediata pela busca da resolução cedeu espaço para o pensar sobre o problema, ponderar aspectos como a linguagem matemática, o nível de dificuldade, a capacidade de se expressar precisamente, etc. (SOUZA, 2017, p. 54).

Corroborando com a afirmação de Souza (2017), o maior ganho não é um estudante preocupado em ser capaz de resolver problemas, mas sim um estudante capaz de pensar e se expressar de maneira crítica. Pois, ao explorar estratégias diferenciadas nas elaborações e resoluções de problemas, o estudante poderá apresentar indícios de criatividade, sendo estimulado pelo professor.

Nessa perspectiva, Sousa (2015) trouxe um estudo com ênfase na resolução de problemas a partir de estratégias didáticas voltadas para o ensino da matemática, na qual demonstrou o interesse em se aplicar certos conceitos da matemática pura ao processo pedagógico do ensino da matemática. Para tanto, utilizou a resolução de problemas, o que sustentou ser uma ferramenta eficaz ao ensino. O autor dividiu seu trabalho em três capítulos, sendo que:

O primeiro capítulo finaliza com uma breve reflexão sobre a prática de ensinar. No segundo capítulo, tratamos de questões de proporcionalidade e dos diversos métodos de resolução. Onde, por meio de exemplos genéricos e práticos, são apresentadas, além da teoria, algumas situações envolvendo proporcionalidade. O último capítulo relata o processo de desenvolvimento e avaliação (nos âmbitos: quantitativo e qualitativo) de quatro atividades realizadas em sala de aula. Os resultados das avaliações, ao final do trabalho, mostram contribuições significativas ao ensino da matemática (SOUSA, 2015, p. 7).

Sousa (2015) ressaltou em sua pesquisa a importância da resolução de problemas enquanto estratégia didática no processo de ensino e aprendizagem em matemática, o que despertou interesse de outros pesquisadores da área.

Nessa direção, Furlanetto (2013), apresentou um estudo que explorou estratégias diferenciadas quanto a resolução de problemas matemáticos, buscando defender que o ensino e aprendizagem da Matemática tem sido alvo de preocupação por parte de professores e gestores, pois os resultados alcançados pelos estudantes revelam-se pouco satisfatórios no cenário nacional. Segundo a autora, os estímulos ao desenvolvimento da habilidade de resolver problemas, pode ser “apontado como um dos objetivos principais para a Educação Básica e, nesta perspectiva, cabe ressaltar que existem vários caminhos para se resolver um mesmo problema” (FURLANETTO, 2013, p. 5).

Com isso, a autora buscou responder ao questionamento: quais as diferentes estratégias que os estudantes utilizam na resolução de problemas e como elas interferem neste processo? Para encontrar a resposta, a autora coletou dados bibliográficos e desenvolveu uma intervenção pedagógica com estudantes dos 7º e 8º anos do Ensino Fundamental. Ademais, a autora relatou que percebeu que:

Os participantes passaram a utilizar com maior frequência e eficácia estratégias alternativas ao Cálculo formal e manifestaram preferência por estas formas de resolução. Apresentando, portanto, uma possibilidade para o trabalho com resolução de problemas capaz de auxiliar os estudantes a obterem, de forma autônoma, êxito no processo de aprendizagem (FURLANETTO, 2013, p. 5).

Como se pode observar no estudo de BorochoVICIUS e Tortella (2014) que trata sobre aspectos voltados para a aprendizagem baseada em Problemas, enfatizando um método de ensino-aprendizagem e suas práticas educativas. As autoras apresentaram um método da aprendizagem baseada em problemas que tem como objetivo tornar o “aluno capaz de construir o aprendizado conceitual, procedimental e atitudinal por meio de problemas propostos que o expõe a situações motivadoras e o prepara para o mundo do trabalho” (BOROCHOVICIUS; TORTELLA, 2014, p. 263). As autoras buscaram analisar o desenvolvimento do método no curso de Administração da Universidade do Estado de São Paulo, com foco específico nas disciplinas que tratavam de finanças e que envolviam conceitos teóricos e matemáticos.

Segundo as autoras, “os resultados obtidos indicam que é necessário o aprimoramento na prática docente” (BOROCHOVICIUS; TORTELLA, 2014, p. 263). E ainda evidenciaram que este material contribuirá para a prática docente de muitos professores, uma vez que esta pesquisa propiciará reflexões sobre os processos atualmente aplicados. Assim, cabe salientar a importância de se desenvolver uma aprendizagem que seja baseada em estímulos à criatividade, de maneira a se explorar a resolução de problemas durante as aulas de Matemática.

Nessa direção, a pesquisa de Amaral e Carreira (2017) apresentou a criatividade matemática a partir das respostas de estudantes que participaram de uma competição relacionada a resolução de problemas, enfatizando que a “criatividade é um potencial que pode ser desenvolvido em todos os indivíduos” (AMARAL; CARREIRA, 2017, p. 880). Neste estudo os autores tiveram como objetivo “descrever, caracterizar e compreender a criatividade matemática manifestada nas respostas produzidas por alunos do Ensino Básico (10 a 12 anos) num campeonato de resolução de problemas” (AMARAL; CARREIRA, 2017, p. 880). Sendo que todo processo foi realizado através da Internet.

Percebeu-se que os resultados encontrados por estes autores, revelaram várias “características da criatividade matemática nas produções dos participantes do campeonato, sobressaindo a primazia da originalidade que é reforçada pela capacidade de representação e de mobilização de conhecimento matemático” (AMARAL; CARREIRA, 2017, p. 880). Os autores evidenciaram que conseguiram demonstrar com sua pesquisa, o quão interessante é o pensamento criativo quando

se trata de resolver problemas matemáticos. É surpreendente o que um estudante pode fazer quando é estimulado da forma correta.

Corroborando com esta pesquisa, o estudo de Pinho e Moretti (2018) tratou sobre os estímulos à criatividade em matemática através da formulação e resolução de problemas em geometria em sala de aula. Sendo um relato prático da aplicação de técnicas que auxiliaram os estudantes a criarem os próprios problemas matemáticos, especificamente de Geometria. Segundo os autores a pesquisa trouxe:

Uma atividade em geometria realizada com uma turma de formação de professores de matemática nas quais a metodologia consistiu em fornecer ideias que pudessem funcionar como um estímulo inicial ou como um catalisador para a geração de novos problemas. O uso de um software de geometria dinâmica mostrou-se bastante apropriado como um auxílio nessas tarefas, porém é importante ter consciência de suas limitações. Essa atividade revelou as dificuldades iniciais dos estudantes em criar novos problemas, porém resultados também foram obtidos (PINHO; MORETTI, 2018, p. 55).

Apesar dos desafios encontrados, os autores relataram que resultados foram obtidos, ou seja, o caminho para que os professores estejam preparados para criar problemas que sejam novos, é longo, porém, gratificante.

Seguindo essa linha de raciocínio, o estudo de Gontijo e Fonseca (2020), evidenciou o lugar do Pensamento Crítico e Criativo na formação de professores que ensinam matemática, sendo planejado um conjunto de “oficinas de Pensamento Crítico e Criativo em Matemática, realizado no contexto de formação continuada no espaço escolar” (GONTIJO; FONSECA, 2020, p. 732). Essas oficinas envolveram professores da rede pública de ensino do Distrito Federal.

Nesta pesquisa, os autores buscaram analisar o impacto deste tipo de atividade como suporte ao trabalho do docente, sempre visando estimular o Pensamento Crítico e Criativo nos estudantes. Para os autores:

Uma dessas oficinas que explorou temática no campo das grandezas e medidas e proporcionalidade. As percepções reveladas pelos professores acerca da oficina demonstram que as atividades articulam adequadamente a base conceitual e metodológica, contribuindo positivamente com a formação docente e subsidiando a aplicação do modelo no trabalho com os estudantes (GONTIJO; FONSECA, 2020, p. 732).

Assim, os autores relataram que com a realização da pesquisa, foi possível contribuir com a formação continuada dos professores em prol da melhoria do processo de ensino e aprendizagem. Pois, percebeu-se um grande envolvimento destes profissionais com todo o processo de realização das oficinas.

A pesquisa de Fonseca e Gontijo (2021) discorreu sobre o Pensamento Crítico e Criativo em Matemática, evidenciando uma abordagem a partir de problemas fechados e problemas abertos. Os autores trouxeram a necessidade de consolidar um conjunto de estudos teóricos e metodológicos que pudesse dar sustento a “propostas pedagógicas que viabilizem o desenvolvimento desse tipo de pensamento nas mais variadas áreas do conhecimento e, em particular, no campo da matemática” (FONSECA; GONTIJO, 2021, p. 1).

O objetivo dos autores foi “apresentar um referencial teórico-prático relacionado ao Pensamento Crítico e Criativo em Matemática, com vistas a subsidiar o trabalho dos professores em sala de aula” (FONSECA; GONTIJO, 2021, p. 1). Os autores evidenciaram a importância da formação dos professores de matemática para que sejam capazes de criar problemas que auxiliem os estudantes a desenvolverem o Pensamento Crítico e Criativo.

Nessa premissa a partir dos trabalhos apresentados, verificou-se que existe interesse em melhorar o processo de ensino e aprendizagem na matemática (e não somente nesta disciplina) e que, de acordo com os autores, essa melhoria poderá trazer resultados positivos com a prática da resolução de problemas no contexto da sala de aula, de modo que se desperte nos estudantes o Pensamento Crítico e Criativo. Desta forma, ficou claro que a elaboração e a resolução de problemas matemáticos podem ser uma importante ferramenta para a melhoria do ensino, bem como para a formação do cidadão, conforme está determinado em algumas das competências gerais da BNCC (BRASIL, 2018).

Todavia, para melhor compreender esse processo de resolução de problemas, se fez necessário entender também o processo de elaboração dos mesmos, pois, um problema precisa ser elaborado de maneira que se possa trabalhar em sua resolução, enquanto o mesmo poderá despertar o interesse dos estudantes.

1.2 Reflexões sobre a Elaboração e Resolução de Problemas

É importante entender, primeiramente, o que vem a ser um problema. Pois, um problema pode ser matemático ou não. Assim, de acordo com os estudos de Dante (1991), o autor explicou de forma bem didática o que vem a ser um problema de modo geral. Para o autor, um “problema é qualquer situação que exija o pensar do indivíduo para solucioná-lo” (DANTE, 1991, p. 9).

Reforçando esse entendimento, Polya (1995) enfatizou que resolver um problema significa encontrar um caminho que ainda não é conhecido e que contorna um obstáculo para alcançar o objetivo traçado, por meios adequados. Diversas abordagens dos conteúdos de matemática na educação básica podem ser tratadas a partir da resolução de problemas, de maneira que leve o estudante a compreender melhor o tema proposto e consequentemente desenvolver o raciocínio lógico e sua criatividade. A proposta não é apenas de encontrar a solução do problema, e sim, acompanhar todo o processo de construção desta solução (PONTES, 2019).

Partindo destas interpretações, entendeu-se que um problema matemático exige conhecimentos matemáticos para ser solucionado. Desta forma, o conteúdo é de grande importância para que o estudante seja previamente munido de conhecimentos necessários para que possam ser propostos problemas matemáticos que o façam refletir e, consequentemente, usar de sua criatividade para resolver problemas e demonstrar capacidade crítica para observar se o resultado encontrado faz sentido dentro do contexto do problema matemático proposto.

Além disso, a BNCC (2018) sustenta que o ensino dos conteúdos matemáticos deve ser “integrado a situações que propiciem a reflexão, contribuindo para a sistematização e a formalização dos conceitos matemáticos” (BRASIL, 2018, p. 298), o que reforça “a relevância da resolução de problemas para a aprendizagem significativa dos estudantes” (AFONSO, 2019, p. 12).

O método de resolução de problemas matemáticos tem sido amplamente estudado e discutido na comunidade de Educação Matemática. Apesar de haver uma preocupação internacional expressa nas novas propostas curriculares voltadas para a educação básica e de formação de professores, observamos que na prática esta metodologia ainda é pouco explorada tanto nos cursos de formação inicial para professores de matemática, quanto nas salas de aulas da educação básica no Brasil (CARVALHO; CIVARDI, 2012, p. 726).

A resolução de problemas traz uma enorme contribuição para o processo de ensino e de aprendizagem da Matemática no contexto das aulas na Educação Básica, possibilitando ao estudante o desenvolvimento da capacidade de construir o pensamento matemático, pois a prática da resolução de problemas pode (e deve) estimular o pensar, o agir e o desenvolvimento de estratégias para a busca de soluções, contribuindo sobremaneira para o amadurecimento de cada estudante.

Nessa direção, Polya (1995) afirma que existem quatro fases para resolver um problema de Matemática de forma eficiente, como se observa no quadro 2 a seguir:

Quadro 2 - Como resolver um problema segundo Polya.

Passos	Para Polya é preciso saber:
PRIMEIRO - COMPREENSÃO DO PROBLEMA - É preciso compreender o problema.	<i>Qual é a incógnita? Quais são os dados? Qual é a Condicionante? É possível satisfazer a condicionante? A condicionante é suficiente para determinar a incógnita? Ou é insuficiente? Ou redundante? Ou contraditória? Trace uma figura. Adote uma notação adequada. Separe as diversas partes da condicionante. É possível anotá-las?</i>
SEGUNDO - ESTABELECIMENTO DE UM PLANO - Encontre a conexão entre os dados e a incógnita. É possível que seja obrigado a considerar problemas auxiliares se não puder encontrar uma conexão imediata. É preciso chegar afinal a um plano para a resolução.	<i>Já o viu antes? Ou já viu o mesmo problema apresentado sob uma forma ligeiramente diferente? Conhece um problema correlato? Conhece um problema que lhe poderia ser útil? Considere a incógnita! E procure pensar num problema conhecido que tenha a mesma incógnita ou outra semelhante. Eis um problema correlato e já antes resolvido. É possível utilizá-lo? É possível utilizar o seu resultado? É possível utilizar o seu método? Deve-se introduzir algum elemento auxiliar para tornar possível a sua utilização? É possível reformular o problema? É possível reformulá-lo ainda de outra maneira? Volte às definições.</i> <i>Se não puder resolver o problema proposto, procure antes resolver algum problema correlato. É possível imaginar um problema correlato mais acessível? Um problema mais genérico? Um problema mais específico? Um problema análogo? É possível resolver uma parte do problema? Mantenha apenas uma parte da condicionante, deixe a outra de lado; até que ponto fica assim determinada a incógnita? Como pode ela variar? É possível obter dos dados alguma coisa de útil? É possível pensar em outros dados apropriados para determinar a incógnita? É possível variar a incógnita, ou os dados, ou todos eles, se necessário, de tal maneira que fiquem mais próximos entre si? Utilizou todos os dados? Utilizou toda a condicionante? Levou em conta todas as noções essenciais implicadas no problema?</i>
TERCEIRO - EXECUÇÃO DO PLANO - Execute o seu plano.	<i>Ao executar o seu plano de resolução, verifique cada passo. É possível verificar claramente que o passo está correto? É possível demonstrar que ele está correto?</i>
QUARTO - RETROSPECTO - Examine a solução obtida.	<i>É possível verificar o resultado? É possível verificar o argumento? É possível chegar ao resultado por um caminho diferente? É possível perceber isso num relance? É possível utilizar o resultado, ou o método, em algum outro problema?</i>

Fonte: Polya (1995, p. 12-13) e adaptado pelo autor.

De acordo com o exposto no quadro 2, Polya (1995) buscou explicitar como resolver um problema seguindo as quatro fases, sendo que a primeira busca a compreensão do problema; a segunda o estabelecimento de um plano; a terceira a execução do plano; e a quarta, fazer o retrospecto. Para o autor, ao se deparar com o processo de resolução de um problema, primeiro é preciso compreender o problema; depois encontrar a conexão entre os dados e a incógnita; para se executar o seu plano; e, por último, é preciso examinar a solução obtida.

Partindo do entendimento do método de Polya (1995) sobre como resolver um problema, para que se possa atingir melhores resultados na busca pelo estímulo ao Pensamento Crítico e Criativo que defendem Fonseca e Gontijo (2021), o professor deve utilizar problemas abertos que podem ser um bom caminho para que o estudante possa aprender, a compreender e raciocinar diante de um problema, refletir sobre as possíveis formas de resolução, visando a busca pelo resultado (pensamento criativo) e finalizando pelo retrospecto, que é verificar se o resultado faz sentido (pensamento crítico).

Desta forma, os professores de matemática podem ser considerados os principais protagonistas que deverão fazer a seleção dos conteúdos matemáticos, bem como dos problemas que irão trabalhar com os estudantes, participando da escolha do livro didático. Sabe-se, portanto, que esta escolha já ocorre de maneira democrática por muitas unidades escolares, uma vez que os professores participam da seleção dos livros didáticos que são disponibilizados pelo MEC.

Assim, ao se analisarem os LDs, os professores devem verificar os tipos de problemas que estão sendo ofertados aos estudantes, uma vez que podem ser do tipo fechado ou aberto. Os problemas do tipo fechado, são classificados desta forma por serem estruturados de forma que o estudante só tem uma única forma de resolver e chegar a apenas uma solução. Os problemas do tipo aberto, são classificados desta forma, por serem mais abstratos e permitirem mais de uma forma de resolução, bem como várias respostas corretas.

Desse modo, o professor de matemática, sendo um mediador nesse processo, poderá aproveitar para instigar nos estudantes a capacidade de elaboração dos problemas, de maneira crítica e criativa. Assim, como poderá também, instigar habilidades criativas nas atividades que envolvam a elaboração e a resolução dos problemas. Pois, a capacidade de elaborar problemas matemáticos está ligada diretamente à criação e à reformulação de um novo problema (GONTIJO, 2006).

A resolução de problema, por sua vez, segundo Onuchic e Allevato (2011), está ligada diretamente, dentre outros aspectos, às possibilidades de investigação provocadas pelos enunciados do problema e às possíveis estratégias utilizadas na busca por uma solução.

Quando o professor resolve um problema em aula, deve dramatizar um pouco as suas ideias e fazer a si próprio as mesmas indagações que utiliza para ajudar os alunos. Por meio desta orientação, o estudante acabará por descobrir o uso correto das indagações e sugestões e, ao fazê-lo, adquirirá

algo mais importante do que o simples conhecimento de um fato matemático qualquer (PÓLYA, 2006, p. 4).

Nesse entendimento, Butts (1997 apud PEREIRA, 2021, p. 3) diz que “resolver problemas significa estudar matemática”. Reforça Pereira (2021) que essa atividade está diretamente relacionada com a elaboração do mesmo, pois é parte crucial do processo. Segundo o autor, o processo de se formular um problema:

Se compara a um processo artístico, no qual se utiliza a criatividade de um artista tendo como objetivo que o resolvidor: sinta-se motivado a resolver o problema; entenda e aprenda conceitos que fazem parte das etapas de resolução; e retenha algum conhecimento sobre a resolução de problemas. (PEREIRA, 2021 p. 3-4).

Embora a atividade de elaboração e resolução de problemas seja uma ferramenta de grande importância para o processo de ensino e aprendizagem, existe a necessidade de ser estimulada sua utilização em sala, por parte dos professores.

Segundo Fonseca e Gontijo (2021) as pesquisas realizadas que retratam sobre a elaboração e resolução de problemas, ainda são um assunto que exige ampliação no Brasil. Pois, esse assunto demanda reflexões e estudos, que evidenciem a realidade vivenciada por professores e estudantes, tanto da educação básica, como do ensino superior.

Nesse entendimento, Fonseca e Gontijo (2021) têm desenvolvido estudos acerca da importância de se trabalhar com a elaboração e resolução de problemas no contexto da sala de aula, elencando observações quanto aos tipos de problemas que podem ser fechados ou abertos. Enfatizam os autores que um problema fechado se caracteriza por terem formas limitadas de resolução e apenas um resultado, bastando apenas que o estudante encontre a resposta utilizando a fórmula correta. Os problemas abertos “são aqueles que admitem múltiplas possibilidades de resolução e de soluções” (FONSECA; GONTIJO, 2021, p. 8-9).

Diante das definições de problemas fechados e abertos, coube salientar a necessidade de analisar minuciosamente como esse tipo de problema é proposto nos livros didáticos de matemática para a educação básica. Pois, talvez seja necessário a inclusão de problemas que sejam caracterizados do tipo aberto, para que se possa oportunizar o despertar de habilidades necessárias ao estímulo do Pensamento Crítico e Criativo em Matemática.

Assim, o tópico a seguir discorreu sobre esses problemas a partir da Matriz de Continuidade de Problemas.

1.3 Problemas fechados e abertos a partir da Matriz de Continuidade de Problemas

Como visto no tópico anterior os problemas podem ser fechados (que podem ser resolvidos por uma quantidade limitada de maneiras) e abertos (que permitem inúmeras possibilidades de resolução e solução), sendo estes importantes no processo de ensino e aprendizagem, uma vez que o professor pode fazer uso dessa ferramenta pedagógica, de modo a envolver os estudantes para que estes evidenciem suas habilidades e competências no processo de elaboração e resolução de problemas (FONSECA, GONTIJO, 2021).

Dito isto, com base na Matriz de Continuidade de Schiever e Maker (2003) estruturada por Fonseca e Gontijo (2021), os problemas são classificados do Tipo I ao Tipo VI. Os problemas do Tipo I ao Tipo III são classificados como fechados e os problemas do Tipo IV ao Tipo VI são classificados como problemas abertos, conforme disposto na figura 1 a seguir, esse modelo é uma estrutura de problema que varia em uma escala, estruturada e adaptada por Fonseca e Gontijo (2021):

Figura 1 - Matriz de Continuidade de Problemas.

	Tipo de problema	Problema		Método		Solução	
		Professor	Estudante	Professor	Estudante	Professor	Estudante
Fechados	I	Específico	Conhecido	Conhecido	Conhecido	Conhecido	Desconhecido
	II	Específico	Conhecido	Conhecido	Desconhecido	Conhecido	Desconhecido
	III	Específico	Conhecido	Parcialmente conhecido	Desconhecido	Conhecido	Desconhecido
Abertos	IV	Específico	Conhecido	Parcialmente conhecido	Desconhecido	Parcialmente conhecido	Desconhecido
	V	Específico	Conhecido	Desconhecido	Desconhecido	Desconhecido	Desconhecido
	VI	Desconhecido	Desconhecido	Desconhecido	Desconhecido	Desconhecido	Desconhecido

Fonte: Fonseca e Gontijo (2021, p. 9).

De acordo com a figura, a estrutura dos problemas varia de fechados a abertos, considerando o problema, o método e a solução de acordo com o tipo do problema (GONTIJO; FONSECA, 2021). Para os autores, os problemas são definidos assim:

Um problema do tipo I é altamente estruturado e fechado, enquanto um problema do tipo VI é completamente desconhecido e precisa ser criado. Todos os problemas concebíveis estão em algum lugar no continuum entre os dois extremos. O método sobre como um problema é resolvido dependerá de sua forma e apresentação, sendo que um problema do Tipo I pode ser resolvido de apenas uma maneira e o solucionador simplesmente precisa conhecer o método certo para chegar à solução certa; enquanto isso, o método para obter a solução de um problema do tipo VI é desconhecido para o professor e o para o aluno, e se pode ter um número infinito de maneiras de chegar a uma solução. No que diz respeito à quantidade de soluções que um problema pode ter, os do Tipo I tem uma única resposta correta enquanto um genuinamente do Tipo VI pode ser tão abstrato que admite muitas soluções ou pode não ter uma solução, ficando apenas no levantamento de hipóteses razoáveis que poderiam levar às soluções (FONSECA; GONTIJO, 2021, p. 8-9).

Logo, essa proposta de classificar os problemas em um livro didático por exemplo, foi utilizada nas análises deste trabalho, considerando que o papel dos professores e dos estudantes em relação ao tipo, ao método e à quantidade de soluções que o problema possui, foi sintetizado por Schiever e Maker (2003) e estruturado por Fonseca e Gontijo (2021). Nessa direção, segue o tópico seguinte que tratou sobre um pouco da historicidade dos livros didáticos.

1.4 A historicidade dos Livros Didáticos

Segundo dados registrados no portal do MEC, no Brasil os livros didáticos são selecionados e distribuídos pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD), que é “destinado a avaliar e a disponibilizar obras didáticas, pedagógicas e literárias, entre outros materiais de apoio à prática educativa” (BRASIL, 2023, s/p). De acordo o portal, esse processo ocorre em todo o país, e ainda de forma:

Sistemática, regular e gratuita, às escolas públicas de educação básica das redes federal, estaduais, municipais e distrital e também às instituições de educação infantil comunitárias, confessionais ou filantrópicas sem fins lucrativos e conveniadas com o Poder Público [...] O Decreto nº 9.099, de 18 de julho de 2017, unificou as ações de aquisição e distribuição de livros didáticos e literários, anteriormente contempladas pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) e pelo Programa Nacional Biblioteca da Escola (PNBE). Com nova nomenclatura, o Programa Nacional do Livro e do Material Didático – PNLD também teve seu escopo ampliado com a possibilidade de inclusão de outros materiais de apoio à prática educativa para além das obras didáticas e literárias: obras pedagógicas, softwares e jogos educacionais, materiais de reforço e correção de fluxo, materiais de formação e materiais destinados à gestão escolar, entre outros (BRASIL, 2023, s/p).

Assim, o processo de distribuição de Livros Didáticos no Brasil vem ocorrendo ao longo dos anos com importantes abordagens, pois, em muitas escolas o Livro

Didático é o único recurso que o professor utiliza e que, para muitos estudantes, ele é o único amparo pedagógico a ser utilizado dentro e fora da sala de aula.

De acordo Schmidt (2021) foi em 1818 que a Imprensa Régia produziu o primeiro livro destinado para a escola básica, intitulado “Leitura para os meninos” que discorria sobre “histórias morais, relativas aos defeitos ordinários às idades tenras, e um diálogo sobre a geografia, cronologia, história de Portugal e história natural” (SCHMIDT, 2021, s/p). Nessa mesma época, já circulava pelo Brasil e em Portugal uma tradução desta obra intitulada “Tesouro dos meninos” que discorria sobre “ensinos de moral e boas maneiras” (SCHMIDT, 2021, s/p).

O Tesouro dos meninos era uma das obras utilizadas nas escolas da época, assim como se pode citar o “Livro do Povo”, de Antonio Marques Rodrigues¹, que foi um livro didático maranhense mais citado na literatura nacional e internacional, destaque nacional mencionado nos estudos de Arroyo (1968), Bittencourt (1993), entre outros. O Livro do Povo foi considerado um best-seller não somente no Maranhão, mas em todo o Brasil. De acordo com a figura 2, outras obras também foram destaques na época, como o livro História do Brasil, Gramática e Minha Pátria.

Figura 2 - O livro do povo, de 1863, destacou-se e foi um best-seller nacional.



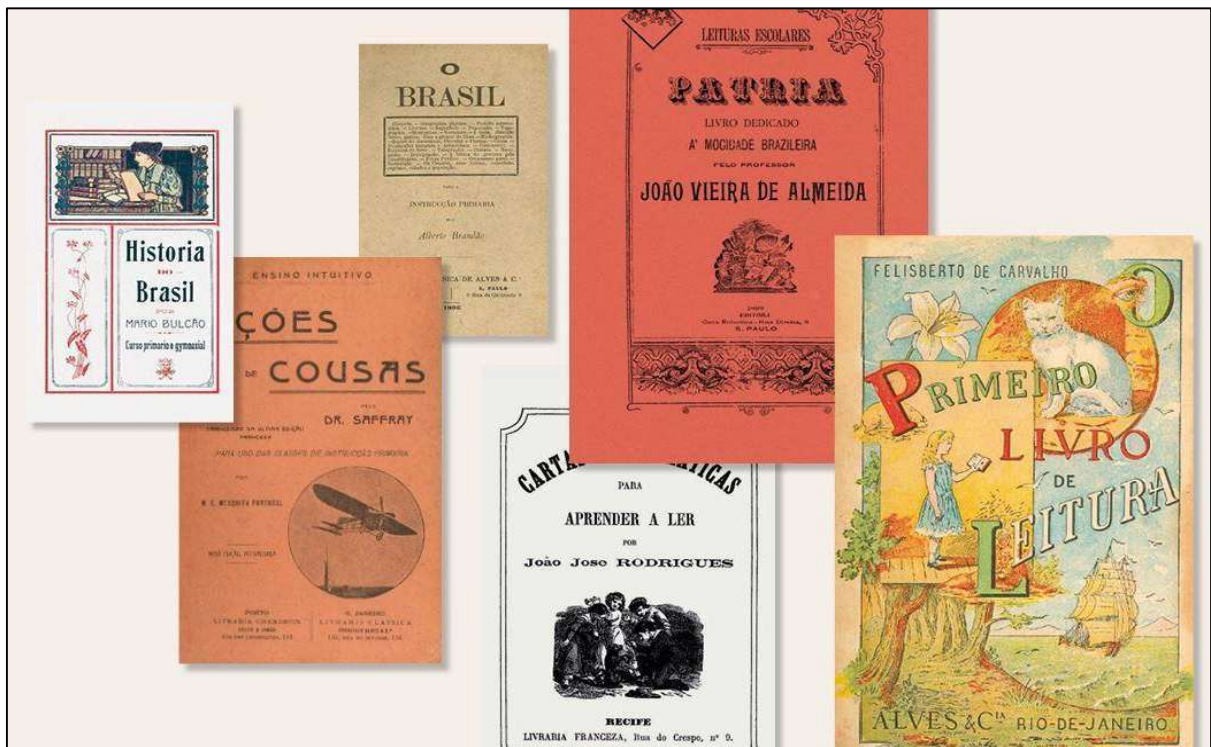
Fonte: <https://revistapesquisa.fapesp.br/os-primeiros-livros-didaticos/>.

¹ Antonio Marques Rodrigues nasceu em São Luís, no Maranhão, em 15 de abril de 1826 e morreu em Avintes, Portugal, em 14 de abril de 1873. Bacharel pela Faculdade de Direito do Recife, atuou como advogado, foi um abolicionista, poeta, professor, político, membro do Instituto Arqueológico e Geográfico Pernambucano, membro correspondente do Instituto Histórico da Bahia, membro honorário da Associação Typographica Maranhense, inspetor da Instrução Publica da Provincia do Maranhão, cavaleiro imperial da Ordem da Rosa e da Real Ordem Portuguesa Nossa Senhora da Conceição da Vila Viçosa, membro do Instituto Dramático e Litterario de Coimbra, na Classe de Literatura, etc. Disponível em: <https://lemad.fllch.usp.br/node/2229>

Nessa época as editoras privadas cuidavam da produção e da divulgação dos manuais escolares. Segundo Schmidt (2021, s/p), “os livros didáticos se tornaram o principal produto do mercado editorial brasileiro [...] o governo adquiria e distribuía os livros, mas o mais comum era a compra pelas famílias dos estudantes”.

No final do século XIX, professores de escolas de prestígio como o Imperial Colégio Pedro II, no Rio de Janeiro, começaram a publicar livros didáticos, que se tornaram referência para outras escolas do país (SCHMIDT, 2021). Assim, surgiram os primeiros livros didáticos no Brasil, com destaque a obras como a “História do Brasil, o Brasil, Pátria, Lições de Cousas, Cartas Silábicas para aprender a ler e o Primeiro Livro de Leitura”, como ilustrado na figura a seguir:

Figura 3 - Imagens dos primeiros livros didáticos.



Fonte: <https://revistapesquisa.fapesp.br/os-primeiros-livros-didaticos/>.

Esses foram os primeiros livros didáticos direcionados para os professores e davam ênfase ao ensino religioso, sendo utilizados numa metodologia catequética, de perguntas e respostas. Assim, a Imprensa Régia (de propriedade da coroa) produziu o primeiro livro para a escola básica no país e posteriormente as editoras particulares assumiram esse papel dando prioridade aos autores nacionais (SCHMIDT, 2021). De acordo com a autor em 1966 o MEC:

Em colaboração com o Sindicato Nacional dos Editores de Livros e a Agência Norte-americana para o Desenvolvimento Internacional, assumiu o compromisso de distribuir gratuitamente cerca de 50 milhões de livros didáticos no país em um período de três anos. “Esse é um embrião do que seria o Programa Nacional do Livro Didático [PNLD]”, diz o historiador João Quaresma, consultor de políticas públicas do MEC. O programa só seria criado oficialmente em 1985 (SCHMIDT, 2021, s/p).

De acordo com o portal do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE) (BRASIL, 2021), em 1970 foi criado o sistema de coedição de livros com as editoras nacionais, com recursos do Instituto Nacional do Livro (INL). Em 1971 o INL passou a desenvolver o Programa do Livro Didático para o Ensino Fundamental (Plidef), assumindo as atribuições administrativas e de gerenciamento dos recursos financeiros. Em 1976, com a extinção do INL, a Fundação Nacional do Material Escolar (Fename) torna-se responsável pela execução do programa do livro didático. Em 1983, em substituição à Fename, foi criada a Fundação de Assistência ao Estudante (FAE), que incorporou o Plidef, mas em 1985 o Plidef deu lugar ao PNLD (BRASIL, 2021).

Em 1997 foi extinta a FAE e a responsabilidade pela política de execução do PNLD foi transferida integralmente para o FNDE. No ano de 2000 o PNLD passou a fornecer dicionários da língua portuguesa para uso dos alunos de 1ª a 4ª séries, em 2001, pela primeira vez na história do programa, os livros didáticos passaram a serem entregues no ano anterior ao ano letivo de sua utilização e ampliou, de maneira gradativa, o atendimento aos alunos com deficiência visual, com livros em braile. Em 2002/2003 foi ampliada a distribuição de dicionários da língua portuguesa para uso dos estudantes das 5ª, 6ª, 7ª e 8ª séries, alcançando o objetivo de contemplar todos os estudantes do Ensino Fundamental com esse material. Ainda em 2003, foi instituído o Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio (PNLEM) (BRASIL, 2021).

Em 2004, além de dar continuidade no fornecimento dos LDs para os alunos do Ensino Fundamental, deu-se início no atendimento aos alunos do Ensino Médio. Naquele ano foram adquiridos livros de matemática e português para os alunos do 1º ano do Norte e Nordeste. Em 2005 houve a ampliação da distribuição dos LDs de português e matemática para todos os anos do Ensino Médio e para todas as regiões do Brasil. Em 2006, destaca-se que o PNLEM passou a adquirir para os alunos do ensino regular livros de biologia e para os alunos com surdez que faziam uso da Língua Brasileira de Sinais, houve distribuição para escolas de 1ª a 4ª série (que hoje

se refere do 2º ao 5º ano), do enciclopédico ilustrado trilingue - Língua Brasileira de Sinais/Língua Portuguesa/Língua Inglesa (BRASIL, 2021).

Em 2007, além de manter toda a estrutura que vinha mantendo, foi ampliado a distribuição de livros, desta vez, de história e química para o Ensino Médio e os alunos surdos de 1ª a 4ª série receberam livros de língua portuguesa em libras e em CD-Rom (BRASIL, 2021). Naquele mesmo ano foi regulamentado o:

Programa Nacional do Livro Didático para a Alfabetização de Jovens e Adultos (PNLA), para distribuição, a título de doação, de obras didáticas às entidades parceiras do Programa Brasil Alfabetizado (PBA), com vistas à alfabetização e à escolarização de pessoas com idade de 15 anos ou mais (BRASIL, 2021, s/p).

Em 2008, houve o atendimento integral do ensino médio com a aquisição dos LDs de física e geografia (BRASIL, 2021). No ano de 2009, além da continuidade do programa, com ampliação de exemplares e estudantes contemplados com os LDs, houveram mudança importantes:

São publicadas duas importantes resoluções. A primeira, a [resolução CD FNDE nº. 51, de 16/09/2009](#), regulamentando o Programa Nacional do Livro Didático para a Educação de Jovens e Adultos (PNLD EJA). O programa abrange o PNLA, visto que atende estudantes jovens e adultos também em sua fase de alfabetização. A segunda, [resolução CD FNDE nº. 60, de 20/11/2009](#), estabelece novas regras para participação no PNLD: a partir de 2010, as redes públicas de ensino e as escolas federais devem aderir ao programa para receber os livros didáticos. A resolução 60 inclui ainda as escolas de ensino médio no âmbito de atendimento do PNLD, além de adicionar a língua estrangeira (com livros de inglês ou de espanhol) aos componentes curriculares distribuídos aos alunos de 6º ao 9º ano. Para o ensino médio, também foi adicionado o componente curricular língua estrangeira (com livros de inglês e de espanhol), além dos livros de filosofia e sociologia (em volume único e consumível) (BRASIL, 2021 s/p).

Em 2010, os alunos do 1º ao 9º ano da EJA passaram a ser contemplados com LDs direcionados à alfabetização (BRASIL, 2021). Nos anos seguintes, o programa foi ganhando mais amplitude e passou a manter a distribuição dos materiais didáticos regularmente. Com destaque para o ano de 2015:

Já para o ano letivo de 2015, foi lançado em 2012 o edital que prevê que as editoras podem apresentar obras multimídia, reunindo livro impresso e livro digital. A versão digital deve trazer o mesmo conteúdo do material impresso mais os objetos educacionais digitais, como vídeos, animações, simuladores, imagens, jogos, textos, entre outros itens para auxiliar na aprendizagem. O edital também permite a apresentação de obras somente na versão impressa, para viabilizar a participação das editoras que ainda não dominam as novas tecnologias. Esse material será destinado aos alunos e professores do ensino médio da rede pública. (BRASIL, 2021 s/p).

Com a ampliação do programa nos anos seguintes, registra-se que em 2020, com o PNLD, foram adquiridos 172.571.931 exemplares por cerca de R\$1,4 bilhão. Segundo Schmidt (2021, s/p), “o material foi distribuído para mais de 32 milhões de estudantes em 123.342 escolas públicas de educação infantil, ensino fundamental e ensino médio”.

Nesse sentido, atualmente no Brasil a produção de livros didáticos escolares tem abrangido uma equipe vasta e complexa para sua elaboração. Essa elaboração exige a participação de vários técnicos, revisores, pesquisadores iconográficos, programadores, midiáticos e visuais entre vários outros que contribuem para a transformação na forma e no conteúdo desse material, no qual o professor depende do seu uso.

1.5 Os Livros Didáticos de Matemática no Brasil e sua importância no trabalho do professor

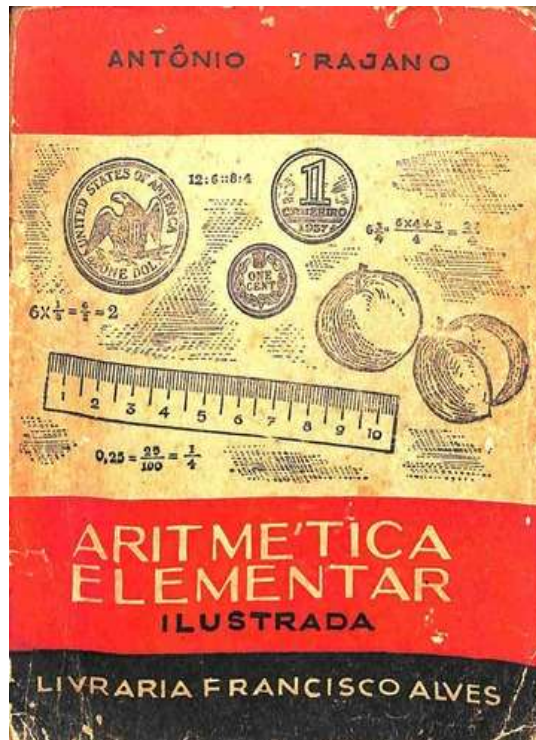
Segundo Reis (2007) a origem da matemática escolar, bem como o uso do livro didático de matemática está ligada ao início das aulas de artilharia e fortificação, no século XVIII. Até o século seguinte, o Brasil só possuía livros didáticos de matemática que eram manuais franceses e portugueses. “A influência francesa foi devido aos autores como: Bélidor, Bézout e Lacroix, que tiveram êxito no Brasil e em outros países” (REIS, 2007 p. 15).

Em 1809 foram traduzidos os primeiros livros didáticos de Matemática impressos no Brasil que, segundo Reis (2007) foram: “Os Elementos de Geometria”, de Legendre, tradução de Araújo Guimarães; Tratado de Trigonometria, também de Legendre e os “Elementos de Álgebra”, de Leonard Euler” (REIS, 2007, p.15). Lacroix lançou no ano de 1810 o “Tratado de Aritmética”, traduzido por Silva Torres. Dois anos depois, Gapard Monge, lançou “os Elementos de Geometria Descritiva”, traduzido por José Vitorino dos Santos Souza. Já em 1823, Lacroix lançou, ainda, “o Tratado Elementar de Trigonometria” (REIS, 2007, p. 15).

Nesse aspecto, Silva (2000) registra que somente a partir da década de 1930 que começaram a surgir autores brasileiros de livros didáticos de matemática, tendo como os autores Cristiano Benedito Ottoni, Timotheo Pereira e Antônio Trajano, como destaques. Silva (2000) informa, ainda, que Antônio Trajano se destacou por colocar em seus livros inovações que não existiam nos LDs daquela época, trazendo, por

exemplo, exercícios, público alvo, chave de respostas para o professor, com a teoria em relação aos problemas, dentre outras. Suas obras atingiram muitas gerações, uma delas chegou a 139ª edição (no ano de 1962).

Figura 4 - Capa do livro Aritmética Elementar de Antônio Trajano.



Fonte: <https://archive.org/details/aritmetica-elementar-ilustrada>

Este exemplar do livro de Antonio Trajano, ainda pode ser encontrado para venda. O que demonstra o tamanho da importância que seus livros didáticos tiveram para a história do nosso país.

Seguindo o contexto histórico, é importante registrar que apesar dos livros de matemática surgirem no Brasil a partir do século XVIII, as editoras surgiram apenas a partir do século XX:

A partir de 1900, inauguram as editoras especializadas em livros didáticos, com isso inicia-se uma competição no mercado do livro didático. Em 1902, foi aberta no Rio de Janeiro a Editora FTD, pertencente à Congregação Marista. Os didáticos desta editora foram utilizados, inicialmente, em escolas católicas, mas generalizaram-se nos liceus provinciais, escolas normais, preparatórios, etc (REIS; 2007, p. 15).

Sendo assim, um longo caminho foi percorrido até chegar na estrutura de produção dos livros, variedade e logística para que os LDs cheguem aos alunos em

escolas de todo o país. Por este motivo, enquanto recurso didático principal para os professores. Lajolo (1996) defende que:

Didático, então, é o livro que vai ser utilizado em aulas e cursos, que provavelmente foi escrito, editado, vendido e comprado, tendo em vista essa utilização escolar e sistemática. Sua importância aumenta ainda mais em países como o Brasil, onde uma precaríssima situação educacional faz com que ele acabe determinando conteúdos e condicionando estratégias de ensino, marcando, pois, de forma decisiva, o que se ensina e como se ensina o que se ensina (LAJOLO, 1996, p. 4).

A ausência de materiais escolares de boa qualidade e em quantidade suficiente para todos os professores, a dificuldade de acesso a outros tipos de material didático, faz com que os LDs sejam o único material de apoio disponível aos estudantes e ao professor (SILVA; TURÍBIO, 2017).

Nesse entendimento, ressalta-se que existem alguns LDs que, atualmente, podem ser destacados por suas preferências entre os professores que ensinam matemática, como por exemplo a famosa coleção Fundamentos da Matemática Elementar, destinada a estudantes do Ensino Médio. Essa coleção, edição de 2013, é composta por onze volumes com conteúdos específicos em cada um deles. O volume 1 trata sobre “Conjuntos e Funções” (por Gelson Iezzi e Carlos Murakami); o volume 2 discorre sobre “Logaritmos” (por Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce e Carlos Murakami); o volume 3 discorre sobre “Trigonometria” (por Gelson Iezzi), como se observa na figura 4 a seguir.

Figura 5 - Volume 1, 2 e 3 da coleção Fundamentos da Matemática Elementar.



Fonte: https://salenzvs.live/product_details/11661495.html

O volume 4 discorre sobre “Sequências, Matrizes, Determinantes e Sistemas” (por Gelson Iezzi e Samuel Hazzan); o volume 5 discorre sobre “Combinatória e Probabilidade” (por Samuel Hazzan); o volume 6 discorre sobre “Complexos, Polinômios e Equações” (por Gelson Iezzi), como se verifica na figura 6 a seguir:

Figura 6 - Volume 4, 5 e 6 da coleção Fundamentos da Matemática Elementar.



Fonte: https://salenzvs.live/product_details/11661495.html

O volume 7 discorre sobre “Geometria Analítica” (por Gelson Iezzi); o volume 8 discorre sobre “Limites, Derivadas e Noções de Integral” (por Gelson Iezzi, Carlos Murakami e Nilson José Machado); o volume 9 discorre sobre “Geometria Plana” (por Osvaldo Dolce e José Nicolau Pompeo), como se observa na figura 7 a seguir:

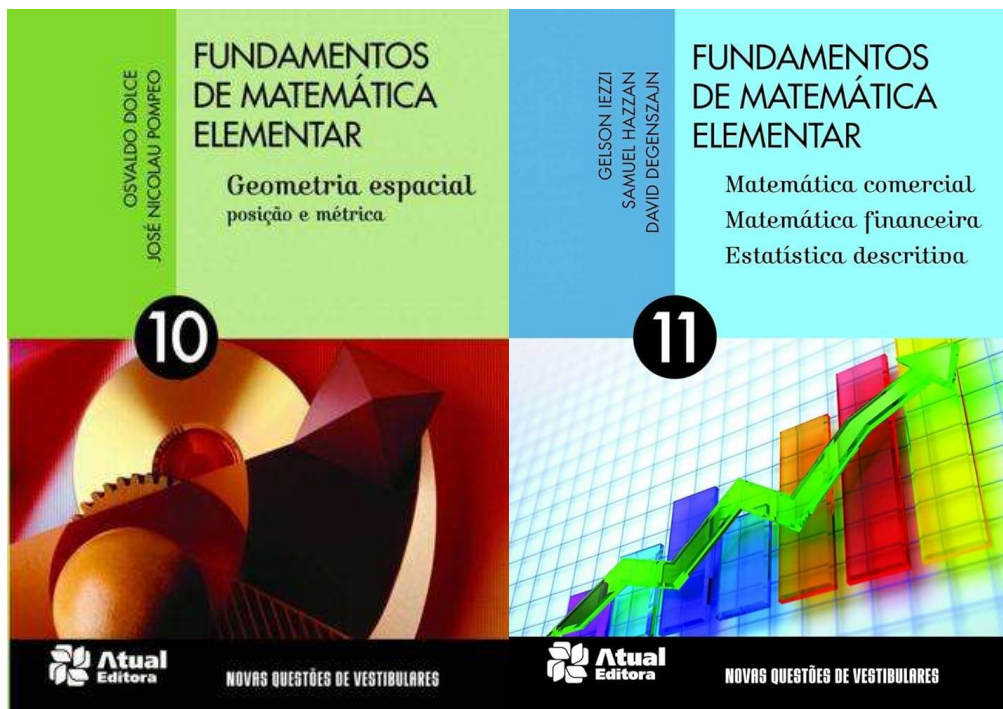
Figura 7 - Volume 7, 8 e 9 da coleção Fundamentos da Matemática Elementar.



Fonte: https://salenzvs.live/product_details/11661495.html

O volume 10 discorre sobre “Geometria Espacial, posição e métrica” (por Osvaldo Dolce e José Nicolau Pompeo) e o volume 11 discorre sobre “Matemática Comercial, Matemática Financeira e Estatística Descritiva” (por Gelson Iezzi, Samuel Hazzan e David Degenszajn), como se observa na figura 8 a seguir:

Figura 8 - Volume 10 e 11 da coleção Fundamentos da Matemática Elementar.



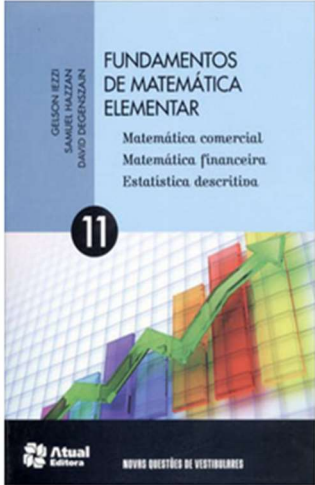
Fonte: https://salenzvs.live/product_details/11661495.html

Essa coleção está entre algumas outras escolhidas e preferidas, como as obras didáticas mais utilizadas pelos professores no país. Na qual, vale salientar que entre várias coleções a “Fundamentos da Matemática Elementar”, é recomendada confiável e comercializada por vários sites como *amazon.com.br*, *mercadolivre*, entre outros. Assim, destacou-se algumas outras obras classificadas como bons livros didáticos a serem utilizados por estudantes e professores.

Nessa percepção, listou-se três coleções, sendo está que foi descrita anteriormente, com seus 11 volumes, considerada como uma coleção muito recomendada por professores da área da Matemática, bem como são livros indicados para estudantes de Ensino Médio que querem e/ou pretendem passar nos melhores vestibulares do país, incluindo estudos preparatórios para concursos, entre outros.

Como se explicita na figura 9 a seguir a ilustração do último volume da coleção:

Figura 9: Volume 11 da coleção Fundamentos da Matemática Elementar



1. Fundamentos da matemática elementar

Autores: Gelson Iezzi, Samuel Hazzan e David Degenszajn

Ano: 2019

Editora: Atual

Edição: 8ª

Esta é uma coleção completa e bem fundamentada. Formada por 11 livros, traz uma linguagem mais formal e foca nas demonstrações. Assim, é ideal para quem busca um conhecimento matemática mais aprofundado.

Fonte: <https://aprovatotal.com.br/os-melhores-livros-didaticos-para-voce/>

Como citado anteriormente, a coleção Fundamentos da Matemática Elementar possui onze volumes com capas instigantes e coloridas. Uma outra coleção muito utilizada pelas escolas, aprovada e disponibilizada pelo PNLD foi a Matemática - Ciências e Aplicações da Editora Moderna, contendo três volumes recomendados e confiáveis.

Figura 10: Volume 1 da coleção Matemática - Ciências e Aplicações

2. Matemática - Ciência e aplicações

Autor: Gelson Iezzi, Osvaldo Doce, David Degenszajn, Nilze de Almeida e Roberto Périgo

Ano: 2010

Editora: Moderna Plus

Edição: 2ª Edição

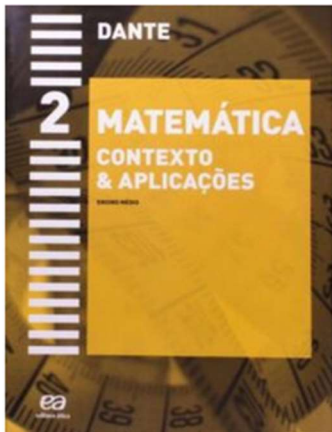
Esta é uma coleção formada por três livros que abordam o conteúdo em uma linguagem superacessível e muito bem ilustrada! Além disso, traz exercícios de fixação, contextualizados e questões de vestibulares. Então, é indicado para quem deseja aprender Matemática de forma descontraída



Fonte: <https://aprovatotal.com.br/os-melhores-livros-didaticos-para-voce/>

E a terceira sugestão é a coleção Matemática - Contexto e Aplicações de autoria de Luiz Roberto Dante, que também conta com três volumes destinados para o Ensino Médio, como se verifica na figura 11 a seguir:

Figura 11: Volume 1 da coleção Matemática - Ciências e Aplicações

3. Matemática – Contexto e aplicações	
	Autor: Luiz Roberto Dante Ano: 2016 Editora: Ática Edição: 3ª Edição
	Esta coleção aborda conteúdos do Ensino Médio de forma direta e sucinta. Em síntese, apresenta a Matemática contextualizada, com exercícios de vestibulares, Enem e muitas ilustrações. Há ainda sugestões de atividades de Matemática em programas computacionais, o que é uma ótima forma de visualizar a disciplina de maneira divertida.

Fonte: <https://aprovatotal.com.br/os-melhores-livros-didaticos-para-voce/>

No Brasil, o PNLD disponibiliza materiais para toda rede pública de ensino do país, de modo que todo ano, são distribuídos milhões de exemplares de LDs, que acompanham os estudantes dos ensinos Fundamental e Médio. Os LDs auxiliam os estudantes na caminhada escolar, bem como aos professores no processo de ensino e aprendizagem, sendo possível nortear o processo diário da sala de aula, considerando o contexto no qual os estudantes estão inseridos.

Quanto ao PNLD de 2021, sabe-se, portanto, que houveram alterações sobre a distribuição dos LDs, pois o programa tem como objetivo avaliar e disponibilizar a todas as escolas públicas obras didáticas de apoio à prática educativa, no ano de 2021 à escolha desse material para o segmento do Ensino Médio sofreu alterações.

Diante de tais mudanças, para apoiar as inúmeras escolas no país, com a implementação das mudanças do Ensino Médio, a escolha foi dividida em cinco objetos, sendo que os educadores e gestores selecionam obras do **Objeto 2 - Obras Didáticas de Projetos Integradores e de Projeto de Vida**, para uso no ano letivo de 2021. Dos quais na área de Matemática foi: **Projetos Integradores da área de Matemática e suas Tecnologias**. Os temas trabalham diretamente com as

competências gerais da BNCC (BRASIL, 2018), de modo integrado, possibilitando que o estudante desenvolva sua aprendizagem por meio dos projetos interdisciplinares e ainda fomentando estímulos à criatividade.

Nesse aspecto, vale destacar uma outra coleção de LDs de Matemática, escolhida e aprovada no processo de escolha do PNLD 2021, intitulada “Quadrante - Matemática e suas Tecnologias” de Eduardo Chavante e Diego Prestes, destinada ao Ensino Médio, contendo seis volumes.

O primeiro volume Quadrante - Matemática e suas Tecnologias (capa azul), discorre sobre “Estatística, Probabilidade e Matemática Financeira”. O segundo volume Quadrante - Matemática e suas Tecnologias (capa cor caramelada), discorre sobre “Grandezas, Medidas e Programação”. O terceiro volume Quadrante - Matemática e suas Tecnologias (capa roxa), discorre sobre “Sistemas Lineares e Geometria Analítica”. O quarto volume Quadrante - Matemática e suas Tecnologias (capa verde), discorre sobre “Trigonometria e Sequências”. O quinto volume Quadrante - Matemática e suas Tecnologias (capa vermelha), discorre sobre “Funções”. E o sexto volume Quadrante - Matemática e suas Tecnologias (capa amarelada), discorre sobre “Geometria Plana e Espacial”. Como se observa na figura 12 ilustrada a seguir:

Figura 12: Coleção Quadrante de Matemática e suas Tecnologias



Fonte: <https://aprovatotal.com.br/os-melhores-livros-didaticos-para-voce/>

O PNLD é responsável pelas ações de aquisição e distribuição de livros didáticos e literários em todo o território nacional. Também tem a possibilidade de aquisição de outros materiais de apoio à prática educativa, como os softwares, jogos educacionais, materiais destinados à gestão escolar, entre outros (BRASIL, 2021). Desta forma, fica clara a importância do PNLD para a educação, pois é responsável por todo o suporte à educação quando se tratam de materiais necessários de forma geral.

Essa importância se verifica, ainda, quando se trata da área da matemática, pois, a escolha dos materiais, notadamente os livros, é um importante processo na formação dos estudantes e no apoio a estes. Não só por disponibilizar os materiais necessários, mas pela possibilidade desses materiais estarem disponíveis desde o início das aulas para melhor aproveitamento por parte dos corpos docente e discente.

A escolha dos livros, de modo geral, também é importante para garantir um conteúdo apto a auxiliar os professores e estudantes em sala de aula no processo de ensino e aprendizagem, tornando possível um melhor aproveitamento da disciplina, auxiliando no trabalho do professor.

Ademais, para a realização deste estudo buscou-se analisar problemas presentes em uma coleção de livros didáticos de Matemática publicada em 2016, que faz parte de uma das coleções Quadrante, que fora disponibilizada por uma escola do estado de Goiás para se trabalhar com turmas Ensino Médio, aprovada e recomendada pelo PNLD. Logo, o tópico a seguir discorre sobre a metodologia de pesquisa utilizada na elaboração deste trabalho.

CAPÍTULO 2

2 A METODOLOGIA DE PESQUISA E A COLEÇÃO DOS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA UTILIZADOS NA PESQUISA

Este segundo capítulo trouxe a metodologia de pesquisa utilizada na presente produção, trazendo conceitos e justificativas para a utilização da referida metodologia. Apresentou, ainda, a coleção dos Livros Didáticos de matemática utilizados nesta pesquisa.

2.1 METODOLOGIA DE PESQUISA

Neste estudo utilizou-se a abordagem de pesquisa qualitativa com Análise Documental (MOREIRA, 2008). Para o autor, o método de pesquisa:

[...] análise documental costuma ser utilizado no resgate da história de meios de comunicação, personagens ou períodos. As fontes mais comuns são os acervos de impressos (jornais, revistas, catálogos, almanaques). Mas também serve como expediente a consulta a documentos oficiais, técnicos ou pessoais (arquivos particulares reunindo originais), sendo esta última categoria mais rara e realizada apenas quando o acesso é permitido ao pesquisador (MOREIRA, 2008, p. 270).

Para Moreira (2008), no campo da educação a análise documental, ao mesmo tempo que é fonte de informação é, também, um indicativo das metas ou dificuldades que se apresentam no âmbito do ensino, nas áreas da docência, da aprendizagem e da didática. Esse tipo de pesquisa “compreende a identificação, a verificação e a apreciação de documentos para determinado fim” (MOREIRA, 2008 p. 272).

Na maioria das vezes é qualitativa porque verifica o teor e o conteúdo do material selecionado para análise. Logo, o método adotado a partir da análise documental serve para sistematizar o conteúdo analisado. Como afirmam Cardoso, Oliveira e Ghelli (2021) que analisar o conteúdo é um método importante para o deslinde da pesquisa qualitativa, uma vez que esse tipo de pesquisa busca:

Analisar os sentidos e os significados das comunicações, considerando tanto as condições de quem produz a mensagem (o emissor e seu contexto), quanto de quem a recebe e os efeitos que ela produz, a fim de melhor compreender e interpretar a realidade (CARDOSO; OLIVEIRA; GHELLI, 2021, p. 110).

Essa técnica utilizada sistematiza os dados a partir da análise estruturada em três fases: 1) pré-análise; 2) exploração do material, categorização ou codificação; 3) tratamento dos resultados, inferências e interpretação (SOUZA; SANTOS, 2020). Assim, ao considerar essas fases foi possível identificar no desenvolvimento das análises, os tipos de problemas do campo da Geometria apresentados na coleção dos LDs, além de mensurar o quantitativo de cada tipo de problema.

Nesse sentido, foram realizadas as seguintes etapas metodológicas:

1ª) Seleção da coleção de LDs - primeiro foi realizada a seleção da coleção utilizando o critério de que essa coleção fosse física e adotada por estudantes do Ensino Médio de alguma escola no estado de Goiás.

2ª) Seleção do conteúdo do campo da Geometria - após a seleção da coleção na primeira etapa, realizou-se a seleção do conteúdo a partir das observações do material selecionado. Neste momento foi realizada a exploração do material, categorização dos problemas de Geometria nos LDs para identificar em quais tipos de problemas eles se encaixariam (fechado ou aberto).

3ª) Catálogo dos problemas selecionados na coleção - realizou-se a catalogação dos problemas, e com base nos dados coletados, realizou-se a verificação da porcentagem da incidência de cada tipo de problema contido nos LDs.

4ª) Análise de todo o material coletado - realizou-se uma análise qualitativa de todo o material coletado, aplicando a análise do conteúdo de modo que fosse possível identificar as especificidades dos problemas.

Após a descrição das etapas realizadas, vale salientar que a catalogação dos problemas foi realizada com base na Matriz de Continuidade de Problemas de Shiever e Maker (2003) a partir da estruturação de Fonseca e Gontijo (2021), sendo classificados dos Tipos I ao VI. Depois de coletar e classificar os problemas, realizou-se a verificação da quantidade e porcentagem desses problemas.

Assim, a seguir apresenta-se dados da coleção dos LDs utilizados no desenvolvimento desta pesquisa com foco apenas nos conteúdos do campo da Geometria.

2.2 Apresentação da coleção dos livros didáticos de Matemática

A coleção escolhida para a análise é intitulada “Quadrante”, sendo composta por três livros didáticos de autoria de Eduardo Chavante e Diego Prestes. Essa

coleção dispõe de livros de Matemática do Ensino Médio, contendo os volumes 1, 2 e 3 (todos sendo a 1ª edição), publicados em São Paulo pela editora “Edições SM” no ano de 2016.

Como visto a coleção Quadrante Matemática é composta por três volumes, sendo um volume para cada ano do Ensino Médio, abordando reflexões quanto à Filosofia e ao cotidiano. Esta coleção é bem moderna, traz uma proposta de conteúdos e problemas que buscam fazer o estudante enxergar a aplicação prática do conteúdo matemático que está sendo estudado, pois cada capítulo tem um tema central a ser desenvolvido no decurso deste por meio de problemas a serem resolvidos. A seguir, observa-se o registro dessa coleção por meio da figura 13.

Figura 13 - Coleção “Quadrante” de Livros Didáticos de Matemática.



Fonte: <https://www.smeducacao.com.br/livros/ensino-medio-quadrante-matematica/>

Percebeu-se ainda que a coleção diz que apresenta uma proposta que coloca o professor no papel de mediador do processo de ensino e aprendizagem, e a educação em um contexto sociopolítico. Assim, defende que propicia que o estudante construa sua autonomia sendo estimulado e adotando uma postura crítica diante do conhecimento a ser desenvolvido.

Ademais, para as análises dos problemas dessa coleção, escolheu-se os conteúdos dos capítulos relacionados ao campo da Geometria nos três volumes.

Sendo que no volume 1, selecionou-se o Capítulo 10 - intitulado “Relações métricas”, iniciado na página 221 e finalizado na página 247, sendo este o último capítulo deste volume, no qual aborda os aspectos métricos da Geometria Plana.

No volume 2, selecionou-se dois capítulos, o 1 e o 8, nos quais:

O capítulo 1 - intitulado “Trigonometria na circunferência”, iniciado na página 10 e encerrado na página 41, apresenta as relações trigonométricas associadas à circunferência;

O capítulo 8 - intitulado “Área de figuras planas”, iniciado na página 194 e encerrado na página 209, aborda conceitos, exemplificando medidas de Geometria Plana.

No volume 3, selecionou-se do capítulo 1 ao capítulo 5, nos quais:

O capítulo 1 - intitulado “Geometria espacial de posição”, iniciado na página 10 e encerrado na página 37, apresenta assuntos que partem fundamentalmente dos conceitos de ponto, reta e plano no espaço tridimensional;

O capítulo 2 - intitulado “Poliedros”, iniciado na página 38 e encerrado na página 67, aborda o assunto de figuras geométricas espaciais com superfícies planas;

O capítulo 3 - intitulado “Corpos redondos”, iniciado na página 68 e encerrado na página 95, apresenta o conteúdo de figuras geométricas espaciais, comumente denominadas corpos redondos;

O capítulo 4 - intitulado “Ponto e reta”, iniciado na página 97 e encerrado na página 132, aborda sobre o plano cartesiano, revisando conceitos dos volumes 1 e 2 e apresentando outros conceitos sobre o tema;

O capítulo 5 - intitulado “Cônicas”, iniciado na página 133 e encerrado na página 163, traz o estudo da circunferência.

Mediante o registro das seleções mencionadas anteriormente, observou-se que no volume 1 foi selecionado apenas um capítulo para análise dos problemas, no volume 2, foram selecionados dois capítulos e no volume 3, foram selecionados cinco capítulos. Totalizando 8 capítulos para análises e descrições dos dados.

Assim, buscou-se identificar os problemas presentes nesses volumes, nos capítulos de conteúdo do campo da Geometria, como discorre o capítulo a seguir, que traz apresentação e análise dos dados, contendo os resultados e discussões.

CAPÍTULO 3

3 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS: RESULTADOS E DISCUSSÕES

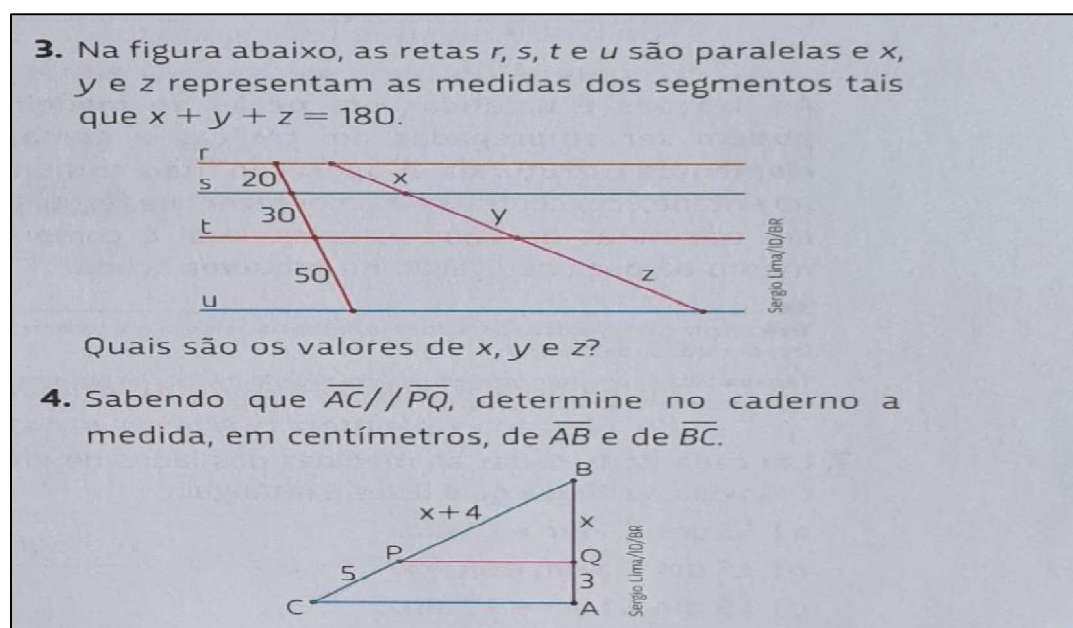
Do total dos 8 capítulos selecionados (um no primeiro volume, dois no segundo e cinco no terceiro) para análises e descrição dos dados, realizou-se a coleta dos problemas contidos nos LDs. Nesta coleta de dados, a partir do total de problemas apresentados nos três volumes, selecionou-se 9 problemas entre os capítulos da coleção dos LDs para análise e discussão dos dados. Assim, obteve-se os resultados como nota-se nas análises de cada volume percorridas nos subtópicos a seguir.

3.1 Análise e reflexões quanto ao Volume 1

Neste volume selecionou-se o Capítulo 10 “Relações métricas” (CHAVANTE; PRESTES, 2016, p. 221-247), que aborda os aspectos métricos da Geometria Plana. Foram identificados 32 problemas, que traz o campo da Geometria no capítulo 10. No qual selecionou-se três desses problemas (sendo dois na figura 13 e um na figura 14) conforme a Matriz de Continuidade de Problemas (FONSECA; GONTIJO, 2021).

Assim, na figura 14, selecionou-se dois problemas (o de número 3 e 4), para realizar a análise dos problemas propostos por este LD, como a seguir:

Figura 14 - Problemas do Tipo I (volume 1) números 3 e 4.



Fonte: (CHAVANTE, 2016, p. 227).

O critério de escolha destes problemas, foi pelo fato de serem amostras interessantes porque quase todos os problemas são parecidos e, levando em conta o problema da figura 14, tem-se um caso de um problema matemático que não parece ser classificado como fechado do Tipo I, mas evidencia ser.

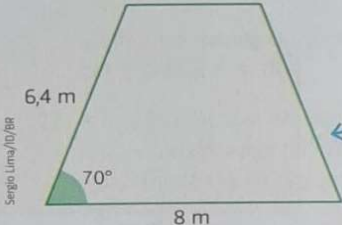
De acordo com a figura 14, é possível perceber que se trata de problemas fechados do Tipo I, pois, estes problemas admitem apenas uma forma de solução e apenas uma resposta para cada um. Segundo Fonseca e Gontijo (2021, p. 01) os “problemas fechados são aqueles que podem ser resolvidos por uma quantidade limitada de maneiras”. Nesse tipo de problema o estudante precisa saber a fórmula correta do “Teorema de Tales” e aplicá-lo para chegar à resposta (CHAVANTE; PRESTES, 2016). O método é conhecido pelo estudante, bastando saber aplicar a fórmula, por isso, os dois problemas (3 e 4) analisados são fechados do Tipo I.

Também se selecionou o problema de número 31, contido no capítulo 10, deste mesmo volume, como observa-se na figura 15 a seguir:

Figura 15 - Problema do Tipo I (volume 1) número 31.

31. Em dezembro de 1891, em Massachusetts (EUA), Luther Halsey Gullick, diretor de um colégio, pediu ao professor de educação física James Naismith para criar um jogo que não fosse violento e pudesse ser executado em local fechado. Assim foi criado o esporte conhecido hoje como basquetebol.

Até 2010, as áreas das quadras de basquetebol próximas da cesta eram em formato de trapézios isósceles e após 2010, as áreas restritivas passaram a ter formato de retângulo. A fotografia abaixo é de uma quadra de basquetebol do modelo anterior a 2010.




Jogadores disputando uma partida de basquetebol em cadeira de rodas durante os Jogos Parapan-Americanos de 2007, na Barra da Tijuca, Rio de Janeiro (RJ). A imagem no centro da quadra refere-se ao símbolo dos Jogos Parapan-Americanos.

Fonte: (CHAVANTE, 2016, p. 246).

Neste problema de número 31, no enunciado registra-se que:

O início do jogo de basquetebol acontece no círculo central da quadra, onde dois jogadores se posicionaram e saltam para pegar a bola. Nas áreas em azul próximas às cestas, chamadas “áreas restritivas”, um jogador oponente não pode permanecer por mais de 3 segundos consecutivos enquanto sua equipe estiver no controle com a bola. Essas regras valem também para os jogos de basquetebol paralímpicos, respeitando as devidas adequações para o uso da cadeira de rodas. Usando uma calculadora, determine quanto mede, em metros quadrados, a área restritiva total da quadra de basquetebol (CHAVANTE, 2016, p. 246).

Como observado na figura 15, nesse problema de número 31, o autor discorre sobre a história do basquete, no qual é uma situação problema que pode ser considerada de convivência dos estudantes, por isso basta que ele identifique o enunciado do problema e ao utilizar a fórmula, chegue à solução (CHAVANTE; PRESTES, 2016). Apesar do histórico no problema, é uma pergunta que poderia ter foco no pensamento geométrico, porém, basta que o estudante saiba calcular a área do trapézio isósceles para se chegar à solução.

Assim, identificou-se que este problema de número 31 é fechado do Tipo I, de acordo com a Matriz de Continuidade de Problemas adaptada por Fonseca e Gontijo (2021), pois, é necessário que o estudante saiba utilizar a forma correta para resolver este problema. Por isso, não oferece desafio e nem instiga estímulos à criatividade do estudante, sendo possível verificar que o problema é conhecido, bem como o método sendo que, apenas o resultado é desconhecido ao estudante.

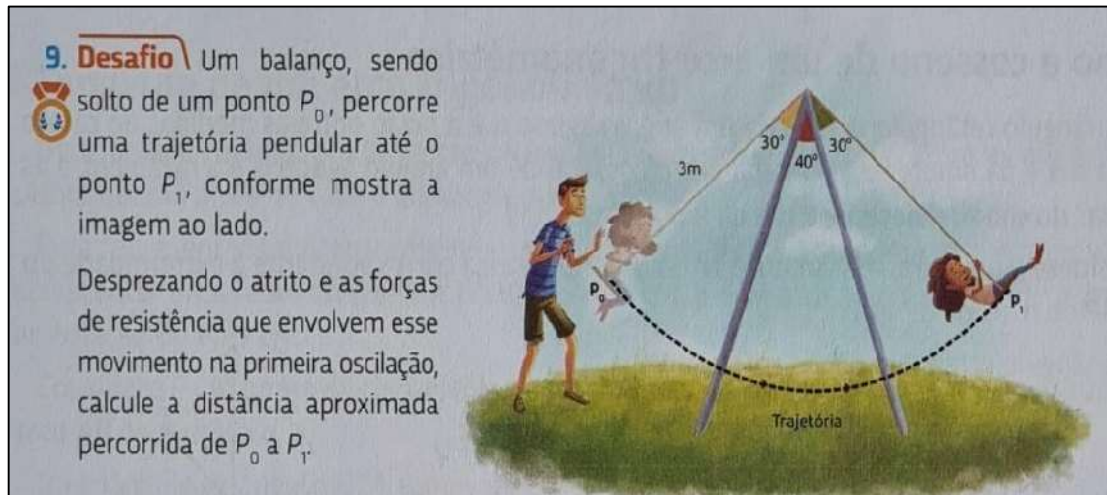
3.2 Análise e reflexões quanto ao Volume 2

Neste volume, selecionou-se dois capítulos. O capítulo 1 “Trigonometria na circunferência” (CHAVANTE; PRESTES, 2016, p. 10-41), que apresenta as relações trigonométricas associadas à circunferência e o capítulo 8 “Área de figuras planas” (CHAVANTE; PRESTES, 2016, p. 194-209) que traz conceitos, exemplificando medidas de Geometria Plana. Foram identificados 64 problemas neste volume 2, nos dois capítulos (1 e 8). No qual selecionou-se dois problemas do Tipo II, de acordo com a Matriz de Continuidade de Problemas adaptada por Fonseca e Gontijo (2021) para esta análise.

A escolha foi realizada com base no fato de que os problemas fechados do Tipo I presentes no volume II da coleção analisada, são parecidos com os problemas do mesmo Tipo presentes no volume I da referida coleção. Sendo assim, foram

selecionados dois problemas do Tipo II por representarem bem os problemas fechados deste Tipo nos volumes I e II. Como observa-se na figura 16 a seguir:

Figura 16 - Problema do Tipo II (Volume 2) número 9 (Desafio).



Fonte: (CHAVANTE, 2016, p. 17).

Ao verificar a descrição do problema na figura 16, notou-se que se trata de um desafio ao estudante, porém, a exigência é que o estudante interprete o problema para entender o que se pede, visualizando que a figura se trata de um semicírculo (CHAVANTE; PRESTES, 2016). Uma vez que compreende que o problema pede a medida do semicírculo, o estudante deve aplicar a fórmula e encontrar o resultado.

De acordo com a Matriz de Continuidade de Problemas adaptada por Fonseca e Gontijo (2021), notou-se que o problema é conhecido para o estudante, mas o método e o resultado são desconhecidos.

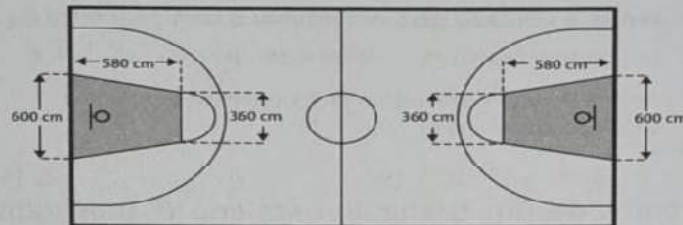
O que diferencia este problema (Tipo II), dos problemas do Tipo I é que neste caso, o método é desconhecido para o estudante. Percebeu-se que este problema não traz estímulos ao Pensamento Crítico e Criativo em matemática, pois, a parte final do problema solicita que o estudante apenas “calcule a distância aproximada percorrida de P_0 a P_1 ”, deixando evidente que se trata de um mero cálculo de medida (CHAVANTE; PRESTES, 2016).

Portanto, uma vez que o estudante interprete o problema, basta utilizar a fórmula para resolvê-lo, e chegar assim a solução almejada.

Ainda neste volume 2, foi selecionado o problema de número 06, também do Tipo II, como se observa na figura 17 a seguir:

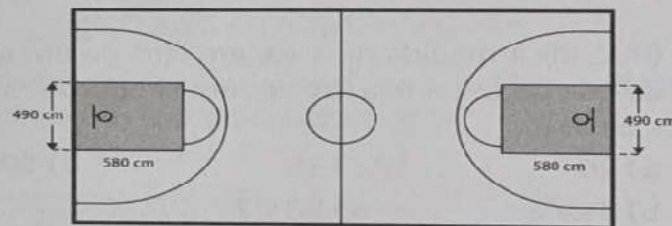
Figura 17 - Problema do Tipo II (Volume 2) número 6.

6. (Enem/Inep) O esquema I mostra a configuração de uma quadra de basquete. Os trapézios em cinza, chamados garrafões, correspondem a áreas restritivas.



Esquema I: área restritiva antes de 2010

Visando atender as orientações do Comitê Central da Federação Internacional de Basquete (Fiba) em 2010, que unificou as marcações de diversas ligas, foi prevista uma modificação nos garrafões das quadras, que passariam a ser retângulos, como mostra o esquema II.



Esquema II: área restritiva a partir de 2010

Após executadas as modificações previstas em cada garrafão, houve uma alteração na área ocupada, que corresponde a um(a)

- a) aumento de $5\,800\text{ cm}^2$.
- b) aumento de $75\,400\text{ cm}^2$.
- c) aumento de $214\,600\text{ cm}^2$.
- d) diminuição de $63\,800\text{ cm}^2$.
- e) diminuição de $272\,600\text{ cm}^2$.

Fonte: (CHAVANTE, 2016, p. 202)

Como verificado na figura 17, neste problema de número 6, ocorreu o mesmo que no problema de número 9 (figura 16), a pergunta exige um pouco mais do estudante uma vez que não basta identificar a pergunta, ele precisa interpretar para entender o que se pede (CHAVANTE; PRESTES, 2016). Uma vez que descubra que deverá calcular o valor da área do retângulo e do trapézio, o estudante aplica a fórmula e encontra o resultado.

Identificou-se que este exemplo é um problema fechado do Tipo II, pois, não há estímulos ao Pensamento Crítico e Criativo em Matemática, uma vez que o problema traz a informação de que houve uma mudança na quadra de basquete como curiosidade, para estudantes que gostam deste esporte.

Assim, de acordo com a Matriz de Continuidade de Problemas adaptada por Fonseca e Gontijo (2021), esse é um problema conhecido para o estudante, sendo o método e o resultado desconhecidos. É um problema classificado como fechado do Tipo II, o que segundo Fonseca e Gontijo (2021), mostra a importância da formação dos professores de matemática, para que sejam capazes de criar problemas que auxiliem os estudantes a desenvolverem o Pensamento Crítico e Criativo.

3.3 Análise e reflexões quanto ao Volume 3:

Neste último volume, selecionou-se cinco capítulos, do 1 ao 5. O capítulo 1: “Geometria espacial de posição” (CHAVANTE; PRESTES, 2016, p. 10-37), que apresenta assuntos relacionados aos conceitos de ponto, reta e plano no espaço tridimensional. O capítulo 2: “Poliedros” (CHAVANTE; PRESTES, 2016, p. 38-67), evidencia as figuras geométricas espaciais com superfícies planas. O capítulo 3: “Corpos redondos” (CHAVANTE; PRESTES, 2016, p. 68-95), discorre sobre as figuras geométricas espaciais (comumente denominadas corpos redondos). O capítulo 4: “Ponto e reta” (CHAVANTE; PRESTES, 2016, p. 97-132) aborda sobre o plano cartesiano, revisando e apresentando outros conceitos relacionados ao tema. O capítulo 5: “Cônicas” (CHAVANTE; PRESTES, 2016, p. 133-163), traz o estudo da circunferência.

No entanto, neste volume 3, foram identificados 199 problemas presentes nos cinco capítulos selecionados (do 1 ao 5), no qual escolheu-se quatro problemas para essa análise de acordo com a Matriz de Continuidade de Problemas adaptada por Fonseca e Gontijo (2021).

O critério de escolha foi parecido com os problemas selecionados nos volumes I e II, mas neste caso, foram selecionados dois problemas de cada tipo como melhor forma de representar os tipos de problemas presentes nestes volumes. Como pode-se notar na figura 18 a seguir:

Figura 18 - Problema do Tipo I (Volume 3) número 14.

14. Em cada item, classifique a sentença como verdadeira ou falsa. Em seguida, reescreva cada sentença que você julgou falsa corrigindo-a para torná-la verdadeira.

- a) Se a reta r possui um ponto em comum com o plano α , então, r está contida em α .
- b) Se a reta r possui dois ou mais pontos em comum com o plano α , então, r está contido em α .
- c) Se a reta r intersecta o plano α em apenas um ponto, então, r é secante a α .
- d) Se a reta r é paralela ao plano α , então, r intersecta α em apenas um ponto.

Fonte: (CHAVANTE, 2016, p. 21).

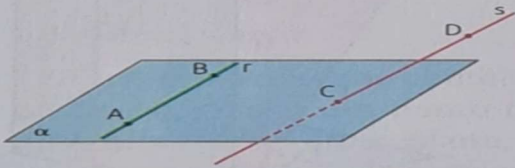
Conforme a figura 18, neste problema de número 14, o estudante precisa saber os conceitos. É plausível pensar que o estudante possa desenhar cada afirmação e comparar com seus conhecimentos para responder a cada item. Mas no fim, tudo se resume a saber a resposta correta. Observou-se que nesse exemplo o problema e o método são conhecidos para o estudante, mas o resultado é desconhecido (CHAVANTE; PRESTES, 2016).

Este é um problema matemático que não oferece desafio, curiosidade e nem estímulo à criatividade, não sendo hábil a fornecer ao estudante qualquer estímulo ao Pensamento Crítico e Criativo em Matemática. Segundo Dante (1991), um problema é uma situação em que o estudante precisa pensar para solucioná-lo. Logo, neste exemplo de problema é fácil notar que o estudante não precisa pensar muito para resolvê-lo, ou o estudante sabe resolver o problema ou ele não sabe.

Assim, discorre-se o problema de número 10, na figura 19 a seguir:

Figura 19 - Problema do Tipo I (Volume 3) número 10.

10. Considere os pontos A , B e C pertencentes ao plano α , e o ponto D não pertencente ao plano.



Determine se as retas indicadas são coincidentes, paralelas, concorrentes ou reversas.

- a) r e s
- b) $\overrightarrow{AC}$ e $\overrightarrow{BC}$

Fonte: (CHAVANTE, 2016, p. 18).

Como pode-se notar na figura 19, nesse problema, o estudante precisa saber os conceitos de retas coincidentes, paralelas, concorrentes ou reversas. Existe apenas uma única forma de resolução e apenas uma resposta correta para cada item. Este problema não traz nenhum estímulo ao Pensamento Crítico e Criativo, sendo ausente de desafio, curiosidade ou mesmo, estímulo à criatividade.

Logo, neste exemplo de problema, o problema e o método de resolução são conhecidos e o resultado é desconhecido. Segundo os ensinamentos de Chaparin (2019), o presente problema não é um “bom problema”, pois, dentre as características de um bom problema, Chaparin (2019) cita que o estudante deve “poder abordar o problema de múltiplos modos usando diferentes estratégias de resolução” (CHAPARIN, 2019, p. 48)

Ainda neste volume, discorreu-se sobre o problema de número 13, como se observa na figura 20 a seguir:

Figura 20 - Problema do Tipo II (Volume 3) número 13.

13. Um roteador *wireless* emite sinal de internet *Wi-Fi* numa região circular com um alcance de até 100 metros, estando localizado no ponto $A(2,5)$ de um plano cartesiano, com medidas em metros. Um computador que está no ponto $B(26,50)$ do mesmo plano cartesiano recebe sinal *Wi-Fi* desse roteador? E um telefone celular localizado no ponto $D(103,5)$ desse mesmo plano? Justifique suas respostas.

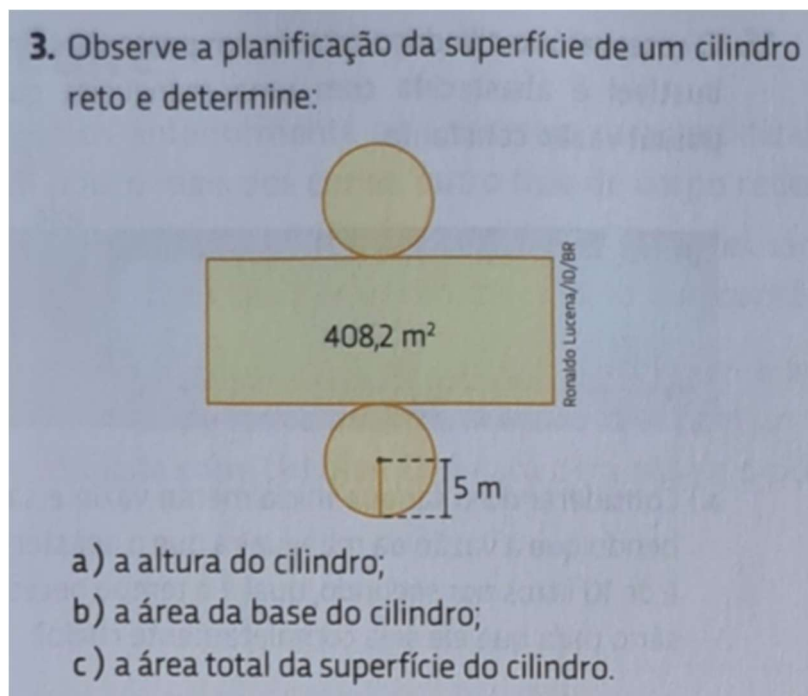
Fonte: (CHAVANTE, 2016, p. 143)

A figura 20 evidenciou que esse problema exige que os estudantes tenham entendimento de situações relacionadas ao assunto do problema. Desta forma, o problema exige um pouco mais de desafio aos estudantes, pois, seguindo as instruções do problema, é necessário que os mesmos percebam que se deve montar o plano cartesiano e colocar os três pontos citados no enunciado do problema (CHAVANTE; PRESTES, 2016). Sendo assim, ao seguir esses passos o estudante vai perceber que basta olhar a distância entre os pontos para descobrir a resposta.

Embora traga um pouco de desafio, ao exigir que o estudante construa o plano cartesiano e coloque os pontos nos lugares indicados, este problema não instiga nenhuma curiosidade ou estímulos à criatividade. Pois, de acordo com a Matriz de Continuidade de Problemas adaptada por Fonseca e Gontijo (2021), o problema é conhecido para o aluno, mas o método e o resultado são desconhecidos.

Logo, concluindo as amostras dos exemplos de problemas relacionados ao volume 3, discorreu-se sobre o problema de número 3, como observa-se na figura 21 a seguir:

Figura 21 - Problema do Tipo II (Volume 3) número 3.



Fonte: (CHAVANTE, 2016, p. 75)

Como observado na figura 21, o problema apresentado exige que o estudante saiba as fórmulas para a resolução de cada item, pois, no item “a”, o estudante pode responder utilizando a fórmula para calcular a medida da circunferência e, posteriormente, com a fórmula para calcular a área do retângulo, descobrir a altura do cilindro (CHAVANTE; PRESTES, 2016). No item “b”, o problema solicita que o estudante descubra a área da base do cilindro com a fórmula da área do círculo, e no item “c”, basta multiplicar a área do círculo por 2 e somar com a área do retângulo (CHAVANTE; PRESTES, 2016).

Desta forma, ficou evidente que para resolver o problema o estudante necessita fazer uso de fórmulas aprendidas anteriormente, não havendo outras formas de resolução e respostas distintas. O desafio do problema é identificar o passo-a-passo de como resolver. Este problema oferece desafio ao estudante, mas carece de estímulo à curiosidade e à criatividade, não sendo suficiente para estimular o Pensamento Crítico e Criativo em Matemática.

Desta forma, após analisar os problemas selecionados, presentes nos LDs e voltados para conteúdos do campo da Geometria, cabe ainda enfatizar que:

- As figuras 6, 7, 10 e 11 trouxeram exemplos de problemas contidos nos LDs, que são classificadas de acordo com a Matriz de Continuidade de Problemas, em problemas fechados do Tipo I, uma vez que estes problemas são específicos para o professor e conhecidos para o estudante, os métodos por sua vez são conhecidos para ambos e as soluções são conhecidas para o professor e desconhecidas para o estudante.
- Já nas figuras 8, 9, 12 e 13, os problemas apresentados (também exemplos de problemas contidos nos LDs) foram classificados como problemas fechados do Tipo II, de acordo com a Matriz de Continuidade de Problemas, pois, os problemas são específicos para o professor e conhecidos para o estudante, os métodos são conhecidos para o professor, mas desconhecidos para o estudante e as soluções são conhecidas para o professor e desconhecidas para o estudante.

Desse modo, percebeu-se que os problemas apresentados nos LDs de maneira geral podem ser classificados, de acordo com a Matriz de Continuidade de Problemas de Shiever e Maker (2003), adaptada por Fonseca e Gontijo (2021), como problema apenas dos Tipos I e II.

Assim, para melhor visualização das análises dos problemas identificados nos LDs, destacou-se que, de acordo com quadro 3 a seguir, utilizou-se apenas 9 problemas entre a relação da quantidade explicitada, dentre os problemas dos três volumes conforme foi discutido e analisado, neste capítulo 3 deste TCC. No qual também se destaca, como analisado no quadro, no volume 1 identificou o menor número de problemas, entre os do Tipo I e Tipo II, somando um total de 32.

Quadro 3 - Relação da quantidade e percentuais de cada tipo de problemas identificados na coleção.

Volume	Quantidade de problemas	Problemas do Tipo I	Porcentagem de problemas do Tipo I	Problemas do Tipo II	Porcentagem de problemas do Tipo II
Volume 1	32	21	65,625 %	11	34,375 %
Volume 2	64	45	70,312 %	19	29,687 %
Volume 3	199	112	56,281 %	87	43,718 %
TOTAL	295	178	60,338 %	117	39,661 %

Fonte: Produzido pelo autor.

O quadro 3 trouxe a quantidade de problemas de Geometria em cada volume da coleção analisada, bem como a quantidade de cada Tipo de problema (Tipos I e II), inclusive em porcentagem, além da quantidade total de problemas encontrados na coleção dos LDs.

Foram identificados um total de 295 problemas, contidos nos 8 capítulos selecionados nos três volumes que tratam em seus conteúdos, especificamente do campo da Geometria. Desse total, 178 problemas foram classificados como “problemas fechados” do Tipo I, o que representa 60,338% do total de problemas e 117 também definidos como “problemas fechados”, porém do Tipo II, representado 39,661% do total.

Ainda, com base nas informações do quadro 2 é possível enfatizar que:

- No volume 1, existem ao todo 32 problemas do campo da Geometria, sendo 21 fechados (Tipo I), representando 65,625% e 11 do Tipo II, representando 34,375%;
- O volume 2, possui ao todo 64 problemas do campo da Geometria, sendo 45 classificados como problemas fechados (Tipo I), representando 70,312% e 19 também classificados como fechados (Tipo II), representando 29,687%;
- No volume 3, é possível perceber que existem ao todo 199 problemas do campo da Geometria, sendo 112 problemas fechados (Tipo I), representando 56,281% e 87 problemas fechados do Tipo II, representando 43,718%.

O quadro 3 mostrou ainda, que na coleção dos LDs, identificou-se apenas problemas fechados dos Tipos I e II, existindo a necessidade de os professores de Matemática que trabalham com essa coleção, proporcionar aos estudantes no

contexto da sala de aula e fora dela, novas propostas de problemas que sejam do tipo aberto ou que possam adaptar os problemas existentes nos LDs para que esses possam ser utilizados com projeções futuras de problemas abertos (que poderão ser do Tipo IV ao Tipo VI).

Para Chaparin (2019), problemas do tipo fechado podem ser adaptados para problemas do tipo aberto. O autor ilustra as diferenças entre o que vem a ser problemas fechados e abertos, e traz ainda reflexões sobre “como podemos adaptar situações fechadas para uma atividade que admite várias soluções” (CHAPARIN, 2019, p. 46). Segundo o autor, um exemplo prático de como essa adaptação funciona é verificar os passos a seguir:

- Para Chaparin (2019), um problema fechado, em que se pede para calcular a soma de duas frações, pode ser transformado em um problema aberto. Como se observa no exemplo a seguir:

EXEMPLO: Calcule:

a) $\frac{3}{8} + \frac{5}{8}$.

Pode ser reescrito assim:

a) Encontre duas frações cuja soma seja igual a 1.

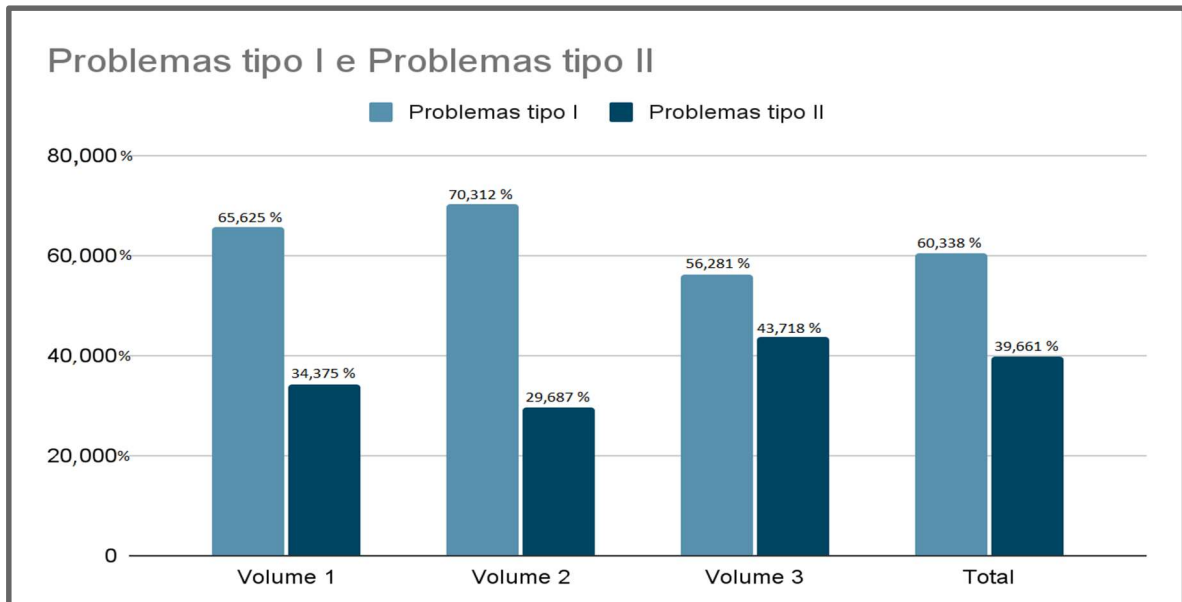
Assim, um problema fechado, que só tinha uma forma de resolver e apenas uma única resposta correta, passou a ser um problema aberto com várias possibilidades de resoluções.

Fica explícito a necessidade de intervenção dos professores para que os estudantes possam ter contato com os problemas do tipo aberto, nota-se o gráfico abaixo trouxe a incidência do percentual de cada tipo de problema existente nos LDs e mostrou que só existem problemas do tipo fechado I e II na coleção.

O gráfico a seguir evidenciou a relação da quantidade de problemas identificados na coleção em porcentagem, como pode-se notar: Tem-se à esquerda do gráfico os valores em porcentagem, sendo 20%, 40%, 60% e 80% como parâmetros indicadores. Na parte superior encontra-se a legenda do gráfico, indicando que a cor mais clara se refere a quantidade de problemas do Tipo I em cada volume e, a cor mais escura, mostra a quantidade de problemas do Tipo II em cada volume. No centro do gráfico, nota-se o comparativo visual da quantidade de cada tipo de

problema (Tipos I e II) encontrados nos volumes. Nas barras mais à direita do gráfico, verifica-se o comparativo total da quantidade de problemas dos Tipos I e II.

Gráfico - Relação da quantidade de problemas identificados na coleção em porcentagem.



Fonte: Produzido pelo autor

O gráfico trouxe a visualização da quantidade de problemas do campo da Geometria que as coleções dos LDs possuem, fazendo também um comparativo entre os volumes, em relação a quantidade de problemas do Tipo I e Tipo II. Nesse aspecto, notou-se que de acordo com o gráfico a coleção evidenciou apenas problemas dos Tipos I e II, tendo sido observado a predominância de mais de 60% dos problemas propostos nesta coleção (considerando os capítulos analisados) relacionados ao campo da Geometria, são do Tipo I (problemas totalmente fechados).

Logo, ficou claro que em relação aos problemas de Geometria a coleção não está estimulando o Pensamento Crítico e Criativo dos estudantes, por não apresentar problemas do tipo aberto. Nesse contexto, vale salientar que, para que essa coleção apresente problemas que sejam instigadores é preciso pensar na escrita matemática, de modo que estes problemas sejam propostos de maneira contextualizada, considerando a realidade dos estudantes, propiciando que estes possam criar e reformular problemas do tipo aberto.

Os professores que trabalham com esses LDs devem refletir sobre como proporcionar estes problemas aos estudantes, partindo de processos que possam adaptar os problemas fechados, para que se tornem abertos, alterando a escrita

matemática no comando destes problemas, como defendido por Souza (2017), dentre outros autores.

Segundo Souza (2017) a escrita matemática é de suma importância para a criação de problemas do tipo aberto. O autor destacou ainda que é significativo o ganho em questão de amadurecimento dos estudantes ao resolver problemas abertos. Nesse raciocínio, Pinho e Moretti (2018) trouxeram relato prático da aplicação de técnicas que auxiliaram os estudantes a criarem os próprios problemas matemáticos, especificamente do campo da Geometria.

Para os autores, existem estudiosos preocupados com o aperfeiçoamento dos professores no sentido de que esses possam trabalhar mais em sala de aula com a elaboração de problemas abertos, com intuito de estimular nos estudantes o Pensamento Crítico e Criativo. Mesmo ideal defendido por Fonseca e Gontijo (2021), que relatam que a formação continuada para professores é importante nesse processo de fazer uso de problemas abertos.

É certo que existe a necessidade de expansão nas formações para os professores e esse preparo deve-se iniciar ainda na formação inicial, estendendo-se por toda a carreira dos professores através da formação continuada, possibilitando a atualização constante no uso dos problemas como ferramenta para aprimorar o processo de ensino e aprendizagem na matemática.

Nessa direção, o preparo dos professores é fundamental nesse processo, como nota-se nos estudos de Chaparin (2019); Araújo (2022); Borochovcicius e Tortella (2014); Fonseca e Gontijo (2021); Gontijo e Fonseca (2020), que defendem que a formação inicial e continuada deve servir para preparar os professores para que possam instigar nos estudantes a elaborarem problemas abertos. Esses autores defendem que a elaboração e resolução dos problemas é uma ferramenta que serve para despertar nos estudantes o pensamento criativo, demonstrando a preocupação sobre a importância desses recursos no processo de ensino e aprendizagem.

Por este caminho, também pode-se sugerir de acordo com os estudos de Gontijo e Fonseca (2020), Fonseca e Gontijo (2020, 2021), Leal, Santos e Gontijo (2022); Araújo Neto (2022) e Leal (2023), que o modelo de Oficinas de Estímulo ao Pensamento Crítico e Criativo em Matemática, proposto por Fonseca e Gontijo (2020) pode estimular a formulação de problemas com inspirações à sexta fase da oficina, que são as projeções futuras, de modo que os estudantes consigam elaborar

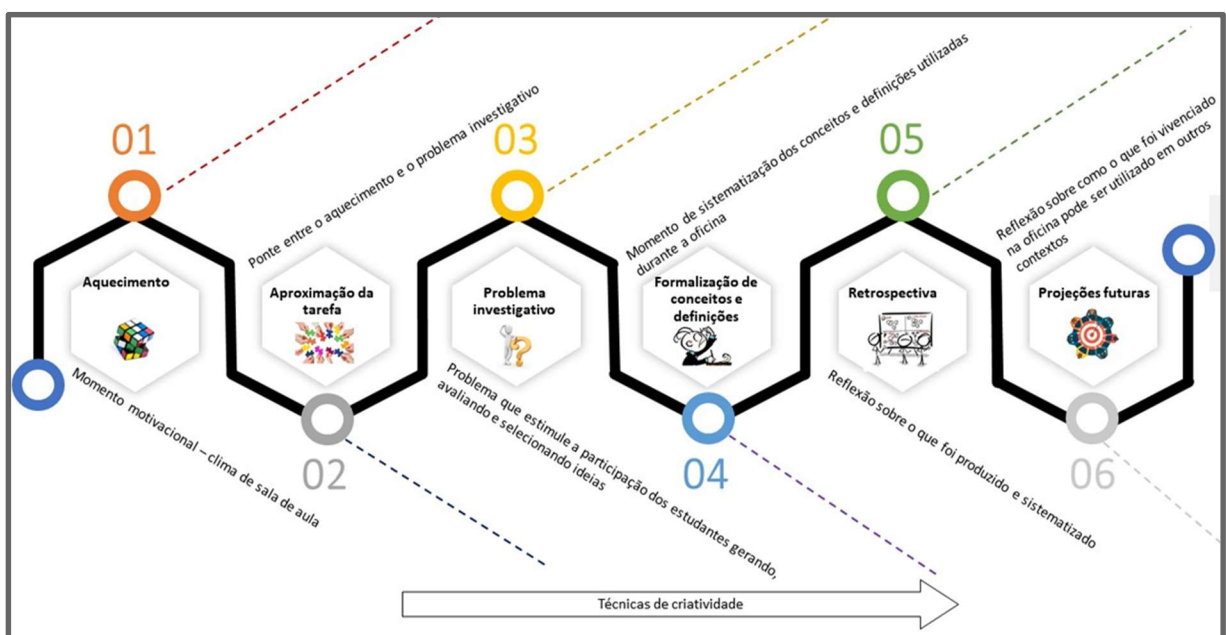
problemas abertos, que saiam da zona de conforto e sejam capazes de pensar criticamente e criativamente.

Ambos os autores relataram resultados positivos ao fazer uso desse modelo de oficinas e que há impacto na realidade do contexto da sala de aula. Segundo Leal, Santos e Gontijo (2022) esse modelo de oficina quando trabalhado com estudantes da Educação Básica, pode trazer:

Importantes elementos de discussão acerca do pensamento crítico e criativo em matemática, com reflexões quanto ao clima no contexto da sala de aula, ao modelo de aplicação da oficina, à mudança do papel do estudante nas relações existentes em sala de aula, à busca por conhecimento em ambientes variados, ao uso de ferramentas digitais como suporte para pesquisa, à troca de experiência sem e com a mediação do professor, ao tratamento do erro de forma natural como um momento de aprendizagem e à participação que evidenciou o estímulo ao pensamento crítico e criativo em matemática (LEAL; SANTOS; GONTIJO, 2022, p. 68).

Nota-se, portanto, que este modelo de oficina estimula o Pensamento Crítico e Criativo dos estudantes, influencia no clima em sala de aula, ocorrendo mudanças do papel do professor ao variar as possibilidades metodológicas da aula, propiciando assim, a elaboração de problemas abertos. Ademais, observa-se o infográfico na figura 22 a seguir, as seis importantes fases desse modelo de oficina, que vai desde a fase do “Aquecimento”, sendo a primeira fase até a última, às “Projeções Futuras”, que é a sexta fase.

Figura 22 - Modelo de Oficinas de Estímulo ao Pensamento Crítico e Criativo.



Fonte: Fonseca e Gontijo (2020).

Esse modelo de oficina é composto por 6 fases, sendo elas: 1ª) Aquecimento; 2ª) Aproximação com a tarefa; 3ª) Problema investigativo; 4ª) Formalização dos conceitos e definições; 5ª) Retrospectiva; e 6ª) Projeções futuras. Esse tipo de oficina ajuda a despertar o Pensamento Crítico e Criativo dos estudantes e faz com que as aulas de matemática, não sejam monótonas/entediadas, trazendo certa leveza, despertando a criatividade e o interesse dos mesmos.

Além da proposta da utilização de oficinas, existe a possibilidade do uso da Modelagem Matemática aliada a Etnomatemática visando analisar situações da realidade dos estudantes e trazer para o contexto matemático, possibilitando a formulação de problemas abertos, com a interdisciplinaridade com outras matérias, enriquecendo o processo de ensino e aprendizagem. Para D'Ambrósio (1996, p. 31), “a tendência de todas as ciências é cada vez mais de se matematizarem em função do desenvolvimento de modelos matemáticos que desenvolvem fenômenos naturais de maneiras adequadas”.

Além disso, a possibilidade de evolução deste tema está intimamente ligada à prática docente em sala de aula. Com aplicação de métodos e técnicas, como apresentado por Chaparin (2019), para adaptar problemas de cunhos fechados para abertos, será possível aumentar o repertório desses problemas para que se possa verificar os possíveis benefícios a médio e longo prazo.

CONCLUSÃO

O presente trabalho analisou coleção de Livros Didáticos do Ensino Médio “Coleção Quadrante Matemática, 1º, 2º e 3º anos do ensino médio”, dos autores Chavante e Prestes (2016) a partir da classificação de problemas de Geometria com embasamento da Matriz de Continuidade de Problemas, proposta por Schiever e Maker (2003), adaptada por Fonseca e Gontijo (2021).

Assim, foram encontrados no primeiro volume desta coleção, 21 problemas fechados do Tipo I e 11 problemas fechados do Tipo II, totalizando 32 problemas de Geometria, selecionou-se 3 para as análises. Neste contexto, concluiu-se que os dois primeiros problemas refletiram o formato da maioria dos problemas encontrados nos LDs e o terceiro foi selecionado pela forma como foi proposto ao estudante, dando a impressão de que poderia ser de um tipo diferente do Tipo I (fechado).

No segundo volume foram encontrados 45 problemas fechados do Tipo I e 19 do Tipo II, totalizando 64 problemas do campo da Geometria. Como os problemas do Tipo I deste volume são parecidos com os problemas do mesmo tipo no volume 1, foram selecionados apenas 2 problemas fechados do Tipo II. O primeiro foi escolhido pela forma proposta ao estudante e por ser um desafio, pois, aparentemente traz um contexto que poderia passar a impressão de ser um problema aberto. Porém, ao analisar cuidadosamente, percebeu-se que se tratava de um problema fechado do Tipo II. O segundo problema selecionado, foi escolhido por ser uma amostra semelhante aos problemas do Tipo II do mesmo LD.

No terceiro volume foram encontrados 112 problemas fechados do Tipo I e 87 problemas fechados do Tipo II, totalizando 199 problemas do campo da Geometria. Foram selecionados 4 problemas, sendo dois problemas do Tipo I e dois do Tipo II. Nesta coleção os problemas foram escolhidos por serem amostras dos demais problemas, pela semelhança a como são propostos aos estudantes.

Sobre a questão indagadora neste estudo, que perguntava se “esses livros didáticos estão trazendo problemas que despertam, estimulam e dão espaço para o despertar do Pensamento Crítico e Criativo dos estudantes”? A partir da análise dos problemas presentes nos LDs, envolvendo os conteúdos de Geometria, foi evidenciado a existência apenas de problemas classificados como fechados dos Tipos I e II, demonstrando que na coleção não há indícios de estímulo ao Pensamento Crítico e Criativo na oferta dos problemas propostos nesta coleção.

Quanto aos objetivos específicos deste trabalho, pôde-se concluir que em relação a estes, buscou:

a) Realizar revisão bibliográfica apresentando produções que auxiliem na sustentação teórica deste estudo, evidenciando discussões e apontamentos de pesquisas publicadas quanto à importância da resolução de problemas para o processo de ensino e aprendizagem da matemática. Este objetivo foi alcançado, tendo em vista que foi realizada uma pesquisa com mapeamento dos trabalhos que trazem a importância do tema proposto e serviram de embasamento teórico para a presente pesquisa, dando sustentação teóricas nas análises e discussão dos dados.

b) Identificar problemas do Tipo I ao Tipo VI (fechados e abertos) de acordo com a Matriz de Continuidade de Problemas na coleção escolhida para ser analisada. Enfatiza-se que na coleção, após a análise dos LDs foram identificados apenas problemas fechados dos Tipos I e II, não sendo identificados problemas fechados do Tipo III, bem como não se percebeu a presença de nenhum de cunho aberto (Tipos IV ao VI).

c) Reconhecer indícios de estímulos ao Pensamento Crítico e Criativo em Matemática na constituição dos problemas propostos pela coleção analisada. Pode-se afirmar que, com base nos problemas identificados, não foram encontrados indícios de estímulos ao Pensamento Crítico e Criativo em Matemática, pois, conforme defendem Fonseca e Gontijo (2021), os problemas do tipo fechado não são capazes de trazer esses estímulos, sendo necessária a utilização dos problemas do tipo aberto.

d) Identificar se os problemas que envolvem o campo da Geometria contidos no Livro Didático de Matemática ofertam desafios, curiosidades e estímulos à criatividade. Concluiu-se que não foram ofertados, mas, foram identificados poucos problemas com desafios ou curiosidade, porém, percebeu-se que os assuntos trazidos pelo problema na grande maioria desses desafios, eram alheios ao que se solicitava, sendo descontextualizado do comando do problema, que tirava o foco do que era proposto com ardeios históricos. Não contribuindo para estimular a criatividade dos estudantes.

Logo, de maneira geral concluiu-se que todos os objetivos foram atingidos, pois, os problemas presentes na coleção estudada foram todos identificados como problemas do Tipo I e do Tipo II, foi verificado que não há indícios de estímulo ao Pensamento Crítico e Criativo em Matemática na constituição dos problemas propostos e foi identificado que os problemas que envolvem o campo da Geometria,

em geral, não oferecem desafios, curiosidades e nem estímulos à criatividade dos estudantes.

Notou-se, portanto, que os problemas trazem apenas uma forma de resolução e apenas um resultado definido, pois, ainda que tragam algum conhecimento extracurricular para os estudantes em seus comandos, são pouco desafiadores e não estimulantes ao estudante, porque parte-se da interpretação que estes problemas não possibilitam formas alternativas de resolução ou caminhos diferentes da “forma correta de responder” e da “resposta certa”.

Assim, denotou-se que os mesmos não estimulam a criatividade dos estudantes. Haja vista que o professor poderá oferecer aos estudantes a oportunidade de aprenderem com a utilização de problemas abertos, sendo que pode ser uma estratégia importante nesse processo, pois, é um caminho para ajudar na formação de uma sociedade mais criativa diante dos problemas e mais crítica diante dos contextos de suas vidas. Cidadãos capazes de olhar um problema (sendo ele matemático ou não) e conseguir enxergar nele uma oportunidade de crescimento e evolução, os estudantes serão mais capazes de encontrar soluções para os desafios presentes e futuros.

Para que haja essa oferta de problemas abertos aos estudantes, os professores devem buscar seu aprimoramento por meio de estudo, pesquisa e oficinas que possam instruir e prepará-los para o uso dos problemas abertos como importantes ferramentas para o processo de ensino e aprendizagem. Como ressaltado na BNCC (BRASIL, 2018), corroborando a necessidade de o professor propiciar atividades que possam exercitar a curiosidade dos estudantes quanto às matérias de ensino, sendo capazes de realizar investigações, ter análise crítica, refletir, imaginar e criar. Bem como ainda elaborar, formular e resolver problemas, que como vistos, podem ser problemas fechados e abertos.

Diante dessa abordagem, ficou clara a intenção de se fazer movimentos em prol de uma educação que seja fomentada com estímulos à elaboração e resolução de problemas. Inserir problemas abertos nos LDs de acordo com a Matriz de Continuidade de Problemas de Problemas adaptada por Fonseca e Gontijo (2021), poderá possibilitar ao estudante ter acesso a um material que de fato estimule o Pensamento Crítico e Criativo em Matemática, proporcionando conhecimento que o ajude a se desenvolver melhor e aprimorar sua capacidade de lidar com problemas dentro e fora do contexto da sala de aula.

Por isso, há preocupação com a qualidade da formação do estudante de modo que se perceba nela um avanço, pois, a cada passo no seu processo de formação seja instigado pelos professores, competências e habilidades que objetivem estimular, criar, solucionar e a resolver problemas, tendo um olhar cuidadoso quanto ao que é proposto pelos LDs de Matemática.

Como foi visto nos estudos de Fonseca e Gontijo (2020, 2021) que trazem abordagens categóricas e sistemáticas quanto a importância de se estimular o Pensamento Crítico e Criativo em Matemática nos estudantes por meio de problemas abertos. Ademais, vale salientar a relevância de incluir nos livros didáticos que são disponibilizados pelo MEC, problemas classificados dos Tipos I ao VI.

Pôde-se concluir que é possível realizar mudanças nos LDs, mesmo que isso demande um tempo longo. Portanto, para que se busque uma qualidade maior no processo de ensino e aprendizagem, os professores devem buscar uma formação que lhes faça sentido e sejam norteadoras de um processo que lhes proporcione transformar problemas que sejam de cunho fechado para os abertos, para que seja possibilitada no contexto de suas aulas os estímulos ao Pensamento Crítico e Criativo. Sendo possível também, utilizar o novo designer de aula, mencionada por Leal (2023) com o modelo de oficinas de estímulos ao Pensamento Crítico e Criativo para estudantes em formação, de modo que seja propiciado uma prática docente diferenciada das rotineiras, ao se utilizar os LDs no contexto da sala de aula, ressignificando o ensino de Geometria.

REFERÊNCIAS

AFONSO, Matheus Pereira Regis. **Três diferentes livros, três diferentes décadas: um estudo da abordagem da geometria em livros didáticos de matemática dos anos finais do ensino fundamental**. 2019. Trabalho de Conclusão de Curso (Matemática - Licenciatura) - Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2019.

ALVARENGA, Rosana Cristina Macelloni. **Um estudo sobre os componentes da criatividade na solução de problemas matemáticos**. 2017. 141f. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência) - Faculdade de Ciências, UNESP, Bauru, 2017.

AMARAL, Nuno; CARREIRA, Susana. **A Criatividade Matemática nas Respostas de Alunos Participantes de uma Competição de Resolução de Problemas**. Boletim de Educação Matemática, v. 31, n. 59, p. 880-906, dic. 2017. DOI: <https://doi.org/10.1590/1980-4415v31n59a02>

ARAÚJO NETO, Lineu da Costa. **Concepções e práticas acerca da criatividade em Matemática: movimentos na formação de um grupo de estudantes de licenciatura em Matemática**. 2022. 202 f., il. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade de Brasília, Brasília, 2022.

ARROYO, Leonardo. **Literatura infantil brasileira**. São Paulo: Melhoramentos, 1968.

BITTENCOURT, Circe Maria Fernandes. **Livro didático e conhecimento histórico**. 1993. 369 p. Tese (Doutorado) - Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1993.

BIFFI, Lorena Carolina Rosa. **História da Matemática nos Livros Didáticos do Ensino Médio: Uma Investigação**. Universidade Estadual de Maringá. 2016. Disponível em: http://www.ebrapem2016.ufpr.br/wp-content/uploads/2016/04/gd5_lorena_biffi.pdf. Acesso em: 10 mai. 2024.

BOROCHOVICIUS, Eli, & Tortella, Jussara Cristina Barboza. **Aprendizagem Baseada em Problemas: um método de ensino-aprendizagem e suas práticas educativas**. Ensaio: Avaliação E Políticas Públicas Em Educação, 22(83), 263–294. (2014). Disponível em: <https://doi.org/10.1590/S0104-40362014000200002>. Acesso em: 11 dez. 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular - BNCC**. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **Lei de Diretrizes e Bases - LDB - Lei nº 9394/96**, de 20 de dezembro de 1996.

BRASIL. Ministério da Educação. **Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação**. 2021. Disponível em <https://www.gov.br/fnde/pt-br/aceso-a->

<informacao/acoes-e-programas/programas/programas-do-livro/pnld/historico>. Acesso em: 10 mai. 2024.

BRASIL. **Ministério da Educação e Cultura**. Portal do MEC, 2023. Disponível em <http://portal.mec.gov.br/component/content/article?id=12391:pnld>. Acesso em: 15 Fev. 2024.

CARDOSO, Márcia Regina Gonçalves; OLIVEIRA, Guilherme Saramago de e; GHELLI, Kelma Gomes Mendonça. **Análise de conteúdo: uma metodologia de pesquisa qualitativa**. Cadernos da Fucamp, v.20, n.43, p.98-111/2021. Disponível em: <file:///C:/Users/Dell/Downloads/2347-Texto%20do%20Artigo-8462-1-10-20210325.pdf>. Acesso em: 15 mar. 2024.

CARVALHO, Flávio de Paula Soares; CIVARDI, Jaqueline Araújo. **Novas tecnologias, velhas atitudes, práticas antigas**. In: CONGRESSO INTERNACIONAL TIC E EDUCAÇÃO, 2., 2012. Lisboa. Anais [...]. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2012. p. 719-736. Disponível em: <http://ticeduca.ie.ul.pt/atas/pdf/72.pdf>. Acesso em: 1 abr. 2024.

CHAPARIN, Rogério Osvaldo. **A formação continuada de professores que ensinam matemática, centrada na resolução de problemas e em processos do pensamento matemático**. 2019. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Disponível em: <https://repositorio.pucsp.br/jspui/handle/handle/22820>. Acesso em: 23 nov. 2023.

CHAVANTE, Eduardo; PRESTES, Diego. **Coleção Quadrante Matemática, 1º ano do ensino médio – 1ª edição – São Paulo: Editora Sm, 2016.**

CHAVANTE, Eduardo; PRESTES, Diego. **Coleção Quadrante Matemática, 2º ano do ensino médio – 1ª edição – São Paulo: Editora Sm, 2016.**

CHAVANTE, Eduardo; PRESTES, Diego. **Coleção Quadrante Matemática, 3º ano do ensino médio – 1ª edição – São Paulo: Editora Sm, 2016.**

DANTE, Luiz Roberto. **Didática da resolução de problemas de matemática**. 7. ed. São Paulo: Ática, 1991.

DASSIE, Bruno Alves. **O Livro Didático De Matemática Da Escola Secundária Brasileira Na Primeira República (1889-1930)**. 2011. Disponível em https://app.uff.br/riuff/bitstream/handle/1/329/CIHEM_2011_DASSIE_B.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em: 15 mar. 2024.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Da realidade à ação: Reflexões sobre a educação e matemática**. Campinas: Unicamp, 1996.

FONSECA, Mateus Gianni; GONTIJO, Cleyton Hércules. **Pensamento crítico e criativo em Matemática: uma Abordagem a partir de Problemas Fechados e**

Problemas Abertos. Revista do programa de pós-graduação em educação matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS), Uberlândia/MG, v. 14, nº 34, Ano 2021. Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/12515>. Acesso em: 15 fev. 2024.

FONSECA, Mateus Gianni; GONTIJO, Cleyton Hércules. **Infográfico: Oficinas de estímulo ao pensamento crítico e criativo em matemática de Gontijo.** Jun. de 2020. Disponível em: <https://bit.ly/pensamentocriticoecriativoemmatematica>. Acesso em: 20 jan de 2024.

FURLANETTO, Virginia. **Explorando estratégias diferenciadas na resolução de problemas matemáticos.** 2013. Dissertação (Mestrado) – Curso de Ensino de Ciências Exatas, Universidade do Vale do Taquari - Univates, Lajeado, 27 maio 2013. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10737/332>. Acesso em: 20 nov. 2023.

GONTIJO, Cleyton Hércules. **Estratégias para o desenvolvimento da criatividade em matemática.** Linhas Críticas, vol. 12, núm. 23, jul-dez, 2006 Universidade de Brasília. Brasília, Brasil.

GONTIJO, Cleyton Hércules [et al]. **Criatividade em matemática: conceitos, metodologia e avaliação.** Brasília: Editora Universidade de Brasília, 2019.

GONTIJO, Cleyton Hércules; FONSECA, Mateus Gianni. **O lugar do pensamento crítico e criativo na formação de professores que ensinam matemática.** Revista Brasileira de Ensino de Ciências e Matemática, v. 3, n. 3, 11 nov. 2020.

LAJOLO, Marisa. **Livro Didático: um (quase) manual de usuário.** Em Aberto, Brasília, ano 16, n.69, jan./mar. 1996.

LEAL, Márcia Rodrigues. **Percepções de licenciandos a respeito da Criatividade em Matemática no campo da Geometria.** 2023. 325f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de Brasília, Brasília, 2023.

LEAL, Márcia Rodrigues; SANTOS, Cleiton Rodrigues dos; GONTIJO, Cleyton Hércules. **Oficina de Pensamento Crítico e Criativo em Matemática com Estudantes do 9º Ano do Ensino Fundamental Envolvendo Poliedros.** Ensino Da Matemática Em Debate, 9(3), 51–70. 2022. Disponível em: <https://doi.org/10.23925/2358-4122.2022v9i358813> Acesso em: 10 abr. 2024.

MACEDO, Josué Antunes de; BRANDÃO, Daniel Pereira; NUNES, Daniel Martins. **Limites e possibilidades do uso do livro didático de Matemática nos processos de ensino e de aprendizagem.** Educação Matemática Debate, vol. 3, núm. 7, pp. 68-86, 2019. Universidade Estadual de Montes Claros. Disponível em: <https://www.redalyc.org/journal/6001/600166634004/html/>. Acesso em: 08 fev. 2024.

MINAYO, Maria Cecília de Souza. (Org.). **O desafio do conhecimento: pesquisa qualitativa em saúde.** 14ª ed. Rio de Janeiro: Hucitec, 2014. 408 p.

MOREIRA, Sônia Virgínia. **Análise documental como método e como técnica**. In: BARROS, Antônio; DUARTE, Jorge (orgs). Métodos e Técnicas de Pesquisa em Comunicação. 2 ed. São Paulo: Atlas, 2008.

ONUCHIC, Lourdes de La Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. **Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas**. Bolema, Rio Claro, São Paulo, v. 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2011.

PEREIRA, Wellton Cardoso. **Formulação e resolução de problemas: contextos e competências para o exercício da cidadania**. 2021. Doi. 10.46943/VII.CONEDU.2021.02.080 ISBN 978-65-86901-50-4151910.46943/VII.CONEDU.2021.02.080. Disponível em: https://editorarealize.com.br/editora/ebooks/conedu/2021/ebook2/TRABALHO_EV150_MD7_SA100_ID4952_24102021143030.pdf Acesso em: 17 dez. 2023.

PINHO, José Luiz Rosas; MORETTI, Mércles Thadeu. **Estimulando a criatividade em matemática em sala de aula através da formulação e resolução de problemas em geometria**. Rematec, n. 28, p. 55-67, ano 2018.

PÓLYA, George. **A Arte de Resolver Problemas: um novo aspecto do método matemático**. Tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo. 2ª reimp. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

PÓLYA, George. **A arte de resolver problemas**. Tradução: Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 2006

PONTES, Edel Alexandre Silva. **Método de Polya para resolução de problemas matemáticos: uma proposta metodológica para o ensino e aprendizagem de matemática na educação básica**. HOLOS, Ano 35, v.3, e6703, 2019. Disponível em: <https://www2.ifrn.edu.br/ojs/index.php/HOLOS/article/view/6703>. Acesso em: 12 de mar. 2024.

REIS, Rita de Cássia Fundão. **Uma História sobre o livro didático no Brasil**. REMATEC, Ano 2, n. 3, 2007. Disponível em <http://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/416/416>. Acesso em: 08 de fev. 2024.

SCHIEVER, Shirley W.; MAKER, C. June. **New directions in enrichment and acceleration**. In: COLANGELO, Nicholas; DAVIS, Gary A. (Edts.). Handbook of gifted education (Chapter 12, p.163-173). 3th Edition. Boston: Pearson Education, 2003.

SCHMIDT, Sarah. **Os primeiros livros didáticos**. Site virtual - FAPESP (pesquisa), Edição 305, jul.. 2021. Disponível em: <https://revistapesquisa.fapesp.br/os-primeiros-livros-didaticos/>. Acesso em: 15 março 2024.

SEBRAE. **Pensamento crítico em crianças e adolescentes: como desenvolver?**. CER. 2023. Disponível em: <https://cer.sebrae.com.br/blog/pensamento-critico/>. Acesso em: 15 set. 2023.

SILVA, Circe Mary Silva da. **O livro didático de matemática no Brasil no século XIX**. In: FOSSA, John A. (Org.). Facetas do diamante: ensaios sobre educação matemática e história da matemática. Rio Claro: SBHmat, 2000

SOUSA, Helliton Maia. **A resolução de problemas como estratégia didática para o ensino da matemática**. 2015. 58f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Programa de Pós-Graduação Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal do Oeste do Pará, Santarém, 2015. Disponível em: <https://repositorio.ufopa.edu.br/jspui/handle/123456789/396> Acesso em: 26 nov. 2023.

SOUSA, José Raul de; SANTOS, Simone Cabral Marinho dos. **Análise de conteúdo em pesquisa qualitativa: modo de pensar e de fazer**. Pesquisa e Debate em Educação, Juiz de Fora: UFJF, v. 10, n. 2, p. 1396 - 1416, jul. - dez. 2020. ISSN 2237-9444. DOI: <https://doi.org/10.34019/2237-9444.2020.v10.31559>.

SOUZA, Ligia Taciana Carneiro de. **Estratégias para Elaboração de Problemas Matemáticos para o Ensino Médio**. 2017. Dissertação de Mestrado PROFMAT-UFBA como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática. Link: <https://repositorio.ufba.br/handle/ri/23310>. Acesso em: 15 dez. 2023.

TURÍBIO, Solange Ramos Teixeira; SILVA, Adelmo Carvalho da. **A influência do Livro Didático na Prática Pedagógica do Professor que ensina Matemática**. Revista Prática Docente. v. 2, n. 2, p. 158-178, jul/dez 2017. Instituto Federal de Mato Grosso - Campus Confresa. DOI: [10.23926/RPD.2526-2149.2017.v2.n2.p158-178.id73](https://doi.org/10.23926/RPD.2526-2149.2017.v2.n2.p158-178.id73).