

**MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE GOIÁS
CÂMPUS GOIÂNIA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

**O MOVIMENTO LÓGICO-HISTÓRICO NAS TESES E
DISSERTAÇÕES DA ÁREA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO
PERÍODO DE 2015 A 2020**

MYLLAINE KISSIA DE SOUSA

**GOIÂNIA – GOIÁS
2022**



INSTITUTO FEDERAL

Goiás

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
SISTEMA INTEGRADO DE BIBLIOTECAS

TERMO DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAÇÃO NO REPOSITÓRIO DIGITAL DO IFG - ReDi IFG

Com base no disposto na Lei Federal nº 9.610/98, AUTORIZO o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, a disponibilizar gratuitamente o documento no Repositório Digital (ReDi IFG), sem ressarcimento de direitos autorais, conforme permissão assinada abaixo, em formato digital para fins de leitura, download e impressão, a título de divulgação da produção técnico-científica no IFG.

Identificação da Produção Técnico-Científica

- | | |
|--|---|
| ☐ Tese | ☐ Artigo Científico |
| ☐ Dissertação | ☐ Capítulo de Livro |
| ☐ Monografia – Especialização | ☐ Livro |
| ☒ TCC - Graduação | ☐ Trabalho Apresentado em Evento |
| ☐ Produto Técnico e Educacional - Tipo: _____ | |

Nome Completo do Autor: Myllaine Kissia de Sousa

Matrícula: 20172010940130

Título do Trabalho: O movimento lógico-histórico nas teses e dissertações da área de educação matemática no período de 2015 a 2020.

Autorização - Marque uma das opções

- ☒ (X) Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso aberto);
- ☐ () Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG somente após a data ____/____/____ (Embargo);
- ☐ () Não autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso restrito).

Ao indicar a opção **2 ou 3**, marque a justificativa:

- ☐ () O documento está sujeito a registro de patente.
☐ () O documento pode vir a ser publicado como livro, capítulo de livro ou artigo.
☐ () Outra justificativa: _____

DECLARAÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO NÃO-EXCLUSIVA

O/A referido/a autor/a declara que:

- o documento é seu trabalho original, detém os direitos autorais da produção técnico-científica e não infringe os direitos de qualquer outra pessoa ou entidade;
- obteve autorização de quaisquer materiais incluídos no documento do qual não detém os direitos de autor/a, para conceder ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás os direitos requeridos e que este material cujos direitos autorais são de terceiros, estão claramente identificados e reconhecidos no texto ou conteúdo do documento entregue;
- cumpriu quaisquer obrigações exigidas por contrato ou acordo, caso o documento entregue seja baseado em trabalho financiado ou apoiado por outra instituição que não o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás.

Documento assinado digitalmente
gov.br MYLLAINE KISSIA DE SOUSA
Data: 16/12/2022 15:12:13-0300
Verifique em <https://verificador.ifg.br>

Goiânia, 16 / 12 / 2022.
Local Data

Assinatura do Autor e/ou Detentor dos Direitos Autorais

MYLLAINE KISSIA DE SOUSA

**O MOVIMENTO LÓGICO-HISTÓRICO NAS TESES E
DISSERTAÇÕES DA ÁREA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO
PERÍODO DE 2015 A 2020**

Trabalho de Conclusão do Curso apresentado
ao Curso de Licenciatura em Matemática do
Instituto Federal de Goiás – IFG – Câmpus
Goiânia, como requisito parcial para obtenção
do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof.^a Dra. Aline Mota de
Mesquita Assis

GOIÂNIA – GOIÁS
2022

So85m Sousa, Myllaine Kissia.

O movimento lógico-histórico nas teses e dissertações da área de educação matemática no período de 2015 a 2020 / Myllaine Kissia Sousa. – Goiânia: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, Câmpus Goiânia, 2022.
68 f.

Orientadora: Profa. Dra. Aline Mota de Mesquita Assis.

TCC (Trabalho de Conclusão de Curso) – Curso de Licenciatura em Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, Câmpus Goiânia.

1. Matemática – educação. 2. História da matemática. 3. Metodologia de ensino. I. Assis, Aline Mora de Mesquita (orientadora). II. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, Câmpus Goiânia. III. Título.

CDD 510.07

Ficha catalográfica elaborada pela Bibliotecária Karol Almeida da Silva CRB1/ 2.740
Biblioteca Professor Jorge Félix de Souza,
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, Câmpus Goiânia.



INSTITUTO FEDERAL
Goiás

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE GOIÁS
CÂMPUS GOIÂNIA

**O MOVIMENTO LÓGICO-HISTÓRICO NAS TESES E DISSERTAÇÕES DA ÁREA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO PERÍODO DE
2015 A 2020**

por

MYLLAINE KISSIA DE SOUSA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Colegiado do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás – Câmpus Goiânia, como requisito parcial para a obtenção do Diploma de Licenciada em Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática

Orientadora: Dr^a. Aline Mota de Mesquita Assis

Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado, em 23 de novembro de 2022, pela banca examinadora constituída pelos seguintes membros:

(assinado eletronicamente)

Prof^a. Dr^a. Aline Mota de Mesquita Assis (Presidente da Banca/IFG/Câmpus Goiânia)

(assinado eletronicamente)

Prof. Dr. Luciano Duarte da Silva (IFG/Câmpus Goiânia)

(assinado eletronicamente)

Prof. Dr. Lucas Bernardes Borges (IFG/Câmpus Goiânia)

Documento assinado eletronicamente por:

- Luciano Duarte da Silva, PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO, em 23/11/2022 14:33:51.
- Lucas Bernardes Borges, PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO, em 23/11/2022 14:33:28.
- Aline Mota de Mesquita Assis, PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO, em 23/11/2022 14:33:08.

Este documento foi emitido pelo SUAP em 18/11/2022. Para comprovar sua autenticidade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse <https://suap.ifg.edu.br/autenticar-documento/> e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 346325
Código de Autenticação: 455b1e4746



RESUMO

Este trabalho tem como intuito entender como são aplicadas as metodologias de ensino e de pesquisa a partir do lógico-histórico. Dessa forma, buscou responder a seguinte questão problema: Como tem sido abordado e utilizado o conceito de movimento lógico-histórico nas pesquisas em educação matemática? Para responder essa pergunta, foram analisadas as teses e dissertações dos anos de 2015 a 2020 que abordaram o lógico-histórico ou o ensino desenvolvimental tendo como foco a aplicação de uma proposta metodológica para o ensino de algum objeto matemático, somando ao todo 26 obras analisadas. Foi observado nesses trabalhos como é desenvolvido a construção histórica dos objetos matemáticos com vistas à formação de conceitos, como se deu a escrita do texto referente a essa história e como ela foi utilizada na proposta metodológica apresentada no trabalho. Do total de teses e dissertações analisadas, a maioria, 18 delas, desenvolveram uma história escrita contextualizada, considerando os aspectos sociais, culturais, políticos, e econômicos, de acordo com o período histórico descrito, e 14 delas abordaram a história do objeto matemático em todo o processo pedagógico ou em boa parte dele, não se detendo ao uso pontual e desconexo da história matemática. É possível, através desta pesquisa, entender a forma em que são empregadas pelos autores analisados, o movimento lógico-histórico tanto no método de pesquisa, quanto no experimento didático formativo abordado. Percebe-se também, que a maior parte dos autores buscaram desenvolver em suas obras esse movimento, realizando uma escrita histórica dos objetos matemáticos de forma mais contextualizada, considerando aspectos além dos matemáticos, mostrando que a matemática permeia a história da humanidade. Percebe-se também uma tendência ao uso da história em sala de aula para além da história descritiva e desconexa do processo de ensino-aprendizagem. Espera-se, assim, uma compreensão da importância e necessidade da pesquisa em história da matemática e sua aplicação em sala de aula, de forma que contribua para a formação de conceitos e de indivíduos mais conscientes das necessidades humanas que culminaram nas descobertas matemáticas.

Palavras-chave: Lógico-histórico. Metodologia de ensino. Método de pesquisa. História da matemática

ABSTRACT

This work aims to understand how teaching and research methodologies are applied based on the historical. In this way, it sought to answer the following problem question: How has the concept of logical-historical movement been approached and used in research in mathematics education? To answer this question, theses, and dissertations from the years 2015 to 2020 were analyzed, that addressed the logical-historical or developmental teaching focusing on the application of a methodological proposal for the teaching of some mathematical object, totaling 26 works analyzed. It was observed in these works how the historical construction of mathematical objects is developed with a view to the formation of concepts, how the writing of the text referring to this history took place and how it was used in the methodological proposal presented in the work. Of the total of theses and dissertations analyzed, most, 18 of them, developed a contextualized written history, considering the social, cultural, political, religious, and economic aspects, according to the historical period described, and 14 of them addressed the history of the mathematical object throughout the pedagogical process or in a good part of it, not stopping at the punctual and disconnected use of mathematical history. It is possible, through this research, to understand the way in which they are employed by the analyzed authors, the Logical-historical movement both in the research method and in the formative didactic experiment understood. It is also noticed that most authors sought to develop this movement in their works, performing a historical writing of mathematical objects in a more contextualized way, considering aspects beyond mathematics, showing that mathematics permeates the history of humanity. There is also a tendency to use history in the classroom beyond the descriptive and disconnected history of the teaching-learning process. Therefore, an understanding of the importance and necessity of research in the history of mathematics and its application in the classroom is expected in a way that contributes to the formation of concepts and individuals more aware of human needs that culminated in mathematical discoveries.

Keywords: Logical-historical. Teaching methodology. Research method. History of mathematics.

LISTA DE TABELA

Tabela 1- Quantitativo do levantamento bibliográfico após a aplicação dos três primeiros filtros	14
--	----

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Refinamento final das teses e dissertações.....	15
Quadro 2 - Classificação dos objetos matemáticos a partir das obras que as compõem e os teóricos que as fundamentam	17
Quadro 3 - Classificação dos teóricos que fundamentam as teses e dissertações	19
Quadro 4 - Obras que utilizaram a história do objeto.....	29
Quadro 5 - Obras que não desenvolveram acerca da história do objeto.....	42
Quadro 6 - Obras que usaram a história como parte da metodologia de ensino	45
Quadro 7 - Obras não desenvolveram a história em toda a metodologia de ensino	57

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	9
2	A CONSTRUÇÃO DO LEVANTAMENTO BIBLIOGRÁFICO	13
2.1	DESCRIÇÃO DO PROCESSO DE PESQUISA.....	13
2.2	CATALOGAÇÃO DAS TEORIAS QUE FUNDAMENTAM AS OBRAS EM RELAÇÃO AO ASPECTO HISTÓRICO	17
2.2.1	O Ensino Desenvolvidor de Davydov	19
2.2.2	Teoria de Vygotski.....	21
2.2.3	Teoria da atividade de Leontiev.....	23
2.2.4	Atividade Orientadora de Ensino de Moura	24
2.2.5	Movimento lógico-histórico de Kopnin.....	24
2.2.6	O sistema didático Zankoviano	25
2.2.7	Teoria do duplo movimento no ensino de Hedegaard.....	26
2.2.8	Teoria do ensino problemático de Majmutov.....	26
3	O LÓGICO-HISTÓRICO COMO MÉTODO DE PESQUISA	28
3.1	MÉTODO DE ESCRITA DA HISTÓRIA.....	28
3.2	DESCRIÇÃO DO PROCESSO DE ESCRITA DA HISTÓRIA DOS OBJETOS ...	29
4	O LÓGICO-HISTÓRICO INSERIDO NA METODOLOGIA DE ENSINO....	44
4.1	CARACTERIZANDO METODOLOGIA DE ENSINO	44
4.2	ANÁLISE DAS OBRAS QUE DESENVOLVERAM O PERCURSO HISTÓRICO NA METODOLOGIA DE ENSINO	45
4.3	ANÁLISE DAS OBRAS QUE NÃO DESENVOLVERAM A HISTÓRIA NA METODOLOGIA DE PESQUISA	56
	CONSIDERAÇÕES FINAIS	63
	REFERÊNCIAS.....	66

1 INTRODUÇÃO

A História da Matemática se constitui como campo de investigação para a Educação Matemática e como tendência metodológica para o ensino de Matemática (MIGUEL; MIORIN, 2011) desde as séries iniciais até aos níveis de pós-graduação. E diversas são as perspectivas de abordagens históricas para a realização de uma pesquisa, bem como são diversas as propostas metodológicas para o uso da história em sala de aula. Diante disso, este presente trabalho se situa na perspectiva da pesquisa pautada nos pressupostos da Teoria Histórico-Cultural, a qual possui como um de seus fundamentos a pesquisa histórica amparada pelo movimento lógico-histórico do objeto e propostas metodológicas desenvolvidas por seguidores de Vygotsky que transformaram sua pesquisa no campo da psicologia para aplicações em sala de aula, com campo da didática, sempre utilizando a histórica do objeto para a construção de conceitos científicos.

Quando se fala em história do objeto, não nos referimos à sua história puramente factual ou narrativa, com vistas a apenas descrever e informar o que se passou até chegar à constituição atual do objeto, como uma simples acumulação de fatos históricos, mas pensamos em uma fonte de diálogo que viabilize pensar o presente analisando o passado, reestruturando essa história a partir do olhar de quem a estuda, incorporando, assim, novas vozes a esse diálogo e correlacionando aquilo que antes parecia desconectado de sentidos e construções (ASSIS, 2018). Nesse sentido, Kopnin (1978), contribui com sua concepção de lógico-histórico, onde o lógico se relaciona com a essência do objeto e se constitui na sua história. Nas palavras do autor:

Por histórico subentende-se o processo de mudança do objeto, as etapas de seu surgimento e desenvolvimento. O histórico atua como objeto do pensamento, o reflexo do histórico, como conteúdo. O pensamento visa à reprodução do processo histórico real em toda a sua objetividade, complexidade e contrariedade. O lógico é o meio através do qual o pensamento realiza essa tarefa, mas é o reflexo do histórico em forma teórica, vale dizer, é a reprodução da essência do objeto e da história do seu desenvolvimento no sistema de abstrações. O histórico é primário em relação ao lógico, a lógica reflete os principais períodos da história. (KOPNIN, 1978, p. 183-184, grifos do autor)

Portanto, o lógico “[...] reflete não só a história do próprio objeto como também a história do seu conhecimento” (KOPNIN, 1978, p. 186). Logo, de acordo com Kopnin (1978) a relação do lógico com o histórico é um pressuposto necessário para alcançar a compreensão do desenvolvimento do pensamento e do surgimento da teoria científica. Assim, o movimento

lógico-histórico, inserido em um processo de pesquisa e de ensino-aprendizagem, tem papel principal

[...] auxiliar o pensamento, tanto daquele que ensina quanto daquele que aprende, a movimentar-se no sentido de encontrar as verdades que são relativas, porque são definidas e redefinidas, continuamente, a partir de definibilidades próprias de cada conceito. A história, com suas várias vertentes historiográficas, assume o papel de elo entre a causalidade dos fatos e a possibilidade de criação de novas definibilidades do conceito que permitam compreender a realidade estudada. (ASSIS, 2018, p. 28)

Já na atividade de pesquisa em educação matemática, esse movimento está diretamente relacionado com a história do objeto de estudo, o qual, em algum momento, seja para a pesquisa uma pesquisa de campo ou bibliográfica, será também um objeto de ensino, onde a atividade de pesquisa levará a uma atividade de ensino.

E é neste contexto teórico que esta pesquisa se situa, buscando analisar como tem sido utilizado o conceito de movimento lógico-histórico nas pesquisas científicas brasileiras. O que motivou a escrita deste trabalho foi a percepção das diferentes formas de escrever o lógico-histórico, bem como ele deve ser usado em sala de aula.

Esta pesquisa está pautada numa abordagem bibliográfica de cunho qualitativo, a qual, segundo Lakatos (2003, p. 183) “[...] não é mera repetição do que já foi dito ou escrito sobre certo assunto, mas propicia o exame de um tema sob novo enfoque ou abordagem, chegando a conclusões inovadoras.”

A realização desta pesquisa tem como objetivo analisar a concepção de movimento lógico-histórico nas pesquisas científicas brasileiras relacionadas no campo da educação matemática e publicadas no período 2011 a 2020, inicialmente, pois, após a obtenção dos dados da pesquisa, esse período passou a ser de 2015 a 2020, mostrando como tem sido utilizado esse movimento enquanto método de pesquisa e metodologia de ensino.

Portanto, compreender como tem sido empregado o movimento lógico-histórico nas pesquisas em educação matemática é uma questão importante para a compreensão das metodologias de ensino que tem sido proposta para aplicação desse movimento em sala de aula na disciplina de matemática. Assim, esta pesquisa tem a seguinte questão como centro: Como tem sido abordado e utilizado o conceito de movimento lógico-histórico nas pesquisas em educação matemática?

Uma hipótese levantada é que existe uma discrepância na concepção de movimento lógico-histórico utilizada nas teses e dissertações, bem como da forma que ele deve ser utilizado em sala de aula. Assim, tem-se os seguintes objetivos específicos para esta pesquisa:

- Realizar um levantamento bibliográfico das teses, dissertações e artigos na linha da Teoria Histórico-Cultural, que façam uma pesquisa histórica de um objeto matemático e/ou apliquem essa história em uma proposta metodológica para a formação de conceitos;
- Compreender as formas utilizadas para a produção textual da história do objeto;
- Compreender como se deu o uso da história do objeto na proposta metodológica de cada obra.

Diante desses objetivos específicos, este trabalho de conclusão de curso está estruturado da seguinte forma: O capítulo 2 tem por objetivo apresentar o levantamento bibliográfico das teses, dissertações e artigos que tratem do movimento lógico-histórico de conceitos matemáticos e que foram publicadas entre os anos 2011 e 2020. Entretanto, após a aplicação dos filtros de pesquisa, esse período foi alterado, compreendendo obras publicadas de 2015 a 2020. Esse levantamento foi realizado no Portal de Periódicos da Capes e no Catálogo de Teses e Dissertações da Capes, pois são esses alguns dos principais meios digitais de publicação de trabalhos científicos na atualidade. Com as obras levantadas, passou-se à leitura e análise delas, procedendo, primeiramente, ao preenchimento de uma ficha de análise, levando-se em consideração os aspectos teóricos do movimento lógico-histórico e a concepção de cada autor acerca desse movimento e da sua utilização em sala de aula. A análise foi respaldada pelos pressupostos da teoria do lógico-histórico.

O capítulo 3 tem por finalidade apresentar uma análise das obras selecionadas, levando em conta o lógico-histórico do método de pesquisa abordado pelos autores. Para isso, inicia-se definindo método de pesquisa da história para que seja possível compreender esse movimento histórico nas teses e dissertações. Em seguida, destaca-se os autores que percorreram esse método e os autores que não desenvolveram a história em sua pesquisa seguindo essa linha de raciocínio.

Não obstante, o capítulo 4 teve por objetivo analisar as obras que desenvolveram o movimento lógico-histórico na metodologia de ensino proposta por eles. Para isso, caracterizou-se, inicialmente, o que vem a ser metodologia de ensino, especificando em metodologia de ensino de Matemática. Posteriormente, foram examinados os trabalhos que utilizaram a história do objeto matemático no processo de ensino-aprendizagem, compreendendo a perspectiva adotada por cada um.

Por fim, é apresenta-se as considerações finais sobre o desenvolvimento deste trabalho, retomando a pergunta norteadora e seus objetivos, bem como as respostas a essa pergunta

abordada durante os capítulos visando atingir os objetivos, finalizando com algumas questões que surgiram durante a pesquisa e que permanecem em aberto como possibilidades de pesquisas futuras.

2 A CONSTRUÇÃO DO LEVANTAMENTO BIBLIOGRÁFICO

Este capítulo, tem por objetivo apresentar o processo em que foi desenvolvido o levantamento bibliográfico, focando nas principais construções para sua realização. Evidenciamos os bancos de dados que foram utilizados para a obtenção das teses, dissertações e artigos, logo após apresentamos os refinamentos que foram necessários para a realização da investigação, resultando na lista de obras obtidas para a análise deste trabalho. Por fim, foi explicado, de forma breve, a teoria de cada um dos autores que fundamentaram cada uma das teses e dissertações.

2.1 Descrição do processo de pesquisa

Este trabalho tem como foco central responder à seguinte questão norteadora: Como tem sido abordado e utilizado o conceito de movimento lógico-histórico nas pesquisas em educação matemática? Buscando respondê-la, realizou-se uma pesquisa bibliográfica de cunho qualitativo, no viés de um levantamento bibliográfico. Utilizou-se os seguintes bancos de dados por serem as principais plataformas e com mais amplitude nacional das teses, dissertações e artigos: a Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD), o Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e o Portal de Periódicos da CAPES. O objetivo era levantar as teses, dissertações e artigos que possibilitassem uma análise com vistas à solução do problema proposto.

O período escolhido para a seleção das obras foi de 2011 a 2020, por compreender os trabalhos mais recentes envolvendo a temática abordada, visto que esta pesquisa se iniciou no ano de 2021. As palavras-chave utilizadas para as buscas foram “Lógico-histórico” e “Ensino Desenvolvimental”. Devido ao grande número de obras obtidas com essa primeira busca, utilizou-se filtros para refinar a pesquisa e, assim, obter obras mais direcionadas com os objetivos da pesquisa.

O primeiro filtro utilizado foi a seleção por grandes áreas do conhecimento e áreas do conhecimento, no qual foram selecionadas o total de oito áreas: educação, ciências exatas da terra, ciências humanas, ensino de ciências e matemática, multidisciplinar, ensino, educação e matemática. O segundo filtro foi a leitura dos títulos, escolhendo aqueles que se direcionaram para a formação de conceitos matemáticos ou ensino de matemática. No entanto, ainda havia

uma quantidade abundante de obras, ocasionando a aplicação de um terceiro filtro, a leitura dos resumos, visando compreender a metodologia e/ou a fundamentação teórica, analisando se elas possuíam coerência com os objetivos da pesquisa. Quando esses conhecimentos não eram obtidos através dos resumos, era realizada a leitura parcial da obra para levantar essas informações. Posteriormente, para a análise das obras, fez-se uma leitura total dos trabalhos selecionados.

No Tabela 1 é possível verificar a quantidade de obras obtidas após a aplicação dos filtros acima descritos, de acordo com a palavra de busca.

Tabela 1- Quantitativo do levantamento bibliográfico após a aplicação dos três primeiros filtros

Palavra de Busca	Quantidade de Tese	Quantidade de Dissertação	Quantidade de Artigo	Total de Obras
Lógico-histórico	10	19	70	99
Ensino Desenvolvimental	35	46	28	109
Total de Obras	45	65	98	208

Fonte: Elaborada pela autora.

Concluída essa etapa, passou-se para a unificação dos resultados, cujo cruzamento das obras revelou muitas teses, dissertações e artigos repetidos, ou seja, obras que apareceram em ambas as buscas das palavras-chave. Obteve-se um total de 101 obras distintas dentre teses dissertações e artigos. Outro fato constatado foi que os artigos não possuíam informações suficientes para atingir os objetivos desta pesquisa, ou não falavam nada sobre o lógico-histórico como método de pesquisa ou metodologia de ensino, ou eram sínteses ou parte de teses e dissertações que já haviam sido selecionadas para análise. Devido a isso, decidiu-se por retirar os artigos da lista de itens a serem analisados neste trabalho, permanecendo as teses e dissertações. Desta forma, o total de obras obtidas nesta nova etapa foi de 84, dentre teses e dissertações.

De posse dessas obras, passou-se à realização de uma leitura panorâmica com vistas a verificar quais delas estavam relacionadas com formação de conceitos matemáticos, pois para se ter uma metodologia de ensino, precisa-se de um conteúdo a ser ensinado e, segundo a teoria histórico-cultural, a aprendizagem se dá através da formação de conceitos, sendo necessário que o aluno percorra determinado caminho até chegar ao conceito propriamente dito, tendo, assim, desenvolvido um pensamento teórico cuja ferramenta mental é o conceito apreendido.

Após essa leitura, obteve-se um total de 7 teses e 19 dissertações compreendidas no período de 2015 a 2020. No Quadro 1 pode-se verificar as obras selecionadas para análise.

Quadro 1 - Refinamento final das teses e dissertações

Ano	Tipo	Universidade	Título	Autor
2020	Tese	UNIUB	A organização do ensino-aprendizagem dos logaritmos na perspectiva de Leonid V. Zankov	A1
2020	Tese	UFG	Ensino desenvolvimental e aprendizagem da matemática: a formação do conceito de raiz quadrada no ensino fundamental	A2
2020	Dissertação	PUC – Goiás	Ensino de Estatística: análise de uma proposta fundamentada na perspectiva da teoria do ensino desenvolvimental	A3
2020	Dissertação	UFG	Contribuições da teoria do ensino desenvolvimental para a formação do conceito de cálculo de área no 5º ano do ensino fundamental	A4
2020	Dissertação	UFLA	O ensino de geometria plana: uma análise do desenvolvimento do pensamento teórico de surdos em situações desencadeadoras de aprendizagem	A5
2019	Tese	USP	O desenvolvimento lógico-histórico do conceito de medida e o processo de significação na atividade pedagógica	A6
2019	Dissertação	UFLA	O desenvolvimento do campo conceitual da trigonometria em situações desencadeadoras de aprendizagem mediadas por tecnologias digitais	A7
2019	Dissertação	UESP	A atividade orientadora de ensino (AOE) com proposta de apropriação de conceitos trigonométricos no ensino médio	A8
2018	Tese	PUC – Goiás	Atividade de estudo do conceito de transformação linear na perspectiva da teoria do ensino desenvolvimental de V. V. Davydov	A9
2018	Tese	UEM	Teoria do ensino desenvolvimental e aprendizagem: um experimento com conceitos de área e de perímetro	A10
2018	Dissertação	UNESP	Interface entre história e ensino da matemática: um movimento lógico-histórico da mediação do tempo e a atividade orientadora de ensino	A11
2018	Dissertação	UNESP	A significação do conceito matemático de área expressa por estudantes provenientes de uma	A12

			atividade orientadora de ensino	
2017	Dissertação	UFG	As contribuições do ensino desenvolvimental de Davydov para o ensino de geometria euclidiana no curso de licenciatura em matemática	A13
2017	Dissertação	UFG	Investigando a apropriação dos nexos conceituais do sistema de numeração decimal no clube de matemática	A14
2017	Dissertação	IFG	Formação do conceito de juros: uma proposta fundamentada na teoria do ensino desenvolvimental	A15
2017	Dissertação	UFSCar	Uma sequência didática para o ensino de poliedros explorando o movimento lógico-histórico do conceito	A16
2017	Dissertação	UFSM	O movimento de ensinar e aprender álgebra no ensino fundamental	A17
2016	Dissertação	PUC – Goiás	Ensino desenvolvimental e investigação matemática com o geogebra: uma intervenção pedagógica sobre o teorema de Tales	A18
2016	Dissertação	UFG	Ensino desenvolvimental: um experimento didático formativo para o estudo dos números complexos	A19
2016	Dissertação	IFG	Formação do conceito de volume no 5º ano do ensino fundamental: um experimento didático formativo baseado na perspectiva da teoria do ensino desenvolvimental	A20
2015	Tese	PUC – Goiás	Ensino de conceito de função por meio de problemas: contribuições de Davydov e de Majmutov	A21
2015	Tese	PUC – Goiás	Aprendizagem de geometria no curso de pedagogia: um experimento de ensino sobre a formação dos conceitos de perímetro e área baseado na teoria de V. V. Davydov	A22
2015	Dissertação	UNIUB	Potencialidades da atividade de estudo no desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica dos alunos dos anos finais do ensino fundamental	A23
2015	Dissertação	IFG	Formação de conceitos matemáticos: um estudo baseado na teoria do ensino desenvolvimental	A24
2015	Dissertação	UNIUB	O ensino e aprendizagem de álgebra nos anos finais do ensino fundamental: A formação do conceito de função	A25
2015	Dissertação	UNISUL	Unidade entre lógico e histórico no momento conceitual do sistema de numeração proposta por Davýdov e colaboradores para o ensino das	A26

			operações da adição e subtração	
--	--	--	---------------------------------	--

Fonte: Elaborada pela autora.

Finalizada a etapa de seleção das obras e de posse das obras apresentadas no Quadro 1, passa-se à próxima etapa da pesquisa que é uma compreensão das teorias que fundamentam as obras obtidas.

2.2 Catalogação das teorias que fundamentam as obras em relação ao aspecto histórico

Após o levantamento das obras a serem analisadas, faz-se necessário conhecer as bases teóricas que fundamentaram cada pesquisa para que se possa compreender a visão de cada autor sobre a utilização do lógico-histórico em pesquisas científicas e em sala de aula. Para isso, o Quadro 2 apresenta os teóricos que foram utilizados em cada obra. Ressalta-se que há trabalhos em que o autor se respaldou em mais de um teórico, sendo assim, a apresentação se dá, inicialmente, destacando obra por obra, o conceito matemático trabalhado e o teórico fundamentado.

Quadro 2 - Classificação dos objetos matemáticos a partir das obras que as compõem e os teóricos que as fundamentam

Obra	Conceito	Teórico
A01	Logaritmo	Zankov, L. V.
A02	Raiz Quadrada Exata	Davydov, V. V.
A03	Estatística	Vygotsky, L. S. Davydov, V. V. Hedegaard, M Leontiev, A. N.
A04	Cálculo	Davydov, V. V.
A05	Geometria Plana	Vygotsky, L. S.
A06	Medida	Davydov, V. V. Leontiev, A. N. Vygotsky, L. S.
A07	Trigonometria	Vygotsky, L. S.
A08	Trigonometria	Moura, M. O. Leontiev, A. N.
A09	Álgebra Linear	Davydov, V. V.
A10	Área e Perímetro	Davydov, V. V. Vygotsky, L. S.
A11	Medição do Tempo	Moura, M. O. Leontiev, A. N. Kopnin, P. V.

		Davýdov, V. V.
A12	Área	Davydov, V. V. Kopnin, P. V. Moura, M. O.
A13	Pitágoras	Davydov, V. V.
A14	Numeração Decimal	Davydov, V. V.
A15	Juros	Davydov, V. V.
A16	Poliedros	Vygotsky, L. S.
A17	Equação do 1º grau	Vygotsky, L. S. Moura, M. O. Leontiev, A. N.
A18	Geometria	Davydov, V. V.
A19	Números Complexos	Davydov, V. V. Vygotsky, L. S.
A20	Volume	Davydov, V. V.
A21	Função	Davydov, V. V. Majmutov, M. I.
A22	Perímetro e Área	Davydov, V. V.
A23	Equação do 1º grau	Davydov, V. V. Leontiev, A. N. Vygotsky, L. S.
A24	Área e Perímetro de Figuras Planas	Davydov, V. V.
A25	Função	Davydov, V. V. Vygotsky, L. S. Leontiev, A. N.
A26	Sistema de Numeração	Davydov, V. V.

Fonte: Elaborada pela autora.

Em suma, as obras tiveram como fundamentação teórica, ao todo, oito autores, sendo eles: Davydov, Leontiev, Kopnin, Vygotsky, Moura, Zankov, Hedegaard e Majmutov. Ficou evidente que uma quantidade significativa de autores teve como norteadores para a realização de suas pesquisas os mesmos teóricos, sendo eles Leontiev, Davydov e Vygotsky. Acredita-se que isso aconteceu por ser estes os mais renomados teóricos da teoria histórico-cultural. No Quadro 3, a seguir, pode-se observar as informações do Quadro 2 agrupadas de forma a destacar o teórico que fundamentou cada obra.

Quadro 3 - Classificação dos teóricos que fundamentam as teses e dissertações

Teórico	Obras
Davydov	A2, A3, A4, A6, A9, A10, A11, A12, A13, A14, A15, A18, A19, A20, A21, A22, A23, A24, A25 e A26.
Vygotsky	A3, A5, A6, A7, A10, A16, A17, A19, A23 e A25.
Leontiev	A3, A6, A8, A11, A17, A23 e A25.
Moura	A8, A11, A12 e A17.
Kopnin	A11 e A12.
Zankov	A1.
Hedegaard	A3.
Majmutov	A21.

Fonte: Elaborada pela autora.

Para que seja possível a compreensão da aplicação do lógico-histórico no desenvolvimento da pesquisa científica e sua aplicação em sala de aula, objetivo dos próximos capítulos, faz-se necessário a compreensão de alguns aspectos que norteiam as teorias que fundamentam as obras levantadas. Desta forma, será feito, a seguir, uma breve descrição do que cada um desses teóricos defende como princípios para a efetivação da aprendizagem. Serão recortes de suas teorias, retirados das teses e dissertações que as utilizam para fundamentar suas pesquisas. Ressalta-se aqui que não foi utilizada a obra original de cada teórico para a escrita do texto, pois optou-se por recorrer ao ponto de vista dos autores das teses e dissertações sobre as teorias que eles optaram em aplicar.

2.2.1 O Ensino Desenvolvidor de Davydov

Davydov (apud A23, 2015) considera o aspecto histórico-social como premissa fundamental para o desenvolvimento integral do aluno. Para ela, a atividade de ensino está interligada à atividade de estudo, no qual a atividade de ensino consiste no professor instruir o assunto proposto, e a atividade de estudo, na absorção do conceito estipulado pelo professor. (A23, 2015)

A teoria proposta por Davydov, não se distancia muito da teoria proposta por Leontiev, “Ambas as atividades utilizam estrutura similar” (A23, 2015, p. 79). No entanto, de acordo com A23 (2015), são necessárias para a aplicação da atividade de estudo proposta por Davydov

[...] o objeto de estudo; os sujeitos; o objetivo; a necessidade; o motivo; a tarefa de estudo; a ação de estudo; a operação; a ação de controle; e a avaliação, que diferencia a atividade de estudo das demais atividades. Pelo exposto, tais componentes não se encontram dissociados entre si. (A23, 2015 p. 82)

Assim sendo, na atividade de estudo proposta por Davydov, é necessário que o professor analise as ações, motivos e necessidades dos estudantes, para que eles possam ter uma evolução formada dos conceitos científicos. A partir disso, Davydov (apud A22, 2015, p. 73) propôs um modelo de ensino, sendo ele, o ensino desenvolvimental, no qual entende-se “que o ensino é a forma essencial do desenvolvimento da mente, do pensamento e da personalidade humana.” Esse modelo de ensino proposto por Davydov está voltado para o modo de preparação da atividade que o professor vai desenvolver em sala de aula e em como o aluno resolverá as atividades propostas, tendo o professor como mediador.

Tendo isso em mente, Davydov acredita que a forma que o professor deve estruturar o ensino, deve ser realizado, visando o desenvolver do pensamento teórico nos alunos, em que,

[...] o conteúdo das matérias deve ser elaborado em correspondência às particularidades e à estrutura da atividade de aprendizagem. O ensino de tais matérias criará condições favoráveis para o desenvolvimento da atividade de aprendizagem dos escolares; a assimilação, por eles, do conteúdo das matérias contribuirá para a formação do seu pensamento teórico (DAVYDOV, 1988, p. 104 apud A22, 2015, p. 77)

É através do pensamento teórico que teremos os movimentos psíquicos, e, é nas ações mentais que estará integrada “a ação de abstração e generalização e, por fim, o conceito” (A22, 2015, p. 78). Assim sendo, através dos pressupostos de Davydov, temos que o professor deve visar em sua estrutura de ensino, a formação de conceitos de determinado objeto e a ascensão do abstrato ao concreto dentro da atividade de estudo, pois “Mediante as atividades contextualizadas os significados interpessoais vão ganhando força e significados, como relatado anteriormente, a formação de conceitos do sujeito se dá do abstrato para o concreto” (A13, 2017, p. 45).

E para que toda essa organização de ensino ocorra, faz-se necessário a execução das seis ações de aprendizagens propostas por Davydov (1988):

[...] transformação dos dados da tarefa a fim de revelar a relação universal do objeto estudado; modelação da relação diferenciada em forma objetivada, gráfica ou por meio de letras; transformação do modelo da relação para estudar suas propriedades em “forma pura”; construção do sistema de tarefas particulares que podem ser resolvidas por um procedimento geral; controle da realização das ações anteriores; avaliação da assimilação do procedimento geral como resultado da solução da tarefa de aprendizagem dada. (DAVYDOV, 1988, p. 173, destaques do autor, apud A9, 2018, p. 66)

Através da mediação do professor o aluno desenvolverá a atividade de estudo, que está diretamente ligada ao desenvolvimento das ações propostas por Davydov e, assim sendo, será proporcionado o desenvolvimento das relações nucleares dos objetos matemáticos envolvidos.

A9 (2018) faz uma ressalva delimitando de forma sucinta a teoria do ensino desenvolvimental e o conjunto de vários processos necessários para a realização dessa teoria:

[...] toda a teoria do ensino desenvolvimental é pautada na formação do pensamento teórico, que é o uso de conceitos científicos como ferramenta mental para pensar as relações que permeiam o ensino e a realidade circundante. Assim, a formação de conceitos é o processo que o aluno deve percorrer para atingir esse fim, tendo em vista a formação de ações mentais com alto grau de abstrações orientadas à ação no plano da realidade concreta. Para isso, é necessário que ele chegue à essência do objeto em estudo, ou seja, que identifique o “núcleo” do objeto, o aspecto mais geral que o caracteriza, e apreenda, pelo processo dedutivo, suas diversas particularidades de modo a converter o conhecimento coletivo sobre o objeto em conceitos em sua atividade pensante. (A9, 2018, p. 67)

No entanto, existem outros processos necessários para que concretização desses princípios já citados, como por exemplo, a “historicidade do objeto, seu surgimento e desenvolvimento” (A9, 2018, p. 67) e entre outros. Assim sendo, fica evidente a necessidade de um estudo aprofundado para a realização desse conhecimento, conhecendo suas variedades de procedimentos.

2.2.2 Teoria de Vygotski

De acordo com A10 (2018), Vygotsky é um dos fundadores da perspectiva psicológica em relação a evolução do ser humano, no qual busca o desenvolvimento da humanidade, da incorporação social e da adequação cultural produzido nesse meio. Segundo a autora o processo cognitivo é desenvolvido através da relação afetiva do ser humano com o objeto de estudo, pois a partir do momento em que o estudante

[...] adentra na cultura, não somente toma algo dela, não somente assimila e se enriquece com o que está fora dele, mas a própria cultura reelabora em profundidade a composição natural de seu comportamento e de uma orientação completamente nova a todo o curso de seu desenvolvimento (VIGOTSKY, 1931a, p.214, apud A10, 2018, p. 17)

Assim sendo, essa relação do sujeito com o objeto estudado é produzida por uma relação unificadora, através do processo de desenvolvimento do conceito acompanhado das experiências individuais que ocasionam valor afetivo no sujeito.

No entanto, primeiro, é preciso considerar que os conceitos têm lugar em um sistema de conceitos e a formação de um intervém na formação do outro. Como comprovou Vigotski (1931b) em seus experimentos, existe uma reciprocidade na relação e uma transferência dos conceitos no interior de um sistema, as quais são reflexo da reciprocidade dos próprios fenômenos na realidade. Esse pertencimento e essa

reciprocidade convertem o conceito em um importante instrumento mediador no conhecimento do mundo real e na assimilação da experiência social da humanidade. (A10, 2018, p. 30-31)

E entender como funciona esse processo de formação de conceitos é essencial para a organização do ensino escolar, para o qual, a autora relata, pautada em Vygotsky, que é preciso compreender a formação dos conceitos espontâneos para então compreender a formação dos conceitos científicos.

A compreensão é de que o processo de formação dos conceitos científicos ocorrido na escola percorre as mesmas vias do processo de formação dos conceitos espontâneos advindos da experiência cotidiana da criança. Desse modo, o ensino dos conceitos científicos é semelhante à apreensão dos espontâneos, ou seja, tal ensino se caracteriza pelas atividades empíricas de manipulação e experimentação. (A10, 2018, p. 42)

A17 (2017), explicando Vygotsky, relata que as relações individuais e sociais que o indivíduo produz são chamadas de funções psicológicas superiores, onde as práticas sociais, aproveitando-se de instrumentos mediadores, em reciprocidade com os signos geram as características culturais que são incorporadas de forma inconsciente pelo homem.

Um conceito importante que A17 (2018) traz em seu trabalho é o de zona de desenvolvimento proximal (ZDP), no qual será possível identificar as relações da aprendizagem com o processo de desenvolvimento. Segundo a autora, ZDP é “(...) o intervalo entre o nível de desenvolvimento real e o nível de desenvolvimento potencial” do aluno (A17, 2018, p. 48). Para esclarecer melhor esses conceitos, a autora cita Vygotsky:

A zona de desenvolvimento proximal define aquelas funções que ainda não amadureceram, mas que estão em processo de maturação, funções que amadurecerão, mas que estão presentemente em estado embrionário. Essas funções poderiam ser chamadas de “brotos” ou “flores” do desenvolvimento, ao invés de “frutos” do desenvolvimento. O nível de desenvolvimento real caracteriza o desenvolvimento mental retrospectivamente, enquanto a zona de desenvolvimento proximal caracteriza o desenvolvimento mental prospectivamente. (VIGOTSKI, 1998, p. 113 apud A17, 2017, p. 48)

E essa distância entre o desenvolvimento real e o desenvolvimento proximal conduz à internalização, que se constitui na transferência do mundo externo para o interno e na modificação fundamental do vínculo do ser humano com o mundo. A7 (2019), explica esse processo:

Vigotski (2009) afirma que a criança aprende a falar se comunicando, relacionando-se com os humanos (o que é um fenômeno coletivo, ou seja, inter-relacional) e percebe rapidamente que com esse fenômeno ela conquista o comportamento do outro e o outro consegue obter da mesma forma um comportamento dela. Assim, a fala significativa (que diferentemente da linguagem, é estritamente humana) é essencial nesse processo de desenvolvimento infantil. A partir dessas relações com o outro, a criança demonstra dia após dia que pode fazer hoje o que ontem não conseguia. (A7, 2019, p. 26)

Em sua teoria, Vygotsky também faz uma análise psicológica a respeito da linguagem e do pensamento, os quais possuem gêneses diferentes e, apesar de não formarem uma identidade, de acordo com A6 (2019), essa relação forma uma unidade dialética. O autor relata que a significação da palavra é a generalização de seus conceitos, em que “Cada palavra encerra em si uma generalização, ou seja, representa um conceito. A palavra cadeira, por exemplo, separa o mundo em dois: aquilo que é cadeira e aquilo que não é. Nesse contexto o significado da palavra é a unidade entre o pensamento e a linguagem.” (A6, 2019, p. 34). Tratando-se assim, de um processo de significação do sujeito.

2.2.3 Teoria da atividade de Leontiev

Para Leontiev o termo atividade não está ligado a qualquer ação do ser humano, mas sim para uma atividade com propósito condizente com o objeto (A17, 2017). Na teoria da atividade, Leontiev aplica a atividade direcionada para um sentido pessoal, o que ele denomina de motivos geradores de sentido, no qual “nos possibilita perceber uma relação hierárquica que se forma por suas mediações e se faz relativa.” (A17, 2017, p. 50).

As ações são fundamentais para o desenvolvimento da atividade, em que estão empregadas a um objetivo consciente, apresentando qualidade própria, através de modos e formas em que são realizados. Essas formas em que são realizadas as ações são chamadas de operações, que fundamentam o aspecto operacional “elas não estão definidas no objetivo em si, mas pelas condições objetivas para alcançá-las” (A17, 2017 p. 51). No entanto, “as ações são norteadas pelos objetivos e, por fim, as operações são orientadas pelas condições objetivas e subjetivas.” (A17, 2017, p. 51).

Para o desenvolvimento da teoria da atividade em sala de aula, é necessário que os indivíduos estejam compreendidos de maneira consciente pois,

[...] considerando sua análise estrutural da aprendizagem, está delimitada: pelo papel do aluno no processo de aprendizagem, seus motivos, suas necessidades, seu desenvolvimento na atividade e suas habilidades para o estudo; pela característica do objeto de estudo; pelos procedimentos a serem utilizados na situação de aprendizagem; pelos recursos de que se dispõe para a realização da atividade; pelos resultados previstos; pela situação ou contexto da escola e do aluno; pelos resultados que foram alcançados, pelo produto da atividade. (LEONTIEV, 1978, apud A23, 2015, p. 74)

Em suma, para Leontiev, é necessário que haja o conjunto de todos os elementos da teoria da atividade para a realização uma atividade em sala de aula.

2.2.4 Atividade Orientadora de Ensino de Moura

Um dos princípios da atividade orientadora de ensino é a necessidade de uma reciprocidade do professor com o aluno, em que, o professor busca analisar cotidianamente sua metodologia de ensino acerca dos resultados obtidos com sua contínua avaliação e que produz no aluno o desejo de aprender conceitos, através de situações desencadeadoras de aprendizagem. De acordo com A8 (2019), a atividade orientadora de ensino tem como objetivo, fazer com que os alunos aprendam conhecimentos que são importantes para o bem viver, com conhecimentos aprendidos em âmbito escolar em conjunto com a intencionalidade social. É necessário que o professor analise a essência do conceito que será trabalhado com os alunos, analisando a condensação histórica do conceito matemático.

No transcorrer do tempo e da formação do ser humano, o homem está sempre em circunstâncias que necessite do coletivo, e isso fez com que Moura proporcionasse através da atividade orientadora de ensino situações que exijam do aluno, uma atividade coletiva (A8, 2019).

A17 (2017), relata o objetivo que a escola e do professor tem para com o aluno, que é proporcionada através da atividade de ensino proposta por Moura (2013):

A atividade de ensino, como o modo de objetivação da aprendizagem, é uma organização do professor, que tem como intencionalidade proporcionar condições para que os que a realizam se apropriem de conhecimentos que consideramos relevantes para o bem viver. Ao ensinar, o professor, como parceiro mais capaz, na perspectiva vygotkiana, e com uma responsabilidade outorgada por uma comunidade, deverá ter como intencionalidade proporcionar àqueles que chegam ao grupo a apropriação de instrumentos simbólicos que lhes permitam interagir e produzir nessa comunidade. (MOURA, 2013, p.110 apud A17, 2017, p. 52)

Com isso, a autora entende que a responsabilidade social da escola, deve ser a de instruir o aluno para viver em sociedade e proporcionar um pensamento teórico através da atividade de estudo.

2.2.5 Movimento lógico-histórico de Kopnin

A teoria do movimento lógico-histórico é definida por Kopnin (1978) como duas partes que não estão separadas, mas unidas pelo movimento do objeto, o qual é único, mas se transforma com o seu desenvolvimento. A primeira delas é o histórico, que pode ser entendido

como sendo o processo de mudança do objeto e que atua como objeto do pensamento, buscando delinear o processo histórico de forma real. A segunda é o lógico, que é a representação histórica de forma teórica e que age como intermediário na realização do pensamento durante a apreensão do desenvolvimento real da história, refletindo os principais períodos da história do objeto.

De acordo com A11 (2018),

O lógico é responsável pela organização dos processos no qual se forma o pensamento. Por meio do histórico, podemos identificar a produção de conhecimento em seus diferentes processos, no caso, as ações utilizadas pelo homem para a criação dos instrumentos de medição de tempo com o intuito de suprir suas necessidades. (A11, 2018, p. 45)

Dessa forma, A11 (2018), entende que o lógico é “o meio através do qual o pensamento realiza essa tarefa [reprodução mental dos histórico], mas é o reflexo em forma teórica, vale dizer, é a reprodução da essência do objeto e da história do seu desenvolvimento no sistema de abstrações” (KOPNIN, 1978, p.183 apud A11, 2018, p. 60). Em conformidade com o autor, o histórico é “todo o contexto social, econômico e cultural, ou seja, a realidade com a qual a atividade humana foi estruturando a formação do conceito, a partir de uma necessidade” (A11, 2018, p. 61).

2.2.6 O sistema didático Zankoviano

Através dos estudos propostos por Zankov foi comprovado que o método tradicional utilizado nas escolas, não aproveitava ao máximo as funções psíquicas para o desenvolvimento mental dos alunos, com um ensino focado na repetição de exercícios (A1, 2020). Ele acredita que, com métodos específicos em sala de aula, é possível proporcionar uma relação entre o desenvolvimento psíquico e a estrutura de ensino e que “não existe ensino e aprendizagem se não houver transformação do ser humano” (ZANKOV, 1984, apud A1, 2020, p. 36). Sua metodologia é voltada para o âmbito emocional tanto do aluno, quanto do professor, que age como uma função motivadora. Para um ensino mais eficaz, ele baseou-se em cinco princípios didáticos que o professor deve se apoiar, sendo eles:

I. O papel reitor dos conhecimentos teóricos; II. Ensino a um alto grau de dificuldade; III. Avanço em grande ritmo; IV. Compreensão pelos escolares do processo de estudo; V. Planejamento cuidadoso das aulas para promover a aprendizagem de cada aluno particular. (ZANKOV, 1984, apud A1, 2020, p. 38)

Todos esses princípios se relacionam entre si, no entanto, operam em distintos tipos de esferas, distinguindo-se pelas suas funções. De acordo com o autor o último princípio, define o campo de ação dos demais, já que para que os outros sejam alcançados, faz-se necessário a organização do ensino (A1, 2020).

2.2.7 Teoria do duplo movimento no ensino de Hedegaard

O intuito do duplo movimento é possibilitar atividades que proporcionem o saber teórico, que sejam manuseadas nas práticas socioculturais do aluno, e para que isso ocorra é essencial que o professor elabore, através de suas atividades, métodos que trabalhe o pensamento teórico-científico do aluno, estabelecendo questões que serão aplicadas de forma particular. Diante disso, o professor precisa estar ciente dos interesses dos discentes e de seus contextos sociais. Para Hedegaard e Chaiklin (2009, p. 70 apud A3 2020, p. 64), na “abordagem do duplo movimento, o plano de ensino do professor deve avançar de características abstratas e leis gerais de um conteúdo para a realidade concreta, em toda a sua complexidade”.

Segundo a teoria em questão, quando o professor aplica a atividade de estudo de forma adequada, é proporcionado ao aluno uma mudança no modo de operar os conteúdos aplicados, fazendo contextualizações dos objetos matemáticos propostos com as relações históricas e sociais em que convive.

2.2.8 Teoria do ensino problemático de Majmutov

Majmutov fundamentou o ensino problemático na teoria marxista-leninista do conhecimento e com direcionamento lógico dialético (A21, 2015). Surgindo através da necessidade de uma mudança no ensino tradicional, Majmutov acredita que o ensino problemático é uma nova fase para a evolução da didática e de grande importância para o sistema de ensino escolar (A21, 2015). É a busca independente dos alunos somados à apropriação de conceitos científicos através de situações problemas. Tem o intuito de formar alunos com independência cognoscitiva e com capacidade de se desenvolver de forma criativa, no qual, o desenvolvimento do conhecimento e do conceito vem a partir de resoluções de problemas. Para ele, é necessário perpassar por toda a essência do conceito.

De acordo com a teoria de Majmutov (1983), o aluno será conduzido a realizar a busca mental, mediante as situações problêmicas organizadas intencionalmente pelo professor. Ressalta-se, ainda, que as situações problêmicas se apresentam em forma de contradições, algumas percebidas imediatamente e outras reveladas no desenvolvimento do pensamento, quando o aluno está realizando a análise mental do material apresentado. (A21, 2015, p. 22)

Com a finalização da breve explanação das teorias já destacadas e que fundamentam as obras que compõe esta pesquisa, é possível compreender a aplicação do lógico-histórico como método de pesquisa e como metodologia de ensino, no qual, serão desenvolvidos nos próximos capítulos deste trabalho.

3 O LÓGICO-HISTÓRICO COMO MÉTODO DE PESQUISA

No Capítulo 3 o foco é o movimento lógico-histórico como método de pesquisa apresentado nas teses e dissertações listadas no Quadro 2, no Capítulo 2. No entanto, para que se possa entender a investigação dessa abordagem, será definido de forma breve o que é o método de pesquisa com foco na pesquisa histórica. Logo após, será destacado as teses e dissertações que apresentam uma pesquisa nos moldes desse método, seguido de uma análise do processo histórico dos objetos matemáticos abordados pelos autores em seus trabalhos. Posteriormente, em contraposição, será relatado os autores que não abordaram esse método de pesquisa.

3.1 Método de escrita da história

Para entender o método de escrita da história, faz-se necessário entender primeiramente, o que é um método científico de pesquisa, pois o método de escrita da história é a aplicação de um método científico. Lakatos (2003) define, então, método de pesquisa como sendo a teoria da investigação, a qual objetiva alcançar algumas finalidades e que para isso ocorra é necessário passar pelas seguintes etapas:

descobrimiento do problema [...] colocação precisa do problema [...] procura de conhecimentos ou instrumentos relevantes ao problema [...] tentativa de solução do problema com auxílio dos meios identificados [...] invenção de novas idéias (hipóteses, teorias ou técnicas) ou produção de novos dados empíricos [...] obtenção de uma solução [...] investigação das conseqüências da solução obtida [...] prova (comprovação) da solução [...] correção das hipóteses, teorias, procedimentos ou dados empregados na obtenção da solução incorreta. (BUNGE, 1980, p. 25 apud LAKATOS, 2003, p. 84-85)

Assim sendo, segundo o autor, o método histórico corresponde ao processo de explorar os acontecimentos, as situações e as instituições do passado para averiguar sua interferência na sociedade dos dias atuais. Para Lakatos (2003, p. 107), “o método histórico preenche os vazios dos fatos e acontecimentos, apoiando-se em um tempo, mesmo que artificialmente reconstruído, que assegura a percepção da continuidade e do entrelaçamento dos fenômenos.”

A visão de Lakatos (2003) sobre pesquisa histórica se contrapõe àquela que os historiadores intitulam de história narrativa, que busca apenas a descrição dos acontecimentos, tendo um caráter estritamente factual, pois se assim não fosse, ele não traria na definição de

método histórico o termo ‘entrelaçamento dos fenômenos’, como citado anteriormente. Desta forma, temos aqui duas perspectivas de escrita histórica, um método histórico que trata a história de forma contextualizada e outro que se detém apenas à descrição dos fatos.

Cabe, agora, compreender como os autores das teses e dissertações optaram por apresentar suas pesquisas históricas, caso a tenha feito.

3.2 O processo de escrita da história dos objetos

Visto que o movimento lógico-histórico de objetos matemáticos é o objeto de pesquisa deste trabalho, precisa-se compreender o processo de escrita histórica desenvolvido pelos autores das teses e dissertações levantadas e apresentadas no Capítulo 2, em específico, no Quadro 2, para uma posterior análise das concepções descritas. Entretanto, nem todos os autores listados lá desenvolveram essa pesquisa histórica, por isso, no Quadro 4 pode-se ver a relação dos autores que fazem essa construção, bem como o objeto matemático utilizado.

Quadro 4 - Obras que utilizaram a história do objeto

Obras	Objeto matemático
A1	Logaritmo
A2	Raiz Quadrada Exata
A5	Medida
A6	Medida
A7	Trigonometria
A8	Trigonometria
A9	Transformações Lineares
A11	Medicação do Tempo
A12	Área
A14	Numeração Decimal
A15	Juros
A16	Poliedros
A17	Equação do 1º grau
A18	Teorema de Tales
A19	Números Complexos
A21	Função
A23	Equação do 1º grau
A25	Função

Fonte: Elaborada pela autora.

Será descrito agora, de forma breve, cada uma das teses e dissertações destacados no quadro acima, objetivando analisar o modo em que cada um dos autores apresentaram a história do objeto matemático proposto em suas obras e observando se ocorreu em seus trabalhos o envolvimento do objeto com as questões sociais, políticas, econômicas e culturais da época, ou seja, uma contextualização social e/ou cultural.

De acordo com o Quadro 4, temos, ao todo, 18 obras, dentre teses e dissertações, que desenvolveram a história do objeto. Vale deixar claro que, o objetivo não será percorrer por toda a obra realizada, mas sim expor de forma breve alguns pontos que envolvem a história apresentada.

A1, trabalhou o desenvolvimento histórico dos logaritmos, desde sua criação, baseando-se no conhecimento de diversos autores matemáticos. Ao percorrer pelo início da criação dos logaritmos, o autor mostrou também a necessidade que incentivou o desenvolvimento desse objeto matemático:

Perto do início do século XVII, John Napier revelou sua criação dos logaritmos, associando-os à necessidade de executar cálculos numéricos de forma mais rápida e precisa, tendo em conta demandas sociais daquele tempo, em especial, da Astronomia e da Navegação (A1, 2020, p. 55)

A1 fez referências a autores que também destacaram as atribuições em que os logaritmos são necessários, além da utilização nos cálculos numéricos:

Muitos campos nos quais os cálculos numéricos são importantes, como a astronomia, a navegação, o comércio, a engenharia e a guerra fizeram com que as demandas para que esses cálculos se tornassem cada vez mais rápidos e precisos crescessem sempre e continuamente. Quatro notáveis invenções vieram atender sucessivamente essas demandas crescentes: a notação indo-arábica, as frações decimais, os logaritmos e os modernos computadores. (HOWARD, 2004, p. 341 apud A1, 2020, p. 55)

Assim sendo, A1 abrangeu, no decorrer de sua pesquisa, a geometria e a aritmética até a chegar aos tempos de hoje, fazendo contextualizações culturais e históricas para o embasamento de sua pesquisa e para destacar o processo de desenvolvimento da criação do objeto matemático abordado.

A2, faz ressalvas em relação aos métodos utilizados pelos povos chineses, egípcios e indianos para o teorema de Pitágoras e para o desenvolvimento histórico e social do objeto matemático de raiz quadrada exata. Realizando assim, o uso de expressões matemáticas para ressaltar alguns exemplos da utilização do conceito de logaritmos a partir de outros teóricos que complementaram o conteúdo de sua pesquisa:

De acordo com Contador (2008), essa mesma nomenclatura foi utilizada por Luca Pacioli, porém, acrescida da letra v , quando a expressão envolvia dois ou mais

radicais. Desta maneira, $\sqrt[20]{20-5}$ era representado por $R_u R_u 20 \tilde{m} 5$, em que R_u era chamado radix universaliz e indicava que a raiz quadrada envolve toda a expressão. (A2, 2020, p. 102)

A2 observa a relação mútua entre a aritmética, geometria e álgebra, que se resultou num progresso significativo para a matemática:

Desta forma, o símbolo adquiriu uma significação que ultrapassava o objeto representado, tornando-se a partir de então um ser matemático completo, submetido às regras do cálculo ordinário. Graças a isto, a letra permitiu que os raciocínios fossem abreviados e sistematizados, dando acesso muito mais fácil ao abstrato (IFRAH, 2010, p. 338 apud A2, 2020, p. 105).

A autora destacou, ainda, os principais processos históricos do desenvolvimento desse conceito até chegar nos dias atuais.

A5 trabalha a história do conceito de medidas fazendo contextualizações políticas e sociais. “No que se refere aos aspectos linguísticos, pedagógicos, políticos e sociais, este trabalho partirá de uma discussão teórica que abriga conceitos como culturas, línguas, identidades e representações” (A5, 2020, p. 18). O autor abordou de forma muito breve o estudo da história do objeto: apresentou os instrumentos de medida dos períodos paleolítico e neolítico, e discorreu sobre o impacto que as transformações desse objeto, que estão sempre em grande transformação, causam no ser humano.

A história do conceito de geometria teve início ao ser apresentado o significado da origem da palavra, no qual tem-se por significação a medição de terra e “O termo “geometria”, deriva do grego *geometrein* (*geo*=terra + *metrein*=medida)” (A5, 2020, p. 54), assim sendo, a geometria é produzida através das necessidades humanas, visto que o ser humano age sobre a terra e constitui assim, relações com ela.

Isso ratifica a proximidade do homem com a geometria, uma vez que no período Neolítico, deixa-se a vida nômade, passando a fixar à terra e a cultivá-la, reafirmando, a teoria Histórico-Cultural, o homem, cujo ser é histórico, se transforma a partir da sua relação com os sujeitos e o meio material (a considerar a descoberta do fogo), tendo como elemento tensionador: a necessidade. (A5, 2020, p. 55)

É revelado também, de forma breve, as conexões e surgimentos dos conceitos de geometria com a aritmética e as noções de simetria. É utilizado figuras para mostrar os materiais utilizados pelos seres humanos na época neolítica e paleolítica, a partir das quais o autor entende que a “percepção empírica das regularidades na natureza, fez com que o homem, em um processo de significação, percebesse a diferenciação das formas dos instrumentos e sua relação mediada” (A5, 2020, p. 56). Em seguida, o autor explica o que ocasionou a apropriação do conceito de medida, o qual teve seu surgimento no Egito e na Mesopotâmia, por volta do ano 3500 a.C., quando esses povos sentiram a necessidade de medir para a construção dos templos.

Dessa forma é relatado as primeiras utilizações dos processos de medida e, logo após, a necessidade da padronização, e consequentemente, a abordagem de outros instrumentos.

[...] as primeiras medidas advêm de partes do corpo humano: palmo, pé, passo, braça, cúbito. Com uso de cordas, madeiras ou metais, essa "padronização" era realizada pelas medidas do rei, que era tido como soberano, assumindo as primeiras medidas oficiais de comprimento, a partir de convenções. Partindo dessas premissas, as necessidades humanas e instrumentação empírica do processo de significação propiciaram ao ser humano aproximar-se da natureza e, por conseguinte, realizar constatações e relações geométricas. (A5, 2020, p. 59)

A6, assim como A5 trabalhou com o objeto matemático de medida. Para o autor, faz-se necessário perpassar pelos contextos sociais para realmente entender como funciona as mudanças e diferenças sobre as medidas, ou seja, entender o real significado de sua construção e execução:

[...] é preciso conhecer as representações sociais expressas na realidade dos diferentes grupos sociais. A chave para explicar a origem e a diversidade das medidas está na compreensão dos seus significados e representações. Faz-se necessário, pois, analisar seu conteúdo social, que revela a verdadeira diferença sobre as medidas e o seu papel no desenvolvimento cultural da humanidade. (A6, 2019, p. 61)

O autor percorre a idade média e a idade moderna delineando as práticas em que os povos da antiguidade trabalhavam com os diferentes tipos de lógicas de medidas. Ele escreve sobre o avanço do comércio e como isso impactou no desenvolvimento do conceito de medidas:

Do século XVI ao século XVIII o comércio passou por profundas modificações causadas pelas ocupações da Europa no "Novo Mundo", o que gerou não só um colapso nas antigas rotas comerciais relacionadas às cidades do mediterrâneo, mas também fortes mudanças sociais, grande desenvolvimento científico e alterações político-econômicas radicais. Tais transformações propiciaram o surgimento de novos empreendimentos, como a fabricação de barcos capazes de cruzar oceanos, a criação de bancos e empresas comerciais de alcance internacional, além da possibilidade de realização de grandes viagens ultramarinas. (A6, 2019, p. 66)

O autor também escreve sobre a ciência e os diferentes tipos de problemas a respeito das medidas, mostrando a relevância da ciência para com o objeto matemático e do objeto matemático para com a ciência:

[...] a Ciência Moderna avança requisitando um sistema de medição que ofereça maior precisão e rigor, produzindo um sistema com especificações metrológicas cada vez mais complexas. Contudo, se por um lado o progresso científico, em grande parte, dependeu do progresso da Matemática, por outro lado boa parte da Matemática desenvolve-se à sombra da Ciência. Somente a partir do século XIX a Matemática começou a emancipar-se das bases científicas (EVES, 2004), quando os matemáticos, ao se empenharem na tarefa de refinar os conceitos, chegaram a generalizações complexas e ao aperfeiçoamento da linguagem, antes descritiva ou sincopada, mas agora simbólica e mais consistente, pautada nos princípios da lógica aristotélica e capaz de apresentar respostas para problemas da própria Matemática, daí surgiu o que se conhece atualmente como Matemática pura. (A6, 2019, p. 69-70)

Desenvolveu sobre os tipos de episódios históricos no que diz respeito ao desenvolvimento das medidas, a gênese e a era lítica, passando pela revolução agrícola, as medidas antropomórficas da antiguidade, as distinções, as tentativas de unificação, a universalização das medidas em relação ao sistema métrico decimal e, por fim, as medidas no Brasil (A6, 2019).

A7 assinalou os principais momentos históricos que são essenciais para o desenvolvimento da trigonometria com o intuito de “torná-las ainda mais relevantes ao mostrar como a Trigonometria fez e faz parte da sociedade atual.” (A7, 2019, p. 34). O autor relata que a trigonometria teve seu início a partir das relações de medidas das sombras com as horas do dia, baseando-se em um instrumento chamado gnômon, que

[...] para a época, certamente tratava-se de uma tecnologia de importante valor social e, embora trouxesse falhas, era considerada extremamente útil. Por esse motivo, não é difícil imaginar que os sábios daqueles tempos já tentavam estabelecer relações métricas entre a posição do Sol e a sombra projetada por ele. (A7, 2019, p. 34)

A partir disso, o autor realiza a fundamentação de forma breve e faz ressalvas acerca da utilização do gnômon com os escritos bíblicos:

[...] na Bíblia, Arterburn (2012), são acrescentados detalhes quando em 2 Reis capítulo 20 acontece o diálogo entre o rei de Judá, Ezequias (726 a.C.), filho do rei Acaz, e o profeta Isaías. Nesse diálogo, Isaías pergunta se o rei prefere (como sinal de que a promessa de Deus se cumpra e ele tenha sua vida prolongada por quinze anos) que a sombra avance ou recue dez graus. Ao escolher a segunda opção, “o profeta Isaías clamou ao Senhor e fez retroceder dez graus a sombra lançada pelo Sol declinante no relógio de Acaz” (v. 11, grifo do autor). Ou seja, a posição de Leach (1954) em relação à essa data torna-se fielmente assegurada. Isto é, havia de fato observações trigonométricas relacionando medidas (neste caso, graus) a um gnômon em aproximadamente 800 a.C.. (A7, 2019, p. 35)

Logo em seguida A7 explica os motivos de se ter lacunas na história sobre a trigonometria e que, de acordo com ele, o desenvolvimento desse objeto matemático acaba sendo incerto por causa dessas lacunas históricas. No entanto, a partir de suas pesquisas, o autor decorre sobre a história desse objeto matemático e faz um pequeno resumo de toda sua explicação:

- Distância: que, em Trigonometria, pode ser encontrada numa reta (distância entre dois pontos), num ângulo (distância angular, como a zenital, a altura e a azimutal), ou num arco (distância percorrida por um navio no mar, superfície esférica);
- Ângulo: essencial para o entendimento da variação azimutal;
- Número: torna possível a padronização (como a divisão de uma volta em trezentas e sessenta partes) com o uso de símbolos (3, 6 e 0);
- Medida: quantifica e qualifica a distância, principal objeto medido na Trigonometria. Pode-se relacionar ao comprimento, ao ângulo ou, ainda, ao tempo;
- Regularidade: que, em Trigonometria, encontra-se na Constância (π) e na Periodicidade (funções de seno e cosseno, movimentos ondulatórios e oscilatórios);

- Comparação: relação do Sol com algo manipulável/mensurável, por exemplo;
- Orientação: noção das três dimensões do planeta Terra (visualização essa que será feita durante as SDA com uso de um software);
- Movimento: da observação dos movimentos naturais do universo criou-se o tempo. O movimento também está associado à transformação. (A7, 2019, p. 41-42)

O autor entende que essa construção da trigonometria é desenvolvida a partir de vários seres humanos e não a partir de um pensador apenas. E que é dessa maneira que “o labor intelectual avança segundo as linhas traçadas pela cultura social herdada.” (A7, 2019, p. 41). Ao percorrer historicamente pelo conceito de trigonometria, o autor teve como intuito percorrer a forma de desenvolvimento desse objeto matemático através das necessidades lógicas e sociais.

A8, desenvolveu em sua dissertação a história da trigonometria, buscando evidenciar como ela surgiu e sua necessidade para a evolução da humanidade, considerando os aspectos sociais vividos, bem como as diferentes civilizações da época. Aborda também como a trigonometria foi importante para o progresso de outras áreas que eram estudadas na época pelos povos egípcios e babilônicos:

[...] o surgimento da trigonometria se deu principalmente devido aos problemas gerados pela Astronomia, Agrimensura e Navegações, por volta dos séculos IV e V a.C., com os egípcios e babilônios. A trigonometria como auxiliar da astronomia, em que certas funções angulares são usadas para determinar posições e trajetórias de corpos celestes, surge no século II a.C. O pai dessa abordagem foi o grego Hiparco de Niceia (séc. II a.C.), o mais importante astrônomo na Antiguidade, que, em razão disso costuma ser chamado de “o pai da trigonometria”. Ao que consta, Hiparco passou alguns anos de sua vida estudando em Alexandria, mas acabou se fixando em Rodes (Grécia), onde desenvolveu a maior parte de seu trabalho. Segundo Eves (2004, p. 202), foi Hiparco ou talvez Hipsicles (cerca de 180 a. C.) quem introduziu na Grécia a divisão do círculo em 360°. (A8, 2019, p. 26)

O autor percorreu sobre os principais momentos históricos acerca do desenvolvimento do conceito da trigonometria, destacando diversos autores, fazendo conexões entre os povos egípcios, babilônicos, hindus, gregos e árabes, e apresentou do mesmo modo, as formas e símbolos utilizados na antiguidade até chegar na forma que é usada na trigonometria atualmente, e conclui que

[...] seu papel renovador surge já nos conceitos básicos. O seno, por exemplo, não é mais um segmento de reta a ser expresso em relação a alguma unidade, mas a abscissa de um ponto do círculo unitário de centro na origem e, portanto, é um número puro. Caracteriza-se dessa forma (vale o mesmo para as demais linhas trigonométricas) a ideia de relação funcional entre arcos e números reais. (A8, 2019, p. 33)

A9 iniciou abordando acerca do surgimento das equações lineares, percorrendo o desenvolvimento histórico dos conteúdos que constituem a álgebra linear. Explicou a respeito de seu surgimento, considerando as civilizações da época, as necessidades sociais da época e acerca da economia. A autora teve como intuito percorrer o processo do surgimento desse objeto

matemático até a chegada dos dias atuais, delineando sobre as etapas de surgimento da área da álgebra linear.

A Álgebra Linear, como é conhecida atualmente, é fruto de um processo histórico que começou há cerca de 4000 anos atrás com os babilônicos resolvendo sistemas de equações lineares com duas equações e duas incógnitas. Os babilônicos eram um dos povos da antiguidade que viveram às margens dos rios Tigre e Eufrates, local de terras férteis propícias à agricultura e à engenharia (útil para construir canais e reservatórios de água) e, por ser rota de grandes caravanas, era uma região também propícia ao desenvolvimento do comércio, fato que levou os babilônicos a se tornarem um dos povos mais desenvolvidos economicamente e cientificamente da época (EVES, 2011). Por tudo isso, eles eram familiarizados com todos os tipos de contratos legais, como notas promissórias, recibos, faturas, créditos, juros simples, juros compostos, hipotecas e escrituras de venda e endossos (EVES, 2011). (A9, 2018, p. 37)

Foi realizado também, uma história contextualizada, mostrando as necessidades sociais e culturais de cada época que influenciaram no desenvolvimento do conceito de álgebra linear:

Todo esse contexto social e econômico levou os babilônicos a criarem uma álgebra avançada capaz de resolver os problemas emergentes. Assim, por volta do ano 2000 a.C., eles resolviam equações quadráticas, cúbicas e biquadradas (de grau quatro) utilizando tábulas de calcular, uma de suas especialidades (eles eram exímios calculistas), faziam várias tábulas que eram bases para seus cálculos. (A9, 2018, p. 37-38)

A9 desenvolveu os conceitos da álgebra linear numa perspectiva lógico-histórica, passando pelos conceitos de sistema linear, determinante, matriz, espaço vetorial e transformações lineares. No decorrer de sua tese e no desenrolar da história de seu objeto matemático passou também, segundo a autora, pelo criador da álgebra linear, sendo ele, Grassmann e mostrou suas contribuições para o desenvolvimento da álgebra e as contribuições de Peano.

Na versão de sua obra de 1862, Grassmann apresenta mais claramente sua definição de um domínio principal de ordem n , que hoje chamamos de espaço vetorial de dimensão n , iniciando o processo de axiomatização de uma estrutura linear. Entretanto, segundo Dorier (1995), a definição de Grassmann contém alguns equívocos, como meras convenções da operação multiplicação e a redundância incorporada a propriedades fundamentais das operações, erros que só foram corrigidos quando Peano reformulou a definição de Grassmann em 1888. Nesta reestruturação, Peano passou a chamar tal conjunto de sistema linear, sendo esta a primeira estruturação de um conceito mais geral de vetores, com espaços vetoriais abstratos. (A9, 2018, p. 49)

Além do mais, foi apresentado em sua obra os primeiros registros do conceito matemático abordado e seu posterior desenvolvimento, até chegar à sua síntese que é apresentada, também, nos livros didáticos de Álgebra Linear.

A11 aborda como objeto matemático a medição de tempo e realiza em sua obra, de forma cronológica a história desse objeto, transitando de forma breve pela Pré-História, a

Antiguidade Clássica, a Antiguidade Média, a Idade Média, e o Mundo Moderno, fazendo referências a vários povos e realizando a junção de vários autores para explicar todo esse processo de desenvolvimento em relação a medição de tempo.

Whitrow (1993) relata que no período Paleolítico, ou Idade da Pedra Lascada (c. 5 milhões-3000 a.C.), as marcas encontradas nas paredes das cavernas estavam relacionadas aos astros e aos calendários. Ainda expõe que nesse mesmo período, os homens começaram a praticar rituais sazonais a partir do momento que perceberam que em determinadas épocas do ano, animais e plantas são menos prolíficos que em outras. Para Eves (2011), de acordo com o modo de vida que levavam, nesse período histórico, eles não tinham tempo para ponderar questões de filosofia e ciência, desse modo, não constam avanços científicos relacionados à matemática. Boyer (1974) e Smith (1958) salientam que nos primeiros tempos da raça humana, o homem passou a ter noções primitivas relacionadas aos conceitos de grandeza, números e formas como parte da sua vida diária, por exemplo, ao perceber a dissemelhança entre a forma arredondada da Lua e a forma retilínea de um pinheiro. No Egito Antigo (3100 a.C.), segundo registros históricos, esse período foi marcado por eventos de cunho natural e social, causados pela utilização do rio Nilo que tinha como objetivo suprir as necessidades humanas dos egípcios. (A11, 2018, p. 49-50)

Ao abordar em sua dissertação o conceito de medição de tempo, o autor buscou desenvolver os vários tipos de instrumentos (diferentes tipos de relógios) utilizados em cada umas das épocas já mencionadas, sendo eles: o relógio de sol equatorial, o quadrante solar, relógio de água em formato de cônico, o relógio de água em formato cilíndrico, astrolábio, escapo de haste e folha, relógio de algibeira e por fim, o relógio de pêndulo de Galileu. O autor explicou onde surgiu, como funcionava, quem costumava usar esses tipos de relógios e o ano em que foi criado.

Ademais, quanto à padronização do tempo no mundo, se fizermos um retrocesso nos diferentes períodos históricos aqui abordados, veremos o quanto as formas de se medir o tempo evoluíram em precisão com o passar dele, uma vez que os instrumentos criados pelo homem comprovam isso, sendo que de observação dos corpos celestes no período do Egito Antigo, em pleno século XXI são criados os cronômetros digitais que medem o tempo em frações de segundos. (A11, 2018, p. 72)

A12 fez uma construção lógico-histórica do conceito de área de forma breve, contextualizando o processo de surgimento desse objeto matemático com os meios em que estavam inseridos. Abordou sobre os povos que deram início e desenvolvimento a esse objeto, destacando a necessidade por trás desse princípio e os instrumentos utilizados na época, sendo elas a largura das mãos, a palma das mãos e os pés, dentre outros.

Ao considerar que nas mais antigas civilizações, o homem necessitou medir coisas e teve que buscar meios para realizar tais medições. Inicialmente, acreditava-se que esse ato de medir era intuitivo e se relacionava com a necessidade de se alimentar, em função do novo modo de vida, deixando o caráter nômade de sobrevivência pela fixação em determinado espaço, para desenvolver a agricultura e a domesticação de animais, resultando na necessidade de se armazenar tudo aquilo que se produzia em excesso. Nesse período, o homem lançou mão das partes do seu corpo, utilizando os

pés, a palma da mão, os passos, a largura da mão, a grossura do dedo como instrumentos para medir o comprimento. (A12, 2018, p. 57)

Através da construção histórica do conceito de área e realizando as relações do objeto matemático com a sociedade, mostrando as necessidades de padronização desse conceito, e o progresso realizado no decorrer do tempo acerca de objeto matemático, o autor defende que:

O movimento apresentado na história, em relação aos procedimentos humanos, com o intuito de se atender à necessidade de se mensurar uma superfície, foi perpassando algumas situações da atividade humana específica, que direcionou a humanidade para chegar a uma unidade de medida padrão que temos hoje. (A12, 2018, p. 59)

A14, decorreu de forma muito breve a história do sistema de numeração decimal, no entanto, mesmo que de forma sucinta, teve por objetivo realizar o lógico-histórico na formação dos conceitos matemáticos que envolviam o sistema de numeração decimal e buscou percorrer sobre a história da construção do conceito humano de algumas civilizações acerca do objeto matemático estudado.

Muitos desses povos, embora tenham vivido em territórios distintos e em tempos diferentes, tinham uma necessidade comum, qual seja, resolver problemas oriundos de sua vida diária, como contar o tempo, os indivíduos do grupo, os alimentos etc. Assim, a sensação de que os números sempre existiram não faz sentido, pois a história da invenção dos números e seus desdobramentos para a sistematização do que chamamos de matemática não é abstrata, cumulativa e linear. (A14, 2017, p. 90)

Assim o autor inicia a história dos números decimais a partir de bases empíricas e das relações sociais práticas, desenvolvidas nessas civilizações. Posteriormente, enfatiza que a partir disto, será possível perceber que a história está ligada ao sistema de conquistas do conhecimento desses povos.

A15 não se aprofundou na historicidade do objeto matemático, adentrando assim, de forma breve sobre a origem de alguns elementos da matemática financeira, fazendo algumas ressalvas “desde a sua origem da matemática financeira, por meio das primeiras trocas comerciais, passando pelo uso de equivalências nas trocas, a criação da moeda, até as formas contemporâneas de sua utilização.” (A15, 2017, p. 43).

A autora inicia explicando como funciona atualmente as operações dos juros, o modo em que o comércio, os bancos e entre outros locais trabalham, e logo após inseriu a forma em que era realizado nas antigas civilizações, fazendo assim, uma contextualização da história com a atualidade.

[...] quando se iniciou a comunicação entre os primeiros grupos humanos, começaram também as trocas de mercadorias, a partir das quantidades excedentes que cada um possuía, sem a preocupação de sua equivalência de valor. Surgiu, então, a primeira forma de comércio entre as sociedades, a troca direta de mercadorias. (A15, 2017, p. 44)

Explicou como funcionava a visão dos povos na época da Idade Média em relação aos empréstimos visando a cobrança dos juros, seja em dinheiro e/ou mercadoria, no qual era considerado crime pois na época, a igreja tinha uma voz predominante e era considerada lei para toda a comunidade cristã (que consistia na maior parte da população).

Emprestar a juros para a igreja era usura, e a usura era “pecado”. O que a igreja dizia e o que fazia eram duas coisas totalmente diferentes. Embora os bispos e reis combatessem e fizessem leis contra os juros, estavam entre os primeiros a violar tais leis. Eles mesmos tomavam empréstimos, ou os faziam, a juros - exatamente quando combatiam outros usurários. Aos poucos foi desaparecendo a doutrina da usura da Igreja, e a prática comercial diária passou a predominar. (HUBERMAN, 1981, apud A15, 2017, p. 44)

A autora, percorreu a construção da matemática financeira até chegar no sistema financeiro da atualidade, destacando questões culturais, políticas e econômicas das épocas abordadas.

Em sua obra, A16 desenvolve o lógico-histórico dos poliedros, ressaltando os principais períodos históricos desde o princípio da criação dos poliedros e seu processo de desenvolvimento até a utilização dos dias atuais.

Os gregos foram os primeiros seres humanos que se dedicaram aos conhecimentos matemáticos dos sólidos, especificamente os Pitagóricos. De acordo com Eves (2004), após o declínio do poder do Egito e da Babilônia, os hebreus, os assírios, os fenícios e os gregos passaram ao primeiro plano. Anunciava-se a Idade do Ferro, que abrange mudanças na maneira de organização da sociedade. Inventou-se o alfabeto, passou-se a utilizar moedas, incentivou-se o comércio e foram realizadas diversas descobertas geográficas. O grande centro cultural e comercial do mundo grego era a cidade-Estado de Atenas. Após passar por guerras civis entre ricos e pobres, a cidade inaugura uma nova Constituição em 510 a.C., uma das mais democráticas no mundo antigo. (A16, 2017, p. 33)

Dessa forma, o autor mostra a importância de entender os processos vividos na época, considerando as diversificações de abordagens e de concepções utilizadas em diferentes culturas e povos. Logo após A16 destaca que:

Através de uma abordagem que evidencia as transformações na maneira de se conceber um poliedro em diferentes épocas e por indivíduos de diferentes culturas, contextualizando historicamente e socialmente estes estudos, foi possível compreender a Matemática como ciência desenvolvida por seres humanos, passível de equívocos e em constante transformação. (A16, 2017, p. 89)

A17 realiza o percurso lógico-histórico dos conceitos algébricos e da matemática em si, perpassando pelos povos egípcios, babilônicos, gregos, árabes, muçulmanos, europeus, alemães, italianos, chineses, britânicos, entre outros. Foi percorrido desde os processos que antecederam a criação desses números algébricos, passando pela sua criação e desenvolvendo,

até a utilização que é usada atualmente. Dessa forma, analisando a abordagem que A17 aplica em sua obra sobre o povo chinês, temos que:

A civilização chinesa motivou uma quantidade expressiva de inovações tecnológicas, ainda que os problemas chineses parecessem mais pitorescos do que práticos. No século VIII, surgiu a utilização da impressão e da pólvora; no século XI manifestou-se na China, antes que em outros lugares, o uso do papel e da bússola, antes, também, do ponto mais alto da Matemática Chinesa, ocorrida no século XIII, durante o fim do período Sung. (A17, 2017, p. 33-34)

Desenvolveu também, de forma muito breve sobre as épocas da Idade Áurea e Idade Heroica, apresentando acerca da passagem da Renascença para o mundo moderno. Embora a autora tenha feito apenas o percurso de forma sucinta sobre alguns fragmentos históricos da álgebra, A17 mostrou que “ao trazermos alguns de seus fragmentos, o fazemos na perspectiva de expressar que a mesma foi se constituindo ao longo do tempo pela contribuição de muitas ideias.” (A17, 2017, p. 39)

A18, investigou o teorema de Tales, apoiando-se no lógico-histórico a fim de mostrar sua importância. Assim sendo, com o intuito de analisar a gênese e o movimento lógico-histórico do teorema de Tales, o autor percorreu de forma breve os estudos dos matemáticos Euclides e Platão e, logo após, mostrou as contribuições sobre os estudos de Tales de Mileto. Para o autor,

[...] a matemática prossegue se desenvolvendo até os dias de hoje. E, se retrocedermos um pouco no tempo antes de Euclides, chegaremos a Tales de Mileto e Pitágoras de Samos, considerados os primeiros filósofos e os primeiros matemáticos que produziram as primeiras demonstrações na matemática e que são considerados os precursores do método dedutivo. (A18, 2016, p. 85)

O autor fez a aplicação de desenhos para exemplificar como eram realizados os cálculos na época, abordou também o teorema de Tales em outros países, nos quais alguns deles são a Espanha, Itália, Alemanha e França. A18 explica juntamente, o motivo pelo qual esse objeto matemático é conhecido por teorema de Tales:

Por causa da importância da proporcionalidade para os gregos, principalmente em aplicações na arquitetura e agrimensura, o teorema de Tales era chamado de teorema dos segmentos proporcionais [...] é uma expressão matemática relativamente recente, do término do século dezanove, bem como, de alguma forma, podemos concluir que há ideia da influência francesa em nossa nomenclatura matemática. (A18, 2016, p. 89)

O objeto de estudo abordado por A19 foram os números complexos. Ele desenvolveu a história do conceito desde seu surgimento mostrando que, o que motivou sua criação foi o impasse em desenvolver as equações cúbicas.

Ao longo do desenvolvimento da ciência, haviam diversas disputas de talentos quanto ao conhecimento matemático. A equação de grau 2, já não despertava mais interesse pois era um problema resolvido. A partir do século XVI, a pesquisa agora estava

voltada para as equações de grau 3. Por volta da metade do século XV, teve início na Europa Medieval o fenômeno sócio cultural conhecido como Renascença. Tratou-se de um momento de explosão criativa e produtiva nas artes plásticas, literatura, arquitetura e ciências. (A19, 2016, p. 80)

Assim sendo, o autor foi percorrendo de forma cronológica o desenvolvimento desse conceito, no qual realizou-se demonstrações acerca das equações cúbicas, mostrando a forma abordada por Cardano. “Além da extração de raízes quadradas de números negativos, também nos deparamos com uma extração de raízes cúbicas de números de natureza desconhecidas. A presença tradicional das representações de equações cúbicas de Cardano ocorreu pela fase retórica” (A19, 2016, p. 85).

Realizou também, articulações da álgebra com a geometria, envolvendo o número unitário, a representação do plano de Argand-Gauss e suas operações, destacando a ideia de outros autores acerca desse conceito matemático.

O termo “Número Complexo” foi atribuído por Gauss em 1831, que explicou como os números complexos poderiam ser desenvolvidos, apoiados em sua representação geométrica. Antes de Gauss, outros estudiosos já haviam imaginado os números complexos geometricamente, como o suíço Jean Robert Argand (1768-1822) e o norueguês Caspar Wessel (1745-1818), todavia, segundo relatos, o pouco reconhecimento e fama que tinham na época fizeram com que esses matemáticos não alcançassem a merecida notoriedade da época. Gauss imaginava essa representação geométrica por pontos no plano, já Wessel e Argand usavam segmentos de reta orientados ou vetores coplanares. No ano de 1837 Sir William Rowan Hamilton (1805-1865) consolidou de fato as descobertas, ao reconhecer os números complexos como par ordenado de números reais (a, b) contribuindo assim para o trabalho de Gauss. Foi somente depois dos trabalhos de Bombelli, dentre outros matemáticos italianos, que contribuíram para que os números sofisticados perdessem parte de sua característica mística, começando a serem aceitos apenas no século XIX com os trabalhos de Wallis, Wessel, Buée e Argand. William Rowan Hamilton (1805-1865) introduziu a forma dos números complexos, passando a ser encarados como pares ordenados (a, b) de números reais [...] (A19, 2016, p. 89).

De acordo com o autor, a criação dos números complexos se deu pela contribuição de diversos matemáticos, que foi se formando através de um período muito longo e que através deste objeto matemático foi que se desencadeou a extensão de conjuntos numéricos.

A21, abordou em sua dissertação o conceito de função, no entanto, não teve o intuito de delinear sobre o processo de construção histórica desse conceito, “O que se almeja é a compreensão dos fatos centrais no processo de investigação, realizado pelos principais teóricos que contribuíram efetivamente para a consolidação universal desse conceito.” (A21, 2015, p. 32-33). Dessa forma a autora destaca apenas os principais momentos para seu desenvolvimento. Ao mostrar de forma breve a contribuição de alguns autores e destacar os vários estudiosos que contribuíram para a construção do conceito de função (porém sem percorrer sobre quais contribuições eles fizeram), a autora conclui que,

Não há consenso entre os pesquisadores sobre o momento preciso da origem do conceito de função. Alguns acreditam que a noção intuitiva de função teve sua origem no período da matemática antiga (2000 A. C.), tendo em vista a existência de antigas tabelas babilônicas e egípcias, que relacionavam números e resultados de operações envolvendo esses números. Embora nesse período a componente “variação” não se revelasse explicitamente, realmente há fortes indícios de que o instinto de funcionalidade já se fazia presente naquela época. (A21, 2015, p. 34)

A23 faz o percurso cronológico da história da Álgebra e perpassa pelo Egito, Babilônia, Grécia, Império Árabe, Índia e Europa, com foco em função e equações, analisando as técnicas utilizadas em cada civilização e destacando os recursos utilizados que contribuíram para o desenvolvimento dos ensinamentos algébricos atuais. A autora teve como intuito “focar a percepção de equações e funções, que são dois conteúdos que consideramos indissociáveis” (A23, 2015, p. 96).

Ao explicar como funcionava o modo em que eram realizados os cálculos dos egípcios, a autora relata que no período entre 1700 a.C. e 1700 d.C. é classificado como um momento fundamental da álgebra e que foi desenvolvida a partir de três estágios “retórico ou verbal, sincopado no qual se utilizavam de abreviações para as palavras e o último estágio, o simbólico.” (A23, 2015, p. 98). Expôs alguns exemplos de como eram realizadas algumas contas naquele período. E explicou também, como surgiu os primeiros registros de documentos acerca das expressões algébricas:

A aritmética na Babilônia desenvolveu-se para uma álgebra retórica, próximo ao ano 1600 a. C.. Nos registros deixados pelos babilônicos, encontramos o que é considerado os primeiros equacionamentos de situações, em que, para descrever um dado problema, foram utilizados símbolos, como forma de simplificação das operações e números. (A23, 2015, p. 100)

Segundo a autora, esses registros dispunham de diferentes soluções a respeito das equações quadráticas, cúbicas e biquadradas, e que apesar dos avanços, em suas resoluções não continham “noções de simplificação e equacionamento, eles desenvolveram algumas fórmulas de fatoração e aproximação algorítmica para resolver problemas envolvendo equações quadradas” (A23, 2015, p. 100). A23, também é realizado em sua dissertação, as contribuições em relação a forma de seu surgimento, acerca das suas contribuições e como eram executadas as resoluções das contas algébricas na Grécia, Índia, Império Árabe e Europa.

A25, desenvolveu os aspectos lógicos e históricos do conceito de função. De acordo com o autor, há registros que mostram os indícios do surgimento de função na Babilônia e relata sobre os três períodos que contribuíram para o desenvolvimento da álgebra, os mesmos citados por A23.

Ao desenvolver um breve percurso cronológico da criação do conceito de função, destacando os principais autores e as principais épocas, A25 destaca entre eles o período da Grécia Antiga, sobre a Antiguidade, o período moderno e entre outros. Tendo por objetivo destacar os pontos essenciais da construção desse objeto matemático, o autor passou por matemáticos renomados e que tiveram contribuições significativas para o desenvolvimento do conceito, percebendo que esse desenvolvimento está presente nas relações entre grandezas, a partir das civilizações mais antigas e que foi se aprimorando com o passar dos tempos. Acredita-se também, que “O conceito evolui à medida que o homem dele se apropria e o utiliza. Esse é o processo lógico-histórico de construção do conceito” (A25, 2015, p. 56).

Essas foram as obras que desenvolveram o percurso histórico em suas teses e dissertações, as quais, em sua grande maioria, buscaram contextualizar os momentos culturais, políticos e econômicos em seus trabalhos. Entretanto, há obras que não fizeram uma pesquisa histórica do desenvolvimento dos conceitos, conforme se pode ver no Quadro 5.

Quadro 5 - Obras que não desenvolveram acerca da história do objeto

Obras	Objeto matemático	Sobre a escrita da história
A3	Medidas de Tendência Central	Não fez contextualizações históricas, sociais, políticas culturais e econômicas acerca do desenvolvimento das medidas de tendência central, que era o objeto matemático abordado pela autora.
A4	Área	Trabalhou como objeto matemático o desenvolvimento de grandezas e medidas. A autora apenas analisou o processo geral da história e mostrou as necessidades envolvidas na evolução de desenvolvimento do conceito para estruturar o seu plano de ensino.
A10	Área e Perímetro	Apresentou a história das necessidades sociais dos conceitos de área e perímetro de forma breve, sem se aprofundar em datas e situações específicas relacionadas ao desenvolvimento dos conceitos.
A13	Pitágoras	Não faz aplicações acerca da construção histórica do objeto matemático em sua pesquisa (Pitágoras), logo, não se realiza também as contextualizações sociais, culturais, econômicas e políticas da época.
A20	Volume	Utiliza apenas as necessidades envolvidas no processo de desenvolvimento para estruturar o seu plano de ensino.
A22	Perímetro e Área	Não desenvolveu a história do objeto matemático em sua obra. As contribuições históricas realizadas sobre os conceitos de área e perímetro foram voltadas para a metodologia de ensino.
A24	Área e Perímetro de Figuras Planas	Não percorreu sobre a história do conceito de Área e Perímetro de Figuras Planas, sua obra foi direcionada para a metodologia de ensino.
A26	Sistema de Numeração	Não teve por objetivo transcorrer sobre a história de seu objeto matemático, ele buscou aplicar o processo de desenvolvimento desde o sistema de numeração até a utilização da adição e subtração, apresentando a essência desse objeto para aplicação na metodologia de ensino.

Fonte: Elaborada pela autora.

Ao todo, tem-se oito autores que tiveram por objetivo, em seus trabalhos, abordar o processo de desenvolvimento histórico de seus objetos matemáticos apenas para fundamentar a metodologia de ensino. Alguns até percorreram a história de forma cronológica e puramente narrativa, mostrando os principais fragmentos para a construção de seu objeto matemático, entretanto, tendo como principal foco a área educacional. E houve autores que não se aprofundaram em datas e nem realizaram contextualizações políticas, econômicas, sociais, históricas e culturais.

Finalizada a etapa de descrição das teses e dissertações que tiveram por objetivo a história do objeto, voltado para o método de pesquisa, e os autores que não realizaram esse percurso histórico, na próxima sessão será abordado como deve ser feita uma pesquisa na perspectiva do lógico-histórico, agrupando as teses e dissertações que seguiram esses pressupostos e os que não seguiram.

4 O LÓGICO-HISTÓRICO INSERIDO NA METODOLOGIA DE ENSINO

Este capítulo objetiva identificar as obras que desenvolveram o movimento lógico-histórico na metodologia de ensino. Entretanto, para que se tenha um melhor entendimento acerca desse uso, será caracterizado, inicialmente, o que vem a ser uma metodologia de ensino. Logo após, será apresentado as obras que se encaixam nessa perspectiva, analisando como foi feito o uso da história em suas propostas de ensino.

4.1 Caracterizando metodologia de ensino

Para a compreensão deste capítulo, precisa-se, inicialmente, caracterizar metodologia de ensino, pois é nesse sentido que buscaremos olhar para as teses e dissertações, em busca de compreensões acerca do uso da história da matemática em sala de aula. Para tanto, trazemos Assis (2019) para auxiliar nesse entendimento, para a qual:

[...] metodologia de ensino constitui-se dos diferentes princípios/diretrizes para orientar/direcionar o processo de ensino-aprendizagem em função de certos objetivos/fins educativos/formativos por meio de um método de ensino. Estes princípios/diretrizes estão diretamente relacionados com os princípios/diretrizes gerais de uma ciência expressos através dos seus métodos próprios de investigação transformados em situações de ensino amparadas em pressupostos teóricos. Pode-se dizer que seu campo é constituído pelos métodos adequados para apropriação do saber em cada área, referindo-se ao objeto a ser ensinado, trabalhando, portanto, tanto com a produção do saber como com a sua apropriação, sempre relacionando com a apresentação do conhecimento. (ASSIS, 2019, p. 471)

Pensando no processo de ensino-aprendizagem de Matemática, a autora complementa sua ideia dizendo que:

[...] a metodologia de ensino de Matemática é o conjunto de vários métodos de ensino próprios da Matemática enquanto ciência, organizados em um sistema que orienta, através de um pressuposto teórico, o processo de ensino-aprendizagem desta ciência, sendo inerente à metodologia de ensino de Matemática a apropriação do saber e a produção do conhecimento matemático, abrangendo a totalidade do conhecimento matemático. (ASSIS, 2019, p. 471)

Assim sendo, partiu-se para a busca daquelas teses e dissertações que se enquadravam na perspectiva de Assis (2019) apresentando uma proposta metodológica que utilizasse a história nas aulas de Matemática, independente de qual fosse a metodologia de ensino utilizada, obtendo as obras listadas no Quadro 6, em um total de 14 trabalhos dentre todos aqueles apresentados no Quadro 2

Quadro 6 - Obras que usaram a história como parte da metodologia de ensino

Obras	Objeto matemático
A1	Logaritmo
A6	Medida
A7	Trigonometria
A8	Trigonometria
A9	Transformações Lineares
A10	Área e Perímetro
A11	Medicação do Tempo
A12	Área
A13	Pitágoras
A16	Poliedros
A18	Teorema de Tales
A20	Volume
A23	Equação do 1º grau
A24	Área e Perímetro de Figuras Planas

Fonte: Elaborada pela autora.

Na próxima seção será abordada a proposta metodológica para o uso da história do conceito em cada uma dessas obras.

4.2 Análise das obras que desenvolveram o percurso histórico na metodologia de ensino

De posse das obras que utilizaram a história em algum momento da sua proposta, iniciaremos a compreensão de como se deu esse fato em cada uma delas.

A1, desenvolveu o movimento lógico-histórico do conceito de logaritmos para os alunos do ensino médio através de um experimento didático formativo, baseando-se nos princípios do sistema didático zankoviano. Foi elaborado questões problemas da atualidade com os alunos que participaram da pesquisa desenvolvida, no qual “as tarefas, ações e seus objetivos constituem um modelo de organização do ensino dos logaritmos, cujo movimento lógico e histórico promove uma abordagem dialética da teia de conceitos que compõem o conceito dos logaritmos no Ensino Médio” (A1, 2020, p. 107). Sua pesquisa buscou evidenciar a contribuição do método dialético na criação de suas atividades, visando, a universalidade do objeto matemático para depois, poder conhecer a essência dos conceitos dos logaritmos. Em sua primeira atividade, a autora desenvolveu situações e fatos históricos com o intuito de expor para os alunos a importância dos números e suas operações para o crescimento do ser humano

e apresentou, também, a evolução progressiva da complexidade das utilidades operatórias, realizando todo esse processo a partir de atividades coletivas.

[...] essa tarefa contempla cinco ações. De modo geral, elas exploram situações históricas, a fim de despertar a curiosidade e o interesse dos participantes, além de lhes provocar através de indagações constantes, reflexões a respeito das necessidades envolvidas que se relacionam com o uso de elementos e ferramentas matemáticas, levando-os a perceber os motivos pelos quais os logaritmos se tornaram necessários para o homem. Nas ações propostas, foram pensadas situações que descrevessem, ainda que brevemente, conquistas obtidas através do uso da matemática como instrumento e linguagem universal. Procuramos, também, estimular a imaginação, o raciocínio, a linguagem e a memória, a fim de acionar as capacidades psíquicas superiores que levarão os alunos ao seu “desenvolvimento ótimo”. (A1, 2020, p. 116)

As ações mencionadas, são as cinco ações propostas pelo sistema zankoviano, que o professor deve se basear, já mencionada na sessão 2.2.6. As atividades voltadas para o processo histórico, visaram descrever os acontecimentos em que o ser humano se encontrava no momento histórico, que foram fundamentais para os conhecimentos matemáticos. A partir disso, percebeu-se que o “uso de elementos históricos para contextualizar a matemática no cotidiano da humanidade no decorrer dos séculos, serviu como elemento de ativação de emoções que caracterizam o homem no mundo, promovendo satisfação e engajamento dos alunos na ação.” (A1, 2020, p. 118). Além da aplicação histórica do objeto e a aplicação de suas necessidades, o autor realizou atividades com dificuldades gradativas, mostrou a precisão de se usar os meios da atualidade em seus exercícios, como por exemplo, o manuseio de operações matemáticas complexas, o uso de calculadoras, tabela de Arquimedes, tábua dos logaritmos e entre outros.

Foi realizado essa atividade objetivando viabilizar a aprendizagem da lógica objetiva e histórica nesse processo de adequação dos conceitos dos logaritmos. Assim sendo, a utilização da calculadora teve por objetivo estimular a aplicação da tábua dos logaritmos.

De posse de algumas sínteses a respeito do conceito dos logaritmos, os alunos foram estimulados a seguir adiante com a leitura e interpretação da Tábua dos Logaritmos, instrumento que foi muito utilizado quando a calculadora não existia. Entendemos que o conceito é, na verdade, um conjunto das relações, representações, aplicações, dentre outras possibilidades associadas, estendemos que o conceito dos logaritmos inclui a determinação de seu valor, que, antes do advento das máquinas de calcular, contou com a Tábua dos Logaritmos. (A1, 2020, p. 137)

Desta forma, A1 abordou a aplicação da história em seu experimento didático formativo no início de suas atividades e, mesmo que de forma sucinta, também no processo do desenvolvimento das aulas.

A6, não usou o lógico-histórico para ensinar o conceito de medida para alunos, mas sim para averiguar o conhecimento do lógico-histórico do conceito em professores, no qual foi

“concretizadas pelos professores, nas suas próprias escolas” (A6, 2019, p. 117-118), ou sejam foi realizado uma espécie de curso de capacitação para professores, ensinando-os a como usar a metodologia baseada no lógico histórico com seus respectivos alunos. O autor iniciou o experimento a partir da realidade social vivida pelos alunos e professores a fim de compreender os sinais das formas de apropriação do conceito de medida. Ao desenvolver o processo lógico-histórico por quatro aulas consecutivas, o autor percorreu os: “Episódios históricos do conceito de medida: As medidas e seus significados sociais; As medidas na antiguidade; As medidas antropomórficas e as tentativas de unificação” (A6, 2019, p. 132). Na aula seguinte, o autor desenvolveu com os alunos “As medidas e a Revolução Francesa O sistema métrico decimal A construção do pensamento teórico conforme Davidov” (A6, 2019, p. 132).

Realizou aplicações do processo histórico e social, fazendo o uso de elementos e aspectos historicamente produzidos para a introdução do conteúdo, em que cada circunstância de ensino estabeleceu um “processo de apropriação do conceito de medida, a partir do movimento histórico e lógico dele como forma de produzir significação, tendo por essência a necessidade que gerou transformações, configurando um salto de qualidade do próprio conceito.” (A6, 2019, p. 253)

A metodologia abordada por A6 buscou desenvolver o movimento lógico-histórico não só de forma introdutória, mas sim, no decorrer de suas atividades, voltando, sempre que possível, na historicidade do objeto, usando recursos matemáticos empregados em outras épocas na aplicação das situações de ensino.

A7, visou trabalhar os conceitos trigonométricos com os alunos do 9º do ensino fundamental através do lógico-histórico e de tecnologias digitais, tendo como foco aplicar situações desencadeadoras de ensino, fazendo com que os alunos desenvolvessem um pensamento teórico. Investigou os nexos conceituais da trigonometria e utilizou os conceitos de determinado momento histórico através das necessidades lógicas e sociais. “No entanto, cabe mencionar que, infelizmente, há um grande hiato nesse processo, visto que muitos conceitos foram engendrados em períodos arcaicos, o que pode ter acarretado uma dissipação dos registros formais” (A7, 2019, p. 34).

Foram desenvolvidas o total de quatro aulas, no qual a primeira se concentrou em percorrer a produção dos conceitos do transcorrer da história, buscando compreender as necessidades dessa criação de conceitos. Assim sendo, o autor fez com que os alunos realizassem medições sem o auxílio de réguas, utilizando outro instrumento qualquer, como por exemplo, o palmo, caderno, caneta e a mão, desenvolvendo suas atividades de forma coletiva. Chegou à seguinte reflexão:

Quando os grupos compararam as respostas entre si, eles perceberam qual foi a necessidade social comum que levou à padronização internacional dos instrumentos de medida. Isto é, eles não só trilharam os passos descritos na seção teórica, mas também fizeram com que a intencionalidade da primeira SDA [Situações Desencadeadoras de Aprendizagem] fosse cumprida. (A7, 2019, p. 60)

Percebeu-se então, a necessidade de um instrumento universal e padronizado de medição e a necessidade das unidades, múltiplos e submúltiplos para medir objetos e locais, por exemplo, que sejam milimétricos e/ou extensos. O autor aplicou situações históricas em seu experimento didático formativo, fazendo contextualizações sociais de tempos antigos com os tempos atuais.

A8, teve como objeto de estudo o ensino do conceito de trigonometria, no qual foram elaboradas situações desencadeadoras de aprendizagem para os alunos do 2º ano do ensino médio, percorrendo de forma histórica a essência dos conceitos fundamentais desse objeto matemático. No entanto, de acordo com A8, para que isso ocorra, é fundamental que o docente adote a atividade orientadora de ensino, aplicando para o aluno o conteúdo de forma desafiadora e procurando sanar as dúvidas através do movimento lógico-histórico. Com isso, podemos perceber que “o professor deve orientar os alunos para que as respostas sejam direcionadas a resultados que coincidam com aqueles que a humanidade, ao longo da história da matemática e das necessidades do homem, instituiu-o como correto” (A8, 2019, p. 38).

Para o desenvolvimento de sua proposta, o autor utilizou um total de cinco aulas, em que as duas primeiras envolviam o lógico-histórico do conceito de trigonometria, e destacou que os alunos, através das discussões realizadas, apresentaram indícios “[...] da tomada de consciência da necessidade da trigonometria no desenvolvimento de outras áreas: Engenharia, Acústica, Medicina, Astronomia e Música.” (A8, 2019, p. 55-56).

Nas outras duas aulas seguintes, A8 também trabalhou a história do objeto, através de histórias virtuais sobre o desenvolvimento da trigonometria:

[...] a necessidade apresentada na história virtual da AOE "Cálculo da altura de grandes estruturas" (Quadro 2) consiste na reprodução de como o homem histórico e socialmente, no que concerne a encontrar o valor da distância e da altura de lugares inacessíveis, encontrou estratégias para solucioná-los. (A8, 2019, p. 56)

Desta forma, mesmo que sucintamente, o autor utilizou a história do objeto na maior parte de suas aulas.

A9, abordou o lógico-histórico como elemento motivador das aulas, com o intuito de despertar o interesse dos alunos, mostrando a necessidade de aprender o conceito de Transformação Linear e sua importância para o desenvolvimento da ciência e do mundo, com

a intenção de refletir nos estudantes como os cientistas pensam e pensavam antigamente. Executou um total de sete aulas, distribuindo a história do objeto ao longo de seu planejamento à medida que se caminhava pelo desenvolvimento das ações de aprendizagem de Davydov.

Em sua sexta aula, a autora buscou “Refletir sobre a evolução da formalização dos conceitos matemáticos no decorrer da história, comparando com a formalização aceita hoje pela comunidade matemática.” (A9, 2018, p. 208). Culminando com uma reflexão sobre a evolução da escrita matemática do conceito, ocorrida através da comparação da definição do conceito ao longo da história até ao que é encontrado hoje nos livros didáticos (A9, 2018).

Foram aplicadas em suas atividades problemas contextualizados com a história do objeto, fazendo com que a historicidade não fosse utilizada apenas de forma introdutória, mas também no decorrer de suas tarefas.

A10 abordou o lógico-histórico como ferramenta para a construção de um problema desencadeador da aprendizagem, levando os alunos do 4º ano do ensino fundamental à reprodução das necessidades sociais e históricas do conceito de área e perímetro. A autora aplicou em seu experimento didático as seis ações de aprendizagem proposta por Davydov. De todas as nove atividades aplicadas, apenas as duas primeiras e a quinta, explanaram a historicidade do conceito de medida e perímetro, no qual as formas que a autora usou para medição foram os instrumentos não convencionais, ou seja, as mãos, dedos e os braços.

A análise levou à instauração da discussão sobre a padronização de medidas como uma necessidade nas relações e atividades humanas. Para isso, narramos alguns exemplos de como povos antigos criaram e adaptaram as primeiras formas de medição de grandezas de comprimento de acordo com suas necessidades e interesses. Explicamos que, tal como eles, os povos antigos utilizaram o que lhes era mais próximo: os dedos, as mãos, os pés, os passos, a jarda e o côvado como unidades de referência (medidas antropomórficas). A escolha da unidade de medida variava de uma região para outra e de um período histórico para outro. Para compreenderem o que seria jarda e côvado, mostramos ilustrações e simulamos o uso dessas unidades de medidas, as quais revelaram o mesmo problema de variação nos tamanhos das partes do corpo de uma pessoa em relação a outra. (A10, 2018, p. 133)

A10 fez com que os alunos reproduzissem o movimento lógico-histórico do conceito abordado, mostrando a necessidade da humanidade em produzir saberes que possibilitassem a eles uma facilidade maior nas práticas sociais e que pudessem sustentar as necessidades de suas ações.

A11, tem por objetivo desenvolver nos alunos do 6º ano, o saber produzido historicamente. Sendo assim, o autor visa, em seu experimento didático formativo, apresentar a criação do conceito de medição do tempo, acompanhado das necessidades humanas para com o mesmo e aplicando situações desencadeadoras de ensino, revelando a essência do objeto

estudado. Em suas aulas o autor buscou aplicar o movimento lógico-histórico sobre a medição do tempo e fez com que os alunos exercessem atividades práticas, que foram desenvolvidas em tempos antigos, por meio de instrumentos criados pelos alunos, como por exemplo, uma ampulheta de garrafa pet. Dessa forma,

[...] os estudantes percebessem que as clepsidras foram criadas a fim de medir as horas noturnas. Quanto a isto, um estudante fez a seguinte afirmação: “Mas ela poderia ser utilizada durante o dia porque não precisa do Sol” (GA_14082017). A resposta deste estudante evidenciou uma dedução, já que apesar das discussões estarem relacionadas à medição do tempo no período noturno, ele conseguiu perceber que a clepsidra poderia ser utilizada tanto no período da noite quanto no dia e, portanto, não era mais necessário o relógio de Sol. Esse movimento do pensamento, na compreensão da superação do relógio de água em relação ao de Sol, é que permite o desenvolvimento do pensamento teórico que pode se estender para outras situações, enquanto movimento do pensamento generalizante, não necessariamente ligadas a situações sistematizadas de ensino. Porém, reafirmamos que essa foi a intencionalidade da AOE, quanto a aprendizagem. (A11, 2018, p. 108)

Em suas aulas o autor fez associações dos tempos antigos, mostrando o processo de criação dos instrumentos de medição do tempo, com os dias atuais. Realizando também, questões que gerassem nos alunos o entendimento das necessidades da realização desses instrumentos no cotidiano em sociedade. Assim sendo, A11

[...] proporcionou aos estudantes conhecer um movimento lógico-histórico de medição de tempo por meio dos instrumentos de medidas criados pelo homem como forma de suprir suas necessidades. Essa interface entre história e ensino de matemática permitiu a expressão do pensamento dos estudantes sobre os conceitos de medição de tempo. Ao trazer novos elementos para os estudantes, percebemos que eles acompanharam o desenvolvimento da AOE, já que as situações desencadeadoras de aprendizagem possibilitaram momentos de reflexão, por exemplo, quando o estudante faz a relação de um momento anterior com um atual. (A11, 2018, p. 129)

Podemos perceber que o autor, em toda a elaboração de sua atividade orientadora de ensino, percorre a historicidade do objeto matemático em todas as suas aulas, não só no início do experimento. Foi realizado contextualizações com os dias atuais, desenvolvendo um pensamento teórico a respeito do conceito de medição e despertando nos alunos o interesse pelo conceito estudado.

A12, teve como objetivo em sua obra, a utilização do lógico-histórico para elaborar situações desencadeadoras de aprendizagem do conceito matemático de área, apoiando-se nos nexos conceituais através da intervenção pedagógica, expressos por estudantes do 5º ano do ensino fundamental por meio de uma atividade orientadora de ensino com significação histórica e social enquanto processo de apropriação do conceito matemático de área, utilizando “[...] situações que expressam a necessidade humana, ao longo da história, em suas relações

comerciais e sociais, as quais ainda permanecem presentes nas práticas sociais.” (A12, 2018, p. 22).

De início, A12 teve como intuito transmitir, através de uma problematização, o contexto histórico, social, geográfico e cultural utilizando de uma história virtual que envolve porções de terras e, logo após, realizou uma discussão sobre as atividades realizadas pelos alunos. Assim sendo, a autora adotou “a técnica da divisão por subtrações sucessivas, a fim de demonstrar outro método de se realizar a divisão que não fosse o algoritmo, já que a história virtual estava pautada em outra época, quando ainda não se usava tal procedimento da chave” (A12, 2018, p. 119). Utilizou-se de recursos não padronizados para a realização da atividade, ou seja, a autora desenvolveu as atividades com instrumentos que não são empregues atualmente, baseando-se assim em situações e recursos históricos. Em outro momento, a autora aplicou o lógico-histórico através da contagem de sementes para desenvolver a unidade de medida de área para se ter uma mensuração da terra de forma mais exata.

Vale ressaltar que o uso de sementes como forma de se mensurar a superfície levou em conta o elemento lógico-histórico pesquisado, pois é compreendido que se trata de um instrumento tridimensional, enquanto a mensuração de uma superfície é bidimensional. Essa estratégia se apoia no aspecto atinente à projeção ortogonal da semente sobre a porção de terra, ou seja, o reflexo da semente sob a luz direta e perpendicular que provoca sua sombra na base, tornando-a, pois, a unidade de medição bidimensional. (A12, 2018, p. 135)

Apresentou os diferentes tipos de técnicas em que os homens utilizaram no decorrer do desenvolvimento histórico do conceito usado, considerando as diversidades de contextos sociais em que viviam. Em todo o percurso da pesquisa desenvolvidas, a autora buscou aplicar os contextos, instrumentos e situações históricas que culminaram no aprimoramento do conceito de área e de medida, até a chegada da padronização que são operadas nos dias de hoje.

A13, traz contribuições da matemática demonstrativa para os alunos do curso de licenciatura em matemática através de um experimento didático formativo, baseando-se no ensino desenvolvimental de Davydov com o uso do lógico-histórico do conceito. O objeto matemático principal abordado foi o teorema de Pitágoras.

Quando iniciamos a aplicação do experimento didático formativo, apresentado o Teorema de Pitágoras juntamente com todo seu contexto histórico, observamos a importância dessa prática, pois possibilitou uma observação do aspecto cognitivo do aluno, o seu desenvolvimento gradativo, os conhecimentos matemáticos relacionados aos assuntos abordados e sua desenvoltura com a ferramenta utilizada. (A13, 2017, p. 50).

A13 utilizou problemas desencadeadores para o desenvolvimento da formação conceitual dos alunos, abordando a essência do objeto matemático e mostrando o movimento

histórico desse objeto. O autor realizou o experimento didático formativo com os alunos do 6º período do curso de licenciatura em matemática, tendo como apoio o software GeoGebra como intermediário pedagógico com a disciplina de geometria.

Em sua primeira aula o autor abordou o processo histórico de Pitágoras após uma atividade diagnóstica, no qual foi discutido entre os alunos o que eles se recordavam da criação do teorema e seu contexto social. Posteriormente o autor conversou com os alunos sobre da história do teorema de Pitágoras.

[...] falamos um pouco quem foi Pitágoras, mostrando seu contexto social, onde nasceu, o ano que nasceu, sua infância, seus possíveis orientadores, suas viagens, sua escola, seus discípulos e os conhecimentos atribuídos a ele. Apresentamos uma breve história sobre a contribuição de Pitágoras na música, astronomia, a teoria dos números e a filosofia. (A13, 2017, p. 78)

Desenvolveu também, de forma oral, o contexto histórico em que os chineses realizavam as operações matemáticas e como eles explicavam o teorema de Pitágoras. Logo após, passou um vídeo que conta a história do teorema “mostrando imagens e o local onde foi vivido toda história, situando-o historicamente, mostrando as razões que impulsionaram as civilizações mencionadas a desenvolverem seus conhecimentos” (A13, 2017, p. 59). Na segunda aula o autor passou uma atividade que tinha por objetivo formar nos alunos o conceito do teorema e fazer com que os alunos realizassem comparações de como eram desenvolvidas as operações matemáticas da época com as que utilizamos nos dias de hoje. O próximo momento em que foi discutido o objeto matemático levando em consideração a sua história, foi na quarta aula, que tinha exatamente o mesmo objetivo da segunda aula.

Para a realização de todas essas atividades, A13 utilizou a história do objeto matemático em quase todas as aulas, em 03 de um total de 04 aulas, trazendo a história e o contexto social vivido na época para dentro da sala de aula, desenvolvendo nos alunos o conceito do teorema de Pitágoras e fazendo relações dos métodos utilizados no início da formação desse objeto com as utilizadas nos dias de hoje.

A16 desenvolveu em sua obra o movimento lógico-histórico do conceito numa perspectiva sociocultural, analisando e compreendendo a trajetória de seu desenvolvimento. Objetivou aprofundar nas situações de ensino-aprendizagem do conceito de poliedros com os alunos do 9º ano do ensino fundamental, visando levar os alunos a compreender a história do conhecimento matemático, assim como objetos utilizados na história por indivíduos de diferentes culturas e contextos sociais, podendo compreender a matemática como ciência desenvolvida por seres humanos.

A história foi introduzida já da primeira atividade, na qual o autor ressaltou de forma breve a obra de Platão e as associações acerca dos poliedros. Mas foi aprofundado o conteúdo histórico de forma mais completa na segunda atividade que era voltada para as definições e para os primeiros registros dos sólidos geométricos, tendo por objetivo fazer com que o aluno averiguasse, a partir de uma linguagem matemática, as definições no meio da ciência.

Devem ser tecidos comentários sobre o matemático que revolucionou os estudos sobre os sólidos geométricos, assim como sobre o contexto político, histórico e social no qual ele vivia. Será exibida uma foto de Euler com o objetivo de ressaltar a importância de suas contribuições para a Matemática, na área de Geometria e em outras áreas. (A16, 2017, p. 59)

Assim sendo, o autor fez com que os alunos desenvolvessem as atividades sobre os sólidos geométricos para que houvesse um melhor aprimoramento das atividades e do conceito, e conseqüentemente, desenvolvendo no aluno a capacidade de recordar e/ou elaborar questões acerca dos elementos dos poliedros e suas características. A16, foi desenvolvendo suas atividades e sempre que possível, fazia considerações sobre a história dos poliedros abordados em sala de aula.

A18 realizou o experimento didático formativo com os alunos do 2º ano do ensino médio utilizando do software geogebra com o intuito de analisar as mudanças na aprendizagem do aluno, baseando-se nas propostas de ensino e formação de conceitos de Davydov e nas contribuições de Vygotsky para o ensino e a didática.

O autor divide as atividades do experimento didático formativo em oito momentos. De todos os momentos abordados, apenas dois foram voltados para o ensino histórico do objeto matemático de forma mais profunda, sendo eles o momento 04 e o momento 05. No momento 04, o autor trabalha a história do teorema de Tales, considerando suas contribuições para a matemática e a época em que vivia e sua região geográfica.

[...] buscou-se contemplar a questão histórica na qual está imerso um conceito, no caso os conceitos relativos ao Teorema de Tales. E escolhemos como atividade didática para esse momento dois problemas clássicos com o Teorema de Tales. A solução desses problemas é atribuída a ele. Os problemas são: da distância de um barco à Terra e o do cálculo da altura de uma pirâmide no Egito. (A18, 2016, p. 126).

Já no momento 05 a história é trabalhada através de problemas que apareceram durante a pesquisa histórica e que são considerados como os dois problemas históricos do teorema de Tales, sendo eles o “cálculo da altura da pirâmide do Egito e o cálculo da distância do barco até a Terra” (A18, 2016, p. 103). Ao final do experimento didático formativo, A18 relembra todo o conteúdo abordado nas aulas anteriores, destacando as contribuições históricas do objeto. O autor mesmo que tenha aprofundado melhor na história do conceito do teorema de Tales em

apenas dois momentos, ele também buscava estar sempre relembrando os alunos da importância do teorema e da história em suas atividades.

A20, trabalhou com o estudo de grandezas e medidas, direcionando-se no aspecto do lógico-histórico e se apoiando na teoria do ensino desenvolvimental desse objeto. O autor desenvolve um experimento didático formativo com os alunos do 5º ano do ensino fundamental e apresenta a história da matemática em forma de história hagáquê (histórias em quadrinhos), apresentando a história da geometria e dos sólidos de Platão através de dois vídeos, “sendo que o primeiro vídeo apresentou a experimentação da pirâmide dentro do cubo, e o segundo demonstrou a história das pirâmides de Quéops” (A20, 2016, p. 79).

A autora teve, ao todo, oito encontros com os alunos e duas atividades descritivas. As aulas 01, 02, 03, 04, e 05 foram voltadas para o desenvolvimento histórico do conteúdo e para o desenvolvimento do conteúdo através de histórias textuais e em quadrinhos. Os encontros 06, 07 e 08 foram os únicos que a autora não mencionou a história do objeto matemático abordado em sua pesquisa.

Na primeira atividade foi aplicado um texto que desenvolvia a história do conceito de volume. A autora fez com que os alunos entendessem o contexto histórico de volume, sem se prender na história factual desse objeto, desenvolveu neles a curiosidade pela necessidade do objeto, como era representado na época, dentre outras indagações, e pôde observar através da atividade, que “ficou perceptível que os alunos identificaram, nos episódios lidos, a ‘história do objeto’ (volume) e a ‘história da matemática’ como sendo histórias relevantes sob os enfoques da informação e da utilidade para o desenvolvimento humano.” (A20, 2016, p. 100). Na segunda atividade a autora aplicou uma tarefa mais prática, em que os alunos precisavam responder algumas questões sobre o conceito de volume, no entanto, ela fez algumas ressalvas no início da aula sobre a história desenvolvida na aula anterior. É apresentado também a história nas introduções das atividades aplicadas, fazendo com que os alunos interpretassem as questões antes de resolvê-las:

Os alunos souberam interpretar a primeira questão, compreendendo a contextualização histórica do objeto (volume), assim como a identificação da figura do paralelepípedo e as suas dimensões. A maior parte dos alunos identificaram que as dimensões eram distintas, mas ao prosseguir no processo de resolução total da atividade não conseguiram realizar a multiplicação dos números decimais. (A20, 2016, p. 107)

A23, abordou o movimento lógico-histórico com o intuito de auxiliar o desenvolvimento do pensamento e do conteúdo de equações e funções, considerando os nexos conceituais para a aprendizagem dos alunos do 9º ano do ensino fundamental. Levou em

consideração a estrutura da atividade de ensino proposta por Davydov e o valor das situações desencadeadoras da atividade, tendo como objetivo desenvolver a proposta da pesquisa com um entendimento voltado “para a realidade social e concreta da sala de aula, da escola, e do contexto histórico, social e político no qual as atividades dos sujeitos se realizam, com toda sua objetividade e subjetividade” (A23, 2015, p. 179). A autora ministrou ao todo 57 aulas no período de 5 meses, sendo as primeiras 11 aulas apenas para observação da turma. Foi realizado uma explicação descritiva do processo histórico do conceito de equações e funções, através de um livro “Contando a História da Matemática” (A23, 2015, p. 282), realizou também técnicas que eram manuseadas pelas antigas civilizações, objetivando em sua atividade de estudo “Desenvolver nos alunos o sentido de equações, considerando o significado que é histórico e socialmente construído” (A23, 2015, p. 206), aplicando atividades com uma linguagem retórica e sincopada da álgebra. Dessa forma, foram utilizados símbolos matemáticos que eram usadas pelos povos da Babilônia, da Índia Antiga e a forma utilizada pelo francês François Viète, que, de acordo com a autora, foi o pai da álgebra. Aplicou atividades em que os alunos precisassem fazer levantamentos históricos em sites e livros sobre alguns objetos matemáticos, como por exemplo os arcos romanos.

Assim, a atividade foi elaborada, seguindo o desenvolvimento lógico histórico, a partir do qual exploramos as diferentes linguagens algébricas [...] A atividade consistia em fazer a transposição do que estava escrito no problema que poderia estar numa linguagem algébrica retórica ou numa linguagem algébrica sincopada, para a linguagem algébrica simbólica que os alunos estão acostumados. (A23, 2015, p. 225)

A autora, mesmo com uma grande quantidade de aulas ministradas em seu experimento didático formativo, buscou envolver o percurso histórico e, principalmente, os métodos utilizados nos tempos antigos, fazendo relações com a álgebra abordada atualmente.

A24 investigou a formação de conceitos de medida com os alunos do 6º ano do ensino fundamental, partindo do geral para o particular e fazendo com que os alunos entendessem e realizassem a relação da história do conceito deste objeto matemático com o cotidiano que estão inseridos.

[...] onde os alunos precisam estar conscientes da importância do objeto de estudo, a história de seu surgimento, quais necessidades a sociedade tinha para que este objeto fosse desenvolvido, como pode ser utilizado na sociedade contemporânea, são etapas que levam os alunos a se apropriarem do conceito do objeto de forma que consigam o aplicar como ferramenta para resolução de problemas específicos. (A24, 2015, p. 64)

De acordo com A24, para que o aluno entenda o conceito que será transmitido pelo professor, é necessário aplicar atividades que salientam o núcleo do objeto, considerando o

contexto em que o aluno está inserido, o desejo e a motivação desse aluno e por fim, a história desse objeto. Posto isto, o autor aplicou a história da matemática em sua 4ª aula, usou recursos para uma melhor compreensão do conteúdo proposto como por exemplo, as figuras planas, computador, projetor e entre outros. Buscando assim, apresentar as principais características do conceito das figuras planas, delineando como se originou, como era a funcionalidade na prática e como era abordado antes do surgimento desse conceito. Logo em seguida, foi aplicada uma atividade que introduziu os conceitos de perímetro e área, delineando sobre a origem das figuras planas e fazendo com que os alunos entendessem e analisassem esse conceito a partir da história.

[...] foi exposto, por meio de figuras ilustrativas e, concomitantemente, o pesquisador relatando a história da Matemática de forma geral, até chegar no momento da descoberta das figuras planas, seus precursores e sua importância para a sociedade [...] Após a generalização destes conceitos por parte dos alunos, esta parte da história foi concluída, confirmando que os alunos conseguiram identificar durante as atividades de estudo. (A24, 2015, p. 93)

Em seguida, o professor passou outras atividades que tinham por intuito abordar a história da matemática com a geometria, sendo analisadas suas conjecturas visando a solução dos cálculos de área. O próximo momento em que o autor abordou a história foi a 6ª aula quando passou uma reportagem para os alunos que contava a história de “Ricardo Oliveira, o gênio da Matemática” (A24, 2015, p. 101) e depois na 7ª aula, onde foi relembrada a história da matemática a fim de concluir a definição do conceito de área e perímetro: “Foi mencionado o contexto histórico da origem dos cálculos de áreas, as necessidades da população da época, a importância que a Matemática teve para o desenvolvimento da sociedade e a sua importância nos dias de hoje.” (A24, 2015, p. 119).

A24, sempre que possível retornava aos princípios históricos do conceito do objeto matemático em suas aulas e atividades, tendo como finalidade empreender a história cronológica de forma “superficial com o único intuito de levar os alunos a terem contato com a essência ou ideia nuclear do objeto de estudo.” (A24, 2015, p. 97).

Finda-se aqui as obras que apresentaram em sua proposta pedagógica o uso da história do objeto. Pode-se classificá-las como sendo aquelas que utilizaram a história em toda ou em grande parte da sua metodologia de ensino. Passaremos agora para as obras que não desenvolveram esse processo histórico em um percentual significativo de suas propostas metodológicas.

4.3 Análise das obras que não desenvolveram a história na metodologia de pesquisa

As formas de abordar a história em sala de aula são bem diversificadas, algumas priorizam o uso com mais frequência, como as destacadas na seção 4.2, e outras são mais tímidas nessa utilização. Aqui, destacaremos as que se encaixam nesse último quesito. Dentre as obras apresentadas no Quadro 2, tem-se 12 delas que assim fizeram suas propostas, as quais estão relacionadas no Quadro 7 abaixo.

Quadro 7 - Obras não desenvolveram a história em toda a metodologia de ensino

Obras	Objeto matemático
A2	Raiz Quadrada Exata
A3	Medidas de Tendência Central
A4	Área
A5	Medida
A14	Numeração Decimal
A15	Juros
A17	Equação do 1º grau
A19	Números Complexos
A21	Função
A22	Perímetro e Área
A25	Função
A26	Sistema de Numeração

Fonte: Elaborada pela autora.

Neste quadro há autores que em algum momento da sua proposta utilizaram a história do objeto, todavia, buscamos desassociar dos autores que aplicaram a história em todo o processo ou em boa parte dele, para termos parâmetros diferentes de visualização e análise do uso da história nas propostas metodológicas.

A2, trabalhou em sua tese, a formação do conceito de raiz quadrada objetivando desenvolver o pensamento teórico dos alunos do 6º ano do ensino fundamental a partir do experimento didático formativo, baseando-se na teoria do ensino desenvolvimental e do lógico-histórico, buscando agregar ao aluno o conhecimento do objeto matemático se apoiando em diferentes processos históricos, culturais e sociais. Teve como intuito em seu experimento didático formativo, realizar as seis ações de estudo propostas por Davydov já apresentada na sessão 2.2.1, objetivando revelar a essência do conceito de raiz quadrada exata e observar se os alunos manifestaram as capacidades que permitem utilizar os conceitos como ferramentas mentais, desenvolvendo as funções psíquicas superiores de forma completa.

Apesar de a autora realizar em seu experimento didático formativo as seis ações de aprendizagem de Davydov, desempenhar as aulas fazendo relações entre todo o sistema

conceituais estudadas “número, agrupamento, adição, multiplicação, medida de unidade de área, potenciação e raiz quadrada” (A2, 2020, p. 120), ela não aplicou em suas atividades a história do objeto

Com exceção do diálogo estabelecido inicialmente sobre o desenvolvimento histórico dos números, a dinâmica das aulas aconteceu da seguinte forma: inicialmente, a pesquisadora entregava a folha de registro para cada grupo discutir, analisar e desenvolver as tarefas propostas dentro da unidade conceitual daquela aula e, de acordo com os questionamentos de cada grupo, se realizavam as mediações necessárias. Por fim, após a realização das tarefas, a pesquisadora discutia a realização das tarefas com os alunos, colocando-os no controle das ações realizadas anteriormente. No final de cada folha de registro, havia um espaço para os grupos sintetizarem os conceitos apreendidos. Em conformidade com essas proposições, foram eleitas a reflexão, a análise e o plano interior das ações como unidades conceituais de análise, visando a investigar a atividade de pensamento dos alunos durante a realização das tarefas. (A2, 2020, p. 119-120)

A3 retratou o lógico-histórico do ensino de estatística com foco nas medidas de tendência central, sendo fundamentado na teoria do ensino desenvolvimental. A autora teve como intuito propor uma estruturação no ensino de estatística para os alunos do ensino fundamental, abordando as ações de aprendizagem propostas por Davydov. Abordou em sala de aula uma história virtual e uma representação teatral. No entanto, essa história não revela a essência de estatística, nem tão pouco envolve a aplicação desse conceito matemático em outro período da história.

Essa proposta de planejamento intencional da história virtual Viviana, a rainha do pijama partiu da elaboração de uma atividade de estudo que abordasse o processo de assimilação dos alunos como condição fundamental para a realização das seis ações de estudo [...] A partir das situações desencadeadoras da aprendizagem surgiram várias situações-problemas que buscam desafiar o estudante na medida em que os motivos e as necessidades fossem surgindo, para que pudessem, no campo mental, percebê-las e vivenciá-las. (A3, 2020, p. 127-128)

A4, parte da ideia de que não é necessário fazer o levantamento histórico de todo o conceito para entendê-lo e levá-lo para a sala de aula, no entanto, é preciso ter uma noção da importância histórica desse conceito para estudá-los com os alunos, mostrando a necessidade, importância e o processo de seu surgimento, sendo fundamentados na teoria do ensino desenvolvimental proposta por Davydov.

Em seu experimento didático formativo, foi trabalhado o conceito de grandezas e medidas, no qual a autora aplicou um vídeo “que aborda o processo histórico da necessidade de medir as coisas e da padronização das medidas” (A4, 2020, p. 112). Logo após o término do vídeo, houve uma discussão sobre o processo histórico das principais unidades de medidas padronizadas na época “no intuito de apreender novos significados para o entendimento de

medidas, bem como a necessidade de medir as coisas a partir de uma unidade padrão” (A4, 2020, p. 75). Esse foi o único momento em que foi abordado a história do conceito de grandezas e medidas em seu experimento didático formativo, não percorrendo, assim, através das atividades aplicadas no processo de ensino-aprendizagem.

A5 abordou, em sua pesquisa, o desenvolvimento do lógico-histórico da geometria plana, com o intuito de entender os motivos históricos que unem os nexos conceituais respaldados nas necessidades históricas, impulsionando, assim, a formação de sentidos e significação nos alunos surdos e objetivando compreender os elementos que motivam sua formação teórica no campo da geometria. Foram aplicadas situações desencadeadoras de aprendizagem a partir da história de situações do cotidiano e com diferentes técnicas de resoluções, ocasionando em uma análise de processos do desenvolvimento do pensamento teórico dos alunos.

O autor percorreu três momentos da aplicação das atividades desencadeadoras de ensino. Na primeira abordagem, o autor buscou desenvolver uma mediação com os alunos, buscando compreender o entendimento que os alunos possuem acerca do estudo de geometria resultando numa resposta negativa, ou seja, não tinham conhecimento sobre a geometria expressa pelo professor em língua portuguesa (A5, 2020)

Transmitiu videoaulas para desenvolver a história das medidas de comprimento “que demonstra esse movimento de desenvolvimento dos instrumentos de medida, destacando-se as necessidades humanas como desencadeador dessas transformações.” (A5, 2020, p. 92-93). Esse foi o único momento em que A5 abordou a história em suas atividades, pois nas situações desencadeadoras de aprendizagem 2 e 3, o autor não contextualizou historicamente as propriedades matemáticas aplicadas em sala de aula com possíveis instrumentos, situações e técnicas.

A14, investigou a apropriação dos nexos conceituais do sistema de numeração decimal com foco nos alunos do ensino fundamental. A autora decorreu sobre o lógico-histórico na formação dos conceitos matemáticos que envolviam o sistema de numeração decimal e buscou transcorrer a história da construção do conceito humano de algumas civilizações sobre o objeto matemático estudado.

A autora utilizou histórias virtuais, sendo que uma delas consistia em mostrar para os alunos como funcionava o processo de contagem e de registros de quantidades através de um universo paralelo e que também são empregados em nosso universo real. Assim sendo, a história abordada fez com que os alunos compreendessem as necessidades da humanidade em ter um meio de organizar a contagem e os registros de quantidade.

Deste modo, ao tomar-se a organização do ensino do SND com base no movimento lógico-histórico e nos nexos conceituais e simular as necessidades humanas de criação dos conceitos numa história virtual, estamos oportunizando aos alunos participantes do CluMat vivenciar problemas semelhantes aos reais vividos por nossos antepassados na ocasião da constituição de conceitos matemáticos basilares na elaboração do SND. Acredita-se que esta dinâmica permite aos estudantes conhecer os elementos essenciais do conceito em estudo e a sua gênese, a partir das necessidades humanas simuladas na história virtual. (A14, 2017, p. 185)

A partir da história virtual, a autora realizou desafios através de jogos, despertando nos alunos, ações de interação que envolvia situações vividas em outra época, objetivando “apresentar indícios de que a história virtual e o jogo podem mobilizar os alunos a desenvolverem as ações de estudo e possibilitar a criação de novos modos de ação diante de situações-problemas.” (A14, 2017, p. 196). Em todo o desenvolvimento dada sua proposta, A14 utilizou a história apenas no início, não desenvolvendo-a no decorrer do seu planejamento.

Com o intuito de analisar a formação do pensamento teórico em relação ao conceito de juros com os alunos do terceiro ano do ensino médio, A15 buscou examinar o pensamento produzido historicamente através de um experimento didático formativo e desenvolvendo as ações de ensino propostas por Davydov. Para a abordagem histórica no desenvolvimento do experimento com os alunos, foi aplicado um texto que abordava o processo histórico da construção do pensamento em relação aos juros e as diversidades produzidas pelos ser humano:

Na primeira operação foi realizada a leitura pelos estudantes do texto “Matemática financeira: alguns elementos históricos e contemporâneos” de Neiva Ignês Grando e Ido José Schneider. Esse texto nos ajuda a compreender o processo histórico da produção do conhecimento sobre juros, destacando-o como produto da atividade humana perante as necessidades enfrentadas historicamente pelos homens. (A15, 2017, p. 110)

Este é o único momento em que a autora abordou a história do conceito matemático, não aplicando a história nas demais atividades.

A17, realizou uma atividade orientadora de ensino com os alunos do 7º ano do ensino fundamental, visando seus indícios de aprendizagem através do lógico-histórico da álgebra, com foco na formação do conceito de equação de 1º grau. A autora não teve como foco o desenrolar da historicidade do objeto matemático aplicado. A forma em que a história foi abordada, ocorreu de forma indireta: foi solicitado em uma de suas atividades que os alunos realizassem a comparação de valores de alguns produtos de um supermercado, não podendo realizar esse processo de contagem com os números decimais. Dessa maneira, a autora constatou: “é possível perceber que, assim como aconteceu historicamente quando o registro retórico foi superado por modos mais rápidos e eficientes, os alunos foram buscando outras formas para os registros” (A17, 2017, p. 74)

A19, fez articulações dos números complexos com o uso do geogebra através do experimento didático formativo, aplicando o lógico-histórico no decorrer da organização do estudo com os alunos do 3º ano do ensino médio. O autor realizou 15 encontros ao todo, no qual a história foi inserida apenas na terceira aula que apresentou os conjuntos numéricos e a história da matemática, aplicando uma atividade no final da aula envolvendo de forma breve a importância das relações históricas para os números complexos.

A21, teve como objetivo analisar o lógico-histórico do conceito de função, esclarecendo o seu aspecto nuclear como base para a formação desse conceito. A autora buscou analisar suas contribuições para o processo de ensino-aprendizagem com os alunos do 1º ano do ensino médio, através de um experimento didático formativo e do ensino problémico. A autora almejava contribuir de forma efetiva para a fixação desse conceito, buscando a apreensão do ponto de vista didático, entretanto, ela não fez o uso do desenvolvimento histórico do conceito de função em sua proposta pedagógica.

A22, desenvolveu a história da geometria e da matemática através de um vídeo do youtube, entretanto ele não trabalhou a história dos conceitos a que propôs ensinar. Os dois momentos de inserção da história foi a aplicação de um vídeo com a duração de 27 minutos, que abordava a construção histórica da matemática e da geometria:

A opção por este filme está associada ao interesse de conduzir os estudantes a perceberem a relação entre a Matemática e o cotidiano, desmistificar a ideia de que a Matemática é tarefa somente para intelectuais e, portanto, dar primeiros passos na condução da descoberta da relação universal do objeto. (A22, 2015, p. 152)

O segundo momento foi na segunda aula, voltado mais para a aplicação da matemática no dia a dia do que da história em si.

A25 investigou a formação do conceito de função, considerando os nexos conceituais e abordando de forma sucinta o movimento lógico-histórico. Realizou-se o experimento didático formativo com os alunos do 9º ano do ensino fundamental, realizando contextualizações com a história e a sociedade.

Esse breve histórico do conceito de função, ligado ao próprio desenvolvimento da álgebra, permite perceber que, estando ele presente nas relações entre grandezas desde as civilizações mais antigas, foi se refinando. O conceito evolui à medida que o homem dele se apropria e o utiliza. Esse é o processo lógico-histórico de construção do conceito, que deve orientar a organização das atividades de ensino. (A25, 2015, p. 56).

Sendo assim, para a formação do conceito de funções, o autor abordou a variação quantitativa em questões do cotidiano, o campo de variação e a densidade dos conjuntos numéricos envolvidos. No percurso da primeira aula, o autor abordou a importância de obter

um conhecimento da história da matemática para o progresso da humanidade, o qual foi desenvolvido através da discussão de um texto.

A partir do texto procuramos explorar o conceito “cotidiano” que os alunos têm sobre relações; evidenciar a atitude intencional do ser humano na construção histórica da sociedade e destacar a importância do conhecimento na evolução da humanidade; motivar os alunos para a aprendizagem do conceito de função, objeto da nossa pesquisa [...] A nossa intenção era de que os alunos pudessem abstrair do texto alguns aspectos ligados à necessidade de se apropriar do conhecimento acumulado historicamente e a sua importância para a evolução da humanidade. Além disso, tentamos mostrar com o texto que as relações estão presentes no nosso dia a dia; há relações em tudo o que existe. (A25, 2015, p. 111)

Todavia, esse foi o único momento em que A25 inseriu o conteúdo histórico em suas atividades.

A26, trabalhou o sistema de numeração, baseando-se no lógico-histórico para os alunos do 2º ano do ensino fundamental, com foco em adição e subtração. No entanto, não utilizou o lógico-histórico para ensinar o conceito de numeração para alunos.

Conclui-se então, as obras que não expuseram em seu planejamento a utilização da história do objeto. É possível denominá-las como as teses e dissertações que não utilizaram a história em todo o percurso de seus trabalhos ou que aplicaram apenas de forma introdutória sem possuir um percentual significativo em suas propostas metodológicas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Quando esta pesquisa se iniciou, tivemos como intuito entender como é desenvolvido a história matemática tanto em pesquisas científicas quanto nas metodologias de ensino abordadas pelos pesquisadores em sala de aula. Dessa forma, buscamos responder o seguinte questionamento: Como tem sido abordado e utilizado o conceito de movimento lógico-histórico nas pesquisas em educação matemática? Logo, iniciou-se o levantamento de dados no Portal de Periódicos da Capes e no Catálogo de Teses e Dissertações da Capes, tendo como foco entender como é desenvolvido a história tanto em pesquisas científicas quanto nas metodologias de ensino.

Já nos primeiros refinamentos da pesquisa, percebemos que os artigos não nos ofereciam dados suficientes para esta análise e, ainda, eram todos recortes de teses ou dissertações que já haviam sido selecionadas para análise, por isso, optamos pela exclusão dos artigos de nosso catálogo de obras, permanecendo apenas com as teses e dissertações. Além disso, as obras finais, obtidas para análise, não correspondiam a todo o período inicial de busca, se encaixando no período compreendido de 2015 a 2020, o que gerou alteração no período temporal. Ao todo, somam-se 26 obras dentre teses e dissertações.

Essas pesquisas que foram objeto de estudo neste trabalho de conclusão de curso pontuam acerca do desenvolvimento lógico-histórico tanto em seus trabalhos científicos, quanto em seus experimentos didáticos formativos, sendo de forma breve e/ou focando apenas na matemática em si, ou se aprofundando em contextos que são relevantes para a construção de um pensamento teórico dos alunos e para a formação de conceitos de pesquisadores que tem como foco essa linha de estudo.

Ao observar como são desenvolvidos o movimento lógico-histórico nas teses e dissertações, buscamos compreender como foram desenvolvidos a unidade entre o lógico e o histórico, pois como explicado anteriormente, é necessário ter-se o lógico para que o pensamento desempenhe a reflexão dos dados históricos do objeto estudado, transformando-os em conteúdo do pensamento. Desta forma, o lógico busca os principais pontos da história para que o pensamento transforme esses pontos em seus instrumentos para gerar o próprio pensamento, instrumentos estes que servirão de base para que o indivíduo consiga fazer as suas conexões mentais através do desenvolvimento das suas funções psicológicas superiores, pois como Kopnin (1978, p. 186) afirma, “A unidade entre o lógico e o histórico é premissa metodológica indispensável na solução dos problemas da inter-relação do conhecimento e da estrutura do objeto e conhecimento da história e seu desenvolvimento.”

Ao realizar a análise das teses e dissertações, observando o uso do movimento lógico-histórico, tivemos ao todo 15 obras que apresentaram o desenvolvimento histórico do objeto no método de pesquisa e 18 obras que utilizaram a história matemática em sua proposta metodológica.

Quanto à escrita da história do objeto, a maior parte dos trabalhos a desenvolveu, realizando contextualizações importantes para o entendimento do surgimento e desenvolvimento do conceito, não se prendendo apenas numa narrativa dos fatos matemáticos. Buscaram percorrer em seus trabalhos o movimento histórico do conceito matemático, entendendo a importância de passar pela forma em que foi criada, pelos processos em que estavam inseridos e que culminaram no aprimoramento desse objeto. Alguns autores buscaram explorar mais os aspectos sociais que influenciaram o desenvolvimento do conceito, outros se detiveram nos aspectos culturais, outros nos políticos e muitos deles mesclavam os aspectos contextuais, de acordo com o surgimento dos fatos, no qual, esses contextos contribuem para o entendimento do conceito e da descoberta da sua essência.

Da mesma forma, com a abordagem histórica no processo de ensino aprendizagem dos alunos, no qual a maior parte das obras consideraram a importância para a apreensão do conceito do objeto matemático aplicado em sala de aula, possibilitando ao aluno compreender a origem desse objeto matemático, como esse objeto influenciou na vida social de diferentes povos e em diferentes períodos, como foi se evoluindo até a chegada da utilização dos dias atuais e entre outros aspectos, contribuindo de forma significativa no processo de ensino aprendizagem desse aluno. Usaram a história em boa parte do desenvolvimento de suas aulas e das atividades aplicadas, buscando desenvolver nos alunos a formação de conceitos sobre o objeto matemático abordado com o auxílio da história do conceito. Eles trouxeram para suas aulas momentos históricos imersos nas suas atividades, trabalhando-a em todo, ou quase todo, o seu processo de ensino-aprendizagem. Isso intensifica a possibilidade de que a história do conceito tenha sido aprendida e através do desenvolvimento do pensamento, tenha se tornado instrumento do pensamento dos alunos.

É certo que para o professor em meio às muitas aulas que ele tem que ministrar, não será possível realizar um levantamento histórico de todos os conceitos de forma semelhante ao apresentado no Capítulo 4, entretanto, ele tem outras possibilidades para ter acesso a essa história, seja por meio dos próprios livros didáticos, incrementando com informações que necessite, por meio de histórias virtuais, vídeos ou através de pesquisas em teses e dissertações,

nas quais há uma vasta pesquisa histórica sobre a origem e desenvolvimento dos conceitos, como a maioria das obras apresentadas aqui.

Compreendendo então, todo o processo de desenvolvimento deste trabalho até aqui, cabe a nós as seguintes indagações: Esses métodos históricos abordados em sala de aula, são casos isolados apenas para a realização de um trabalho científico? A abordagem histórica de objetos matemáticos cresce a cada dia ou estão sendo “esquecidos” pela área da educação? Quais atitudes devemos tomar para incentivar os futuros docentes a realizarem essas pesquisas históricas tanto em trabalhos científicos, quanto em sala de aula? Entretanto, são perguntas em aberto, que não eram foco de respostas neste trabalho, mas que servem como subsídio para futuras pesquisas.

REFERÊNCIAS

- AMARAL. C. C. F. **A significação do conceito matemático diária expresso por estudantes provenientes de uma da atividade orientadora de ensino**. 2018. 190 p. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Bauru, 2018.
- ASSIS. A. M. M. **Percurso histórico das pesquisas sobre o processo do ensino-aprendizagem de álgebra linear: Foco na metodologia de ensino**. LIBÂNEO. J. C.; ECHALAR. A. D. L. F.; SUANNO. M. V. R.; ROSA. S. V. L. A Didática frente aos dilemas da educação: Compromissos políticos e pedagógicos. Anápolis, GO: UEG, 2021. Cap. 28, p. 468 – 488. E-book 1996 p. Disponível em: <https://ueg.br/editora/referencia/11967>. Acesso em 14 de nov. de 2022.
- ASSIS. A. M. M. **Atividade de estudo do conceito de transformação linear na perspectiva da teoria do ensino desenvolvimental de V. V. Davydov**. 2018. 235 p. Tese (Doutorado) - Pontifícia Universidade Católica de Goiás, Goiânia, 2018.
- AZEVÊDO. D. P. **Ensino desenvolvimental: Um experimento didático formativo para o estudo dos números complexos**. 2016. 198 p. Dissertação (Mestrado) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás – Campus Jataí, Jataí, 2016.
- BARROS. K. M. **Formação de conceitos matemáticos: Um estudo baseado na teoria do ensino desenvolvimental**. 2015. 170 p. Dissertação (Mestrado) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, Jataí, 2015.
- BESSA. M. L. **Aprendizagem de geometria no curso de pedagogia: Um experimento de ensino sobre a formação dos conceitos de perímetro área baseada na teoria de V. V. Davydov**. 2015. 261 p. Tese (Doutorado) - Pontifícia Universidade Católica de Goiás, Goiânia, 2020.
- BEZERRA. A. V. R. C. **A atividade orientadora de ensino (AOE) como proposta de apropriação de conceitos trigonométricos no ensino médio**. 2019. 82 p. Dissertação (Mestrado em Matemática do Ensino Básico) - Universidade Estadual do Piauí, Teresina, 2019.
- BRITO. L. S. S. **Contribuições da teoria do ensino desenvolvimental para a formação do conceito de cálculo de área no 5º ano do ensino fundamental**. 2020. 139 p. Dissertação (Mestrado) - Pontifícia Universidade Católica de Goiás, Escola de formação de Professores e Humanidades, Goiânia, 2020.
- CARVALHO. R. J. S. **Investigando a apropriação dos nexos conceituais do sistema de numeração decimal no clube de matemática**. 2017. 267 p. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Goiás, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Goiânia, 2017.

KOPNIN, P. V. **A dialética como lógica e teoria do conhecimento**. Tradução Paulo Bezerra. Coleção Perspectivas do Homem, Volume 123. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1978.

LIMA, W. F. R. **Uma sequência didática para o ensino de poliedros explorando o movimento lógico-histórico do conceito**. 2017. 96 p. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2017.

MARCONI, M. A.; LAKATOS, E. M. **Fundamentos de Metodologia Científica**. 5. ed. São Paulo. Atlas S.A., 2003. p. 84 – 183.

MELO, T. F. O. **O software GeoGebra como elemento mediador na formação do conceito de polígonos semelhantes: Um estudo na perspectiva do ensino desenvolvimental**. 2014. 158p. Dissertação (Mestrado) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, Jataí, 2014.

MERIB, R. G. S. **Formação do conceito de juros: Uma proposta fundamental na teoria do ensino desenvolvimental**. 2017. 196 p. Dissertação (Mestrado) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologias de Goiás, Jataí, 2017.

MIGUEL, A; MIORIM, M. A. **História na Educação Matemática: propostas e desafios**. 2. ed. Belo Horizonte: autêntica editora, 2011. 208 p.

MORAIS, E. A. **Interface entre história e ensino de matemática: Um movimento lógico-histórico da medição do tempo e a atividade orientadora de ensino**. 2018. 137 p. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Bauru, 2018.

NEVES, J. D. **O ensino e a aprendizagem de álgebra nos anos finais do ensino fundamental: A formação do conceito de função**. 2015. 234 p. Dissertação (Mestrado) - Universidade de Uberaba (UNIUBE), Uberaba, 2015.

PEREIRA, D. G. **A organização do ensino-aprendizagem dos logaritmos na perspectiva de Leonid V. Zankov**. 2020. 303 p. Tese (Doutorado) - Universidade de Uberaba, Programa de Pós-Graduação em Educação, Uberaba, 2020.

PEREIRA, N. C. S. **Formação do conceito de volume no 5º ano do ensino fundamental: Um experimento didático formativo baseado na perspectiva da teoria do ensino desenvolvimental**. 2016. 202 p. Dissertação (Mestrado) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás – Campus Jataí, Jataí, 2016.

PERES, T. F. C. **Ensino desenvolvimental e aprendizagem da matemática: A formação do conceito de raiz quadrada no ensino fundamental**. 2020. 244 p. Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Goiás, Faculdade de Educação, Goiânia, 2020.

PIMENTA, G. V. **O Desenvolvimento do campo conceitual da trigonometria em situações desencadeadoras de aprendizagem mediadas por tecnologias digitais.** 2019. 93 p. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2019.

REZENDE. S. R. A. **Ensino desenvolvimental e investigação matemática como o GeoGebra: Uma intervenção pedagógica sobre o teorema de Tales.** 2016. 187 p. Dissertação (Mestrado) - Pontifícia Universidade Católica de Goiás, Goiânia, 2016.

SANSÃO. W. V. S. **O ensino de geometria plana: Uma análise do desenvolvimento do pensamento teórico de surdos em situações desencadeadoras de aprendizagem.** 2020. 133 p. Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2020.

SARMENTO. A. K. C. **O desenvolvimento lógico-histórico do conceito de medida e o processo de significação na atividade pedagógica.** 2019. 301 p. Tese (Doutorado – Programa de Pós-Graduação Educação científica, Matemática e Tecnológica) - Universidade de São Paulo (USP), Faculdade de Educação (FEUSP). São Paulo, 2019.

SERCONEK, G. C. **Teoria do ensino desenvolvimental e aprendizagem: um experimento com conceitos de área e de perímetro.** 2018. 193 p. Tese (Doutorado) - Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2018.

SILVA. M. G. **Potencialidades da atividade de estudo no desenvolvimento do pensamento e da linguagem algébrica dos alunos dos anos finais do ensino fundamental.** 2015. 285 p. Dissertação (Mestrado) - Universidade de Uberaba, Uberaba, 2015.

SILVEIRA. G. M. **Unidade entre lógico e histórico no movimento conceitual do sistema de numeração proposta por Davydov e colaboradores para o ensino das operações da adição e subtração.** 2015. 186 p. Dissertação (Mestrado) - Universidade do Sul de Santa Catarina, Tubarão, 2015.

SOUSA. E. F. **As contribuições do ensino desenvolvimental Davydov para o ensino de geometria euclidiana no curso de Licenciatura em Matemática.** 2017. 124p. Dissertação (Mestrado) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologias de Goiás, Jataí, 2017.

SOUZA, E. M. L. **Ensino de estatística: Análise de uma proposta fundamentada na perspectiva da teoria do ensino desenvolvimental.** 2020. 137 p. Dissertação (Mestrado) - Pontifícia Universidade Católica de Goiás, Goiânia, 2020.

SOUZA. S. A. **Ensino do conceito de função por meio de problemas: Contribuições de Davydov e de Majmutov.** 2015. 171 p. Tese (Doutorado) - Pontifícia Universidade Católica de Goiás, Goiânia, 2015.

TRINDADE. C. R. **O movimento de ensinar e aprender álgebra no ensino fundamental.** 2017. 103 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Federal de Santa Maria, Centro de Ciências Naturais e Exatas, Santa Maria, 2017.