

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE GOIÁS

CAMPUS GOIÂNIA

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

BLENDSON MATHEUS MONTALVÃO VIANA

UMA PROPOSTA METODOLÓGICA PARA O ENSINO DE SISTEMAS LINEARES  
VIA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA COM APORTE DO SOFTWARE  
GEOGEBRA.

Goiânia

2022

## TERMO DE AUTORIZAÇÃO

INSTITUTO FEDERAL  
Goiás

SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA  
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
SISTEMA INTEGRADO DE BIBLIOTECAS

### TERMO DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAÇÃO NO REPOSITÓRIO DIGITAL DO IFG - ReDi IFG

Com base no disposto na Lei Federal nº 9.610/98, AUTORIZO o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, a disponibilizar gratuitamente o documento no Repositório Digital (ReDi IFG), sem ressarcimento de direitos autorais, conforme permissão assinada abaixo, em formato digital para fins de leitura, download e impressão, a título de divulgação da produção técnico-científica no IFG.

#### Identificação da Produção Técnico-Científica

- |                                                                      |                                                         |
|----------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> Tese                                        | <input type="checkbox"/> Artigo Científico              |
| <input type="checkbox"/> Dissertação                                 | <input type="checkbox"/> Capítulo de Livro              |
| <input type="checkbox"/> Monografia - Especialização                 | <input type="checkbox"/> Livro                          |
| <input checked="" type="checkbox"/> TCC - Graduação                  | <input type="checkbox"/> Trabalho Apresentado em Evento |
| <input type="checkbox"/> Produto Técnico e Educacional - Tipo: _____ |                                                         |

Nome Completo do Autor: Blendson Matheus Montalvão Viana

Matrícula: 20161010940151

Título do Trabalho: Uma proposta metodológica para o ensino de sistema lineares via aprendizagem significativa com aporte do software Geogebra

#### Autorização - Marque uma das opções

- ☒ Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso aberto);
- ☐ Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG somente após a data \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_ (Embargo);
- ☐ Não autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso restrito).

Ao indicar a opção 2 ou 3, marque a justificativa:

- ☐ O documento está sujeito a registro de patente.  
☐ O documento pode vir a ser publicado como livro, capítulo de livro ou artigo.  
☐ Outra justificativa: \_\_\_\_\_

#### DECLARAÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO NÃO-EXCLUSIVA

O/A referido/a autor/a declara que:

- o documento é seu trabalho original, detém os direitos autorais da produção técnico-científica e não infringe os direitos de qualquer outra pessoa ou entidade;
- obteve autorização de quaisquer materiais incluídos no documento do qual não detém os direitos de autor/a, para conceder ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás os direitos requeridos e que este material cujos direitos autorais são de terceiros, estão claramente identificados e reconhecidos no texto ou conteúdo do documento entregue;
- cumpriu quaisquer obrigações exigidas por contrato ou acordo, caso o documento entregue seja baseado em trabalho financiado ou apoiado por outra instituição que não o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás.

Goiânia, \_\_\_\_ de \_\_\_\_ de 2022  
Local Data

Blendson Matheus Montalvão Viana

Assinatura do Autor e/ou Detentor dos Direitos Autorais

BLENDSON MATHEUS MONTALVÃO VIANA

UMA PROPOSTA METODOLÓGICA PARA O ENSINO DE SISTEMAS LINEARES  
VIA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA COM APORTE DO SOFTWARE  
GEOGEBRA.

Trabalho de Conclusão de Curso  
apresentado ao curso de licenciatura em  
matemática, do Instituto Federal de  
Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás  
- Campus Goiânia, como requisito parcial à  
obtenção do título de Licenciado em  
Matemática.

Orientador(a): Prof. Ms. Manoel Bernardes  
de Jesus

Goiânia

2022

## FICHA CATALOGRÁFICA

V654p Viana, Blendson Matheus Montalvão.

Uma proposta metodológica para o ensino de sistemas lineares via aprendizagem significativa com aporte do software Geogebra / Blendson Matheus Montalvão Viana. – Goiânia: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, Câmpus Goiânia, 2022.  
42 f.: il.

Orientador: Prof. Me. Manoel Bernardes de Jesus.

TCC (Trabalho de Conclusão de Curso) – Curso de Licenciatura em Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, Câmpus Goiânia.

1. Álgebra linear. 2. Geogebra. 3. Aprendizagem significativa. I. Jesus, Manoel Bernardes de (orientador). II. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, Câmpus Goiânia. III. Título.

CDD 512.5

Ficha catalográfica elaborada pela Bibliotecária Karol Almeida da Silva CRB1/2.740  
Biblioteca Professor Jorge Félix de Souza,  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, Câmpus Goiânia.

# TERMO DE APROVAÇÃO



**INSTITUTO FEDERAL**  
Goiás

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA  
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE GOIÁS  
CÂMPUS GOIÂNIA

UMA PROPOSTA METODOLÓGICA PARA O ENSINO DE SISTEMAS LINEARES VIA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA COM APORTE DO SOFTWARE GEOGEBRA

por

**BLENDSON MATHEUS MONTALVÃO VIANA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Colegiado do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás – Câmpus Goiânia, como requisito parcial para a obtenção do Diploma de Licenciado em Matemática.

Área de concentração: Matemática

Orientador: Me. Manoel Bernardes de Jesus

Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado, em 27 de outubro de 2022, pela banca examinadora constituída pelos seguintes membros:

*(assinado eletronicamente)*

Prof. Me. Manoel Bernardes de Jesus (Presidente da Banca/IFG/Câmpus Goiânia)

*(assinado eletronicamente)*

Prof. Ma. Sílvia Cristina Dorneles de Moraes (IFG/Câmpus Inhumas)

*(assinado eletronicamente)*

Prof. Dr. José Eder de Salvador de Vasconcelos (IFG/Câmpus Goiânia)

Documento assinado eletronicamente por:

- Sílvia Cristina Dorneles de Moraes, PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLÓGICO, em 28/10/2022 09:46:07.
- Jose Eder Salvador de Vasconcelos, PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLÓGICO, em 27/10/2022 17:02:46.
- Manoel Bernardes de Jesus, PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLÓGICO, em 27/10/2022 17:02:14.

Este documento foi emitido pelo SUAP em 10/10/2022. Para comprovar sua autenticidade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse <https://suap.ifg.edu.br/autenticar-documento/> e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 333095

Código de Autenticação: 63b714f914



Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás  
Rua 75, nº 46, Centro, GOIÂNIA / GO, CEP 74055-110  
(62) 3227-2805 (ramal: 2805)

## **DEDICATÓRIA**

Dedico este trabalho aos meus colegas e amigos de curso, que assim como eu encerram essa etapa em suas vidas acadêmicas.

## **AGRADECIMENTOS**

A todos os professores do curso de Licenciatura em Matemática que me forneceram todas as possibilidades de adquirir os conhecimentos e todas as minhas bases necessárias para a realização deste trabalho, é com grande admiração que agradeço aos profissionais dessa área.

## EPÍGRAFE

*Ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção.*

Paulo Freire

## RESUMO

É comum o professor de matemática receber o seguinte questionamento dos alunos: “para que aprender esse conteúdo, sendo que nunca irei utilizá-lo na vida?”. Além disso, o mediador se depara com as inúmeras dificuldades apresentadas pelos estudantes, bem como a falta de interesse, visto que a matemática é uma das disciplinas que os alunos mais reprovam. A álgebra linear é uma das áreas mais importantes da matemática, por estar presente em diversas profissões e no cotidiano. O ensino e aprendizagem da álgebra linear nos cursos das ciências exatas, tem sido bastante desafiador, devido toda a abstração necessária para a compreensão dos conceitos. Dessa forma, o profissional da educação tem que pensar em estratégias para inovar a sua didática, para assim, promover uma aprendizagem significativa e dinâmica. A aprendizagem significativa é definida quando um novo conhecimento é incorporado ao aluno, a partir de um conhecimento já existente na sua estrutura cognitiva, ou seja, com o passar dos anos o aluno vai construindo cada vez mais conhecimento. Ao contrário, ela se torna a aprendizagem definida como mecânica. Assim, este trabalho propõe utilizar o software geogebra, que reúne diversos conhecimentos da matemática, como a geometria, álgebra, planilha de cálculos, gráficos, probabilidade, estatística e cálculos numéricos, como estratégia para promover uma didática dinâmica, e assim, gerar uma aprendizagem significativa. Logo, favorece a didática do professor e enriquece a aprendizagem do aluno.

**Palavras-chave:** Aprendizagem significativa. Álgebra Linear. Geogebra.

## **ABSTRACT**

It is common for mathematics teachers to receive the following question from students: “why learn this content, when I will never use it in my life?”. In addition, the mediator is faced with the numerous difficulties presented by the students, as well as the lack of interest, since mathematics is one of the subjects that students most often fail. Linear algebra is one of the most important areas of mathematics, as it is present in many professions and in everyday life. The teaching and learning of linear algebra in exact science courses has been quite challenging, due to all the abstraction necessary for understanding the concepts. In this way, the education professional has to think of strategies to innovate their didactics, in order to promote a meaningful and dynamic learning. Meaningful learning is defined when new knowledge is incorporated into the student, based on knowledge that already exists in their cognitive structure, that is, over the years the student builds more and more knowledge. Rather, it becomes learning defined as mechanical. Thus, this work proposes to use the geogebra software, which brings together different knowledge of mathematics, such as geometry, algebra, spreadsheets, graphs, probability, statistics and numerical calculations, as a strategy to promote dynamic didactics, and thus generate learning. significant. Therefore, it favors the teacher's didactics and enriches the student's learning.

**Keywords:** Meaningful learning. Linear algebra. Geogebra.

## LISTA DE FIGURAS

|                                                                                       |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 1 - Acesso à internet nas escolas.....                                         | 18 |
| Figura 2 - Equipamentos mais utilizados pelos estudantes para acessar a internet..... | 19 |
| Figura 3 - Software GeoGebra.....                                                     | 32 |
| Figura 4 - Janela CAS do Geogebra.....                                                | 33 |
| Figura 5 - Resolução do sistema do Exemplo 1.....                                     | 35 |
| Figura 6 - Resolução do sistema do Exemplo 2.....                                     | 37 |
| Figura 7 - Resolução do sistema do Exemplo 3.....                                     | 38 |

## LISTA DE QUADROS

|                                                                    |    |
|--------------------------------------------------------------------|----|
| Quadro 1 - Situação-problema na matemática no ensino superior..... | 27 |
| Quadro 2 - Situação-problema na matemática no ensino superior..... | 28 |

## LISTA DE EQUAÇÕES

|           |                                                |
|-----------|------------------------------------------------|
| Equação 1 | Equação linear de um sistema bidimensional     |
| Equação 2 | Equação linear de um sistema tridimensional    |
| Equação 3 | Equação linear de um sistema com $n$ variáveis |
| Equação 4 | Regra de cramer                                |
| Equação 5 | Método da substituição                         |

## LISTA DE SIGLAS

|      |                                                |
|------|------------------------------------------------|
| CAS  | <i>Computer Algebra System</i>                 |
| TDIC | Tecnologia digital de informação e comunicação |
| TIC  | Tecnologia de informação e comunicação         |

## SUMÁRIO

|                                                                                                  |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>1 INTRODUÇÃO</b>                                                                              | 16 |
| 1.1 Problemática                                                                                 | 20 |
| 1.2 Hipótese                                                                                     | 20 |
| 1.3 Justificativa                                                                                | 21 |
| 1.4 Objetivos                                                                                    | 22 |
| 1.4.1 Objetivo Geral                                                                             | 22 |
| 1.4.2 Objetivos Específicos                                                                      | 22 |
| <b>2 REFERENCIAL TEÓRICO</b>                                                                     | 22 |
| 2.1 Uso das Tecnologias Digitais de Informação no Ambiente Escolar                               | 22 |
| 2.2 Aprendizagem móvel e onipresente em ambientes do Ensino Médio                                | 24 |
| 2.3 Aprendizagem Significativa                                                                   | 25 |
| 2.4 Introdução à Álgebra Linear                                                                  | 29 |
| 2.4.1 Sistema de Equações Lineares                                                               | 29 |
| 2.4.2 Método da Substituição e Regra de Cramer                                                   | 30 |
| <b>3 METODOLOGIA</b>                                                                             | 31 |
| <b>4 O PROCESSO DE APRENDIZAGEM DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES USANDO O SOFTWARE GEOGEBRA</b> | 32 |
| <b>5 CONCLUSÃO</b>                                                                               | 39 |
| <b>REFERÊNCIAS</b>                                                                               | 41 |

## 1 INTRODUÇÃO

É muito comum o professor de matemática se encontrar na situação no qual a turma não demonstra interesse no assunto, apresenta dificuldade e não está disposta a seguir as orientações recebidas. Portanto, o professor tem que pensar em estratégias para aprimorar e inovar a sua metodologia de ensino, promovendo uma aula mais dinâmica e prazerosa.

Todos reconhecem o papel das instituições de ensino no desenvolvimento intelectual, social e afetivo do cidadão. Assim, na contemporaneidade do século XXI, há mudanças contínuas, com avanços nas Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC), que provocam mudanças no processo de ensino-aprendizagem, para que se atinja o crescimento, a maturidade e o desenvolvimento como pessoas num mundo atualmente globalizado. Nesse processo, o professor assume um grande papel de formador da aprendizagem, utilizando de ferramentas pedagógicas que venham contribuir com a construção de conhecimento do aluno.

É notório que o computador é uma ferramenta valiosa que é capaz de enriquecer, significativamente, a aprendizagem do estudante. Entretanto, a instituição de ensino deve utilizá-lo de maneira coerente com uma proposta pedagógica atual e consistente.

Em relação ao ensino da matemática, existem diversos recursos que podem auxiliar a fixação do conteúdo, como os recursos disponíveis na *internet*, *softwares*, jogos educativos, entre outros. Dessa forma, ao levar em consideração que grande maioria dos alunos do Ensino Médio possuem dificuldade em matemática, segundo a mestranda do Programa de Pós-graduação em Gestão e Avaliação da Educação pública, Tatiane Gonçalves Moraes. A autora faz a seguinte afirmação “Os alunos estão saindo do Ensino Médio com o mesmo conhecimento matemático dos estudantes do Ensino Fundamental” (MORAES; FERREIRA, 2017).

Assim, objetivo de todos os professores é promover o ensino de qualidade para os alunos, através de uma boa didática e prática pedagógica, conquistando o interesse e atenção dos estudantes. Para isso, é necessário que o discente inove suas estratégias pedagógicas para promover uma aprendizagem mais prazerosa e eficaz.

Segundo a teoria de Ausubel, a aprendizagem é muito mais significativa à medida que um novo conhecimento é incorporado ao aluno, a partir de um

conhecimento já existente na sua estrutura cognitiva (PELIZZARI et al., 2002), ou seja, com o passar dos anos o aluno vai construindo cada vez mais conhecimento. Ao contrário, ela se torna a aprendizagem definida como mecânica (também conhecida como “decoreba”). Esse tipo de aprendizagem é dito como repetitiva e tradicional, no qual a memorização é considerada a única forma de aprender. Dessa forma, metodologias assim não funcionam como construção de conhecimento e fazem com que os alunos percam o interesse pelo conteúdo a ser ensinado.

Aplicar as teorias da aprendizagem significativa no cotidiano da prática docente gera mais facilidade e qualidade no processo educativo, metodologia e na análise de resultados. Essa teoria foi criada pelo pesquisador David Ausubel, em 1963. O processo de ensino-aprendizagem ganhou uma nova perspectiva com o estudo dessa teoria. A aprendizagem significativa é definida quando um indivíduo relaciona uma nova informação de forma não arbitrária, com conhecimentos já existentes na sua estrutura cognitiva. Esse conhecimento pré-existentes são denominados “subsunçores” ou ideias âncoras, que ao interagirem com o novo conhecimento, dão significado para ele (LEMOS, 2011).

Nessa conjuntura, Lemos (2011) ainda afirma que “quanto mais organizada e estável for a estrutura cognitiva do indivíduo, maior sua possibilidade de receber novas informações e realizar novas aprendizagens”.

Para que o professor alcance a aprendizagem significativa é necessário inovar no processo de ensino-aprendizagem, ou seja, gerar interesse nos alunos através de aprendizagens ativas e inovadoras. Uma estratégia bastante utilizada é o uso das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDICs).

Um dado estatístico bastante relevante para este estudo é sobre o uso da *internet* no Brasil, que chegou a 152 milhões de pessoas, representando 81% da população do país, entre os anos de 2020 e 2021. O crescimento no acesso entre pessoas das classes sociais D e E subiu de 57% para 67%.

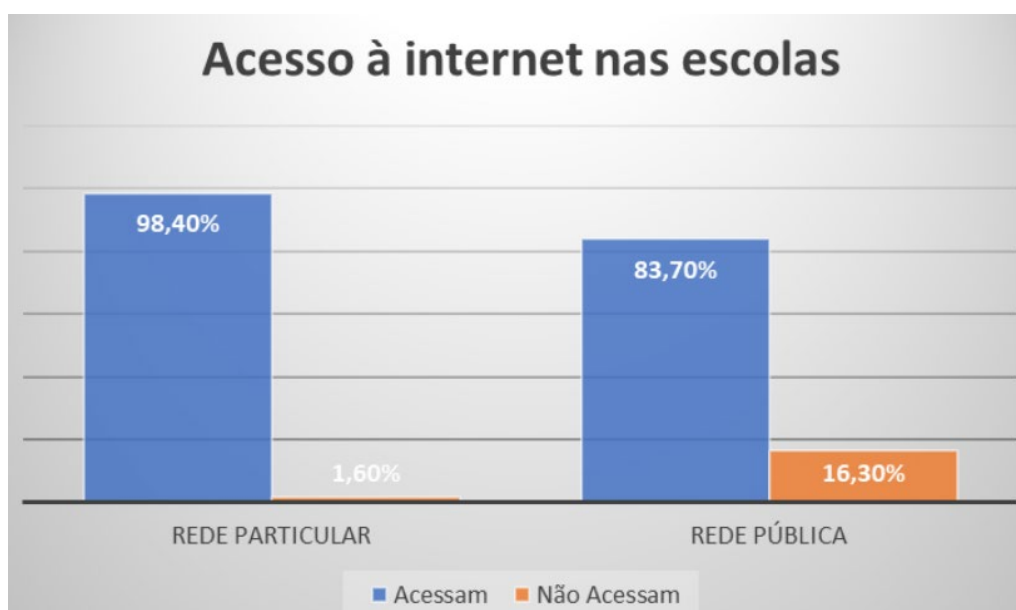
Pelos estudantes, o acesso à internet está crescendo mais a cada dia. Como pode-se perceber através da Figura 1, no ano de 2021 a rede pública de ensino contou com mais de 80% dos alunos com acesso à internet, já na rede particular esse número subiu para mais de 95%.

O novo coronavírus, do inglês *Severe Acute Respiratory Syndrome Coronavirus 2* (SARS – CoV – 2), causador da doença de fácil transmissão, a COVID-19, que se propagou de maneira mundial e exponencial no ano de 2020, repercutiu em uma série

de impactos, dentre eles o fechamento do comércio e de instituições de ensino (creches, escolas, colégios, faculdades e universidades) em todo o mundo, para evitar ainda mais propagação. De acordo com o Ministério da Educação (2020), o isolamento social é definido como uma ação que tem como objetivo a separação de pessoas sintomáticas ou assintomáticas, de maneira a conter a disseminação viral e transmissão local. Dessa forma, surgiu uma nova alternativa para não trazer tantos prejuízos aos estudantes e dar continuidade ao processo de ensino-aprendizagem, que foi o uso remoto das TDICs como forma de alavancar o contexto emergencial de estratégias de Ensino a Distância (EAD), quando possível.

Durante essa crise, uso das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) possibilitou o ensino remoto, que visou minimizar os impactos imediatos com o fechamento das escolas. Com isso, a escola tem sido um nicho especial, quando se trata da inclusão de tecnologias digitais, principalmente, na inserção de *softwares* incorporados ao processo de ensinar. Nesse âmbito, e com o avanço da internet e das tecnologias digitais, estabeleceram-se formas de aprendizagem, possibilitando relações com o saber, favorecendo a comunicação e interação dos tutores com os alunos.

Figura 1 - Acesso à internet nas escolas.

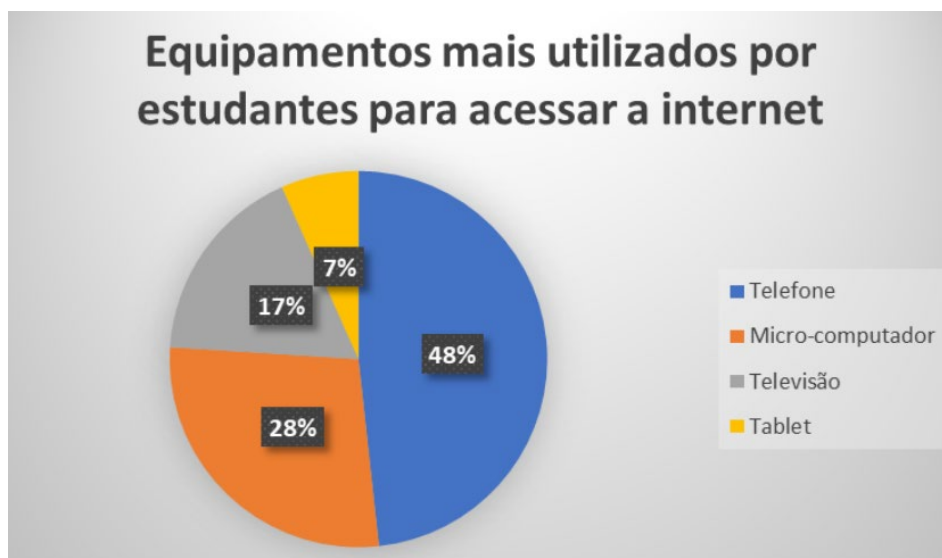


**Fonte:** O autor, baseado nos dados de Brasil País Digital, 2021.

O estudo também revelou que a grande maioria dos acessos são pelo *smartphone*, mas o computador ainda é bastante utilizado nas residências (UOL,

2021). A Figura 2 ilustra os equipamentos mais utilizados pelos estudantes para acessar a internet, com o aparelho telefônico ocupando o topo, seguindo pelo microcomputador, televisão e *tablet*.

Figura 2 - Equipamentos mais utilizados pelos estudantes para acessar a internet.



**Fonte:** O autor, baseado nos dados de Brasil País Digital, 2021.

As ferramentas digitais, os *softwares* e os recursos que a informática proporciona são meios disponibilizados para uma nova forma de aprender (RAFAEL, 2018). Sendo capaz de tornar a aula inovadora, criativa e vantajosa. Dessa forma, o aprimoramento da metodologia de ensino é essencial, principalmente no ensino da matemática que é uma das disciplinas que os alunos apresentam mais dificuldade.

A Álgebra Linear é a área da matemática escolhida para aplicação deste trabalho, pois está presente em inúmeras áreas da ciência e engenharia. É comum que essa área da matemática possua grande abstração nas resoluções.

Este trabalho está dividido em 5 seções, no qual a primeira refere-se à introdução da pesquisa, englobando alguns estudos das aplicações das tecnologias no ensino e a teoria da aprendizagem significativa, juntamente com a problemática, hipótese, justificativa e objetivos da pesquisa.

A Seção II é o referencial teórico, que possui os principais tópicos com a revisão de literatura mais relevante sobre o tema, tais como: O uso das Tecnologias Digitais de Informação do ambiente escolar, a aprendizagem móvel e onipresente em ambientes do ensino médio, a aprendizagem significativa e as teorias da álgebra linear.

A Seção III apresenta a metodologia adotada para a elaboração do trabalho.

A Seção IV apresenta algumas resoluções de problemas da álgebra linear, tanto demonstrado o passo a passo de como resolvê-las manualmente, quanto no Geogebra, também apresentando uma introdução de como manusear o *software*.

Por fim, a Seção V que é dedicada aos resultados da pesquisa.

Este trabalho propõe uma estratégia pedagógica com o objetivo de contribuir e tornar a aprendizagem matemática mais inovadora, por meio da Teoria da Aprendizagem Significativa. Para isso, será abordado o conteúdo sistema de equações lineares, juntamente com o *software* GeoGebra, promovendo uma aprendizagem mais interativa, inovadora e significativa.

### 1.1 Problemática

Este trabalho abordará a importância do professor em inovar na sua didática, utilizando as TDICs para promover uma aprendizagem significativa, mais especificamente, na álgebra linear, visto que é uma área da matemática que está presente em inúmeras profissões, como: Licenciatura em matemática, ciência da computação e engenharias no geral e tem muitos estudantes que possuem dificuldades de entendimento, por conter teorias que envolvam muitos conceitos e cálculos. Além do mais, a álgebra linear também introduz uma linguagem e um raciocínio mais complexo, no qual o aluno que a estuda pela primeira vez, pode apresentar bastante dificuldade.

Dessa forma, essas dificuldades contribuem diretamente para a problemática desta pesquisa, juntamente com o distanciamento e a abordagem formal e algébrica adotada pelos professores, gerando um sentimento de solidão nos alunos, causado pela pouca interação com os professores. Assim, surge a seguinte problemática: Como explorar as potencialidades das tecnologias no ensino da matemática, para promover uma aprendizagem mais dinâmica e significativa no processo de ensino e aprendizagem da álgebra linear?

### 1.2 Hipótese

Apesar das dificuldades de aprendizagem da álgebra linear, tanto no ensino médio, quanto no superior, percebe-se que há um número reduzido de pesquisas em educação matemática que explique a principal causa dessas dificuldades e que

apresentem alternativas para o ensino dessa disciplina, visando amenizar tais problemas (KRIPKA *et al.*, 2018).

Um fato que deve ser levado em consideração é o crescimento exponencial da tecnologia e o seu uso nas salas de aula, os quais tem influenciado os estudantes nas formas de agir, pensar e conviver, facilitando a mediação do professor na construção de conhecimento. Assim, a hipótese norteadora da presente pesquisa dar-se-á por meio das TDICs serem uma boa alternativa que enriqueça o conhecimento dos alunos e gere uma maior interação entre o professor e aluno, para assim, promover uma maior proximidade e, conseqüentemente, facilitar o processo de ensino e aprendizagem, promovendo uma aprendizagem mais dinâmica e significativa.

### 1.3 Justificativa

Na grande maioria das escolas, o processo de ensino e aprendizagem ainda ocorre de modo fragmentado, desenvolvido através de disciplinas. Geralmente, é adotado o tipo de aula expositiva, no qual o professor passa todo o conhecimento e o aluno recebe o conteúdo. Dessa forma, existe pouco espaço para a discussão de ideias e para a interação entre o aluno e o professor, não possibilitando que o estudante perceba relações entre os conhecimentos adquiridos de outras áreas ou aplicações em situações reais (KRIPKA *et al.*, 2018).

Para Kripka *et al.* (2018), esse tipo de ensino resume-se em transmissão de conteúdo e ao estudo de teorias isoladas, desvinculadas da realidade e sem significados, contribuindo com o desinteresse em sala de aula e baixos índices de aprendizagem.

Nesse viés, a relevância desta pesquisa dar-se-á por meio de propor um ensino mais dinâmico e interativo da matemática, mais especificadamente, da álgebra linear, por meio das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDICs), isto é, promover uma aprendizagem significativa, utilizando o *software* geogebra que auxilia o estudante nas mais diversas áreas da matemática e pode ser um excelente aliado durante o processo de ensino e aprendizagem da álgebra linear. Assim, irá gerar mais interesse do aluno, pelo fato dele se sentir mais estimulado e curioso em aprender, além de poder vincular seus conhecimentos da álgebra linear, com situações do cotidiano.

## 1.4 Objetivos

### 1.4.1 Objetivo Geral

Este trabalho tem como objetivo, de realizar uma metodologia no processo de ensino-aprendizagem de sistemas de equações, através do *software* Geogebra, promovendo uma aprendizagem significativa.

### 1.4.2 Objetivos Específicos

- Explorar o software Geogebra para a aprendizagem de sistemas de equações;
- Abordar conceitos da Álgebra linear;
- Ensinar técnicas para resolver problemas matemáticos com o auxílio do software Geogebra para demonstração de gráficos.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

### 2.1 Uso das Tecnologias Digitais de Informação no Ambiente Escolar

Na contemporaneidade do século XXI, é possível integrar computadores, celulares, calculadoras, máquinas fotográficas e de vídeo, em um único dispositivo. Esse século destaca-se pelo crescente número de avanços no campo das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC). Tais avanços tecnológicos realizam um papel muito importante no acesso à informação, por conter desdobramentos em todas as esferas da vida humana, inclusive no âmbito educacional e no processo de aprendizagem, na medida em que a informação, após sua seleção, interpretação e entendimento, tende a se transformar em conhecimento (LOPES, 2016).

As TDICs contribuem para a mudança das práticas educativas com a proposta de criar um ambiente na sala de aula e na escola. A aplicação dessas tecnologias, causa uma repercussão nas mudanças na gestão de tempos e espaços, nas relações

entre ensino e aprendizagem, nos materiais de apoio pedagógico e na representação das informações por meio de múltiplas linguagens.

O uso massivo das redes sociais no ambiente escolar está causando discussões entre os gestores, docentes, discente e pais, que, na maioria das vezes, a intitulam como vilã, no entanto outros enxergam a gama de possibilidades que há em usar essas redes no processo de ensino-aprendizagem e como um ambiente propício para a construção de conhecimento.

O uso mais frequente das tecnologias de informação e comunicação na sala de aula impulsiona abertura ao mundo e ao contexto social, gerando novos desafios e oportunidades. É fato que as evoluções tecnológicas provocaram grandes mudanças no nosso cotidiano, logo o pensamento humano teve que se transformar para acompanhar o novo universo tecnológico. Na educação não é diferente, com tanta informação ao mesmo tempo os estudantes tornam-se cada vez mais independentes na construção do seu próprio conhecimento.

Bortolini (2012) ainda afirma que “O mundo digital trouxe para o ensino a necessidade de aprimorar os espaços de comunicação, de interação, de construção coletiva de aprendizagem, constituindo verdadeiros espaços de convivência virtual”, ou seja, é inevitável que o professor traga o mundo digital para dentro da sala de aula e ligue o conteúdo à realidade do aluno, para que facilite a aprendizagem e o aluno possa tornar-se de fato protagonista no seu processo de aprendizagem, a tecnologia pode dar a ele uma melhor percepção da construção do seu conhecimento, já que ele poderá ver de fato o que determinado assunto pode acrescentar no seu cotidiano.

Entretanto, por outro lado, durante a pandemia do COVID-19, muitos estudantes também foram prejudicados, principalmente os de baixa renda da rede pública de ensino, que não possuem acesso à tecnologia e internet. Muitos deles tiveram que se afastar da escola por não conseguirem acompanhar o ensino remoto emergencial.

A aplicação das TICs tem como objetivo refinar e elevar a aprendizagem dos alunos e a qualidade de ensino dos educadores. Além disso, é um processo de adequar a tecnologia a várias condições de aprendizagem e ensino, seja dentro ou fora do âmbito escolar (ZAKARIA, 2016).

Nesse contexto, a integração das tecnologias na educação pode aumentar a competência dos alunos com base nas suas necessidades, através da formação de habilidades e aumento do conhecimento, bem como o crescimento da capacidade de

melhoraria na cooperação entre os alunos da turma e professor, por meio das atividades práticas.

De acordo com Zakaria (2016), 89,5% de professores de matemática usam aplicações de TICs básicas nas suas práticas pedagógicas. Essas aplicações incluem *softwares* de treinamento e gráficos, e demonstrações *online*. Os *softwares* funcionam como auxiliares de ensino da matemática. Isso mostra que as habilidades das TICs dos educadores aumentaram na aplicação de várias tecnologias nas suas práticas de ensino.

## 2.2 Aprendizagem móvel e onipresente em ambientes do Ensino Médio

A aprendizagem onipresente está atraindo cada vez mais o interesse acadêmico, especialmente no ensino médio e superior, por enriquecer e ampliar as formas tradicionais de ensino. O artigo *“Mobile and ubiquitous learning in higher education settings. A systematic review of empirical studies”*, em português “Aprendizagem móvel e ubíqua em ambientes de ensino superior. Uma revisão sistemática”, aborda uma revisão sistemática de estudos empíricos” retrata uma análise sistemática de 36 artigos empíricos que apoia a visão de que o conhecimento se ganha através da aprendizagem móvel, instrucional e onipresente (PIMMER; MATEESCU; GRÖHBIEL, 2016).

Alguns autores definem a aprendizagem onipresente como uma forma de aprendizagem móvel da próxima geração, permitindo com que os alunos acessem informações independentemente do seu contexto físico, através de novas estratégias, práticas, ferramentas, *softwares* e aplicativos que sejam capazes de fixar os conteúdos através da aprendizagem conectada (PIMMER; MATEESCU; GRÖHBIEL, 2016).

O século XXI é marcado pela massificação do uso da tecnologia, *internet* e aparelhos telefônicos e inúmeros aplicativos que aumentam exponencialmente a circulação de informações, fazendo com que as pessoas aprendam e construam conhecimento. Dessarte, aprender em qualquer e todo lugar e de forma colaborativa, definem a nova “era digital”. Essas formas de aprendizagem são contínuas, muitas das vezes informalmente, através de diálogos, interações e conexões (LOPES, 2016).

Nesse sentido, é aplicada uma nova teoria da aprendizagem, denominada *conectivismo*, tendo o autor George Siemens como seu principal idealizador. Essa

teoria é definida como um processo de aprendizagem desenvolvida através de tecnologia e da visão de aprendizagem baseada em rede. Com isso, o autor faz a seguinte afirmação *“estamos cansados da pedagogia e do currículo escolar tradicional, temos necessidade de mudança”* (SIEMENS, 2006).

No ensino da matemática, existem algumas situações desafiadoras, como utilizar recursos didáticos variados e diferentes para os estudantes, por exemplo, o uso da calculadora científica. Para que ambientes de aprendizagem com o uso de computadores e *smartphones* possibilitem ganhos pedagógicos é necessário que sejam realizadas atividades fundamentais no processo de desenvolvimento do conhecimento (KAMPFF; MACHADO; CAVEDINI, 2004). Para isso, o professor deve compreender e ter pleno domínio do conteúdo que será abordado e conhecer todas as possibilidades dos *softwares* que serão utilizados durante o processo de ensino-aprendizagem, para acompanhar o desenvolvimento do aluno e intervir sempre que houver necessidade.

Os recursos didáticos são de extrema importância no ensino da matemática, pois dão suporte as ações mentais dos alunos, favorecendo os processos de fixação de conteúdo, da construção de conhecimento matemático e do desenvolvimento de estruturas cognitivas, fundamentais na aprendizagem da matemática (KAMPFF; MACHADO; CAVEDINI, 2004).

### 2.3 Aprendizagem Significativa

O ensino e aprendizagem da álgebra linear nos cursos das ciências exatas, tem sido bastante desafiador. Todo o rigor matemático e a abstração necessária para a compreensão dos conceitos, de modo que o aluno possa aplicar as teorias em contextos adequados tem causado bastante dificuldades nos professores.

Uma maneira de aprimorar a didática do professor é colocar em prática a abordagem da aprendizagem significativa que consiste em introduzir a resolução de problemas que estejam próximos a realidade dos estudantes, visando a significação de conceitos (KRIPKA, 2017).

De acordo com Kripka (2017, p. 546), “para Ausubel, aprendizagem significativa é um processo por meio do qual uma nova informação se relaciona de maneira substantiva (não literal) e não arbitrária a um aspecto relevante da estrutura cognitiva do sujeito”. Além dessa teoria, a aprendizagem significativa afirma que a

estrutura cognitiva é entendida como uma “estrutura hierárquica de conceitos”, isto é, a estrutura cognitiva se constitui através de abstrações advindas da experiência do indivíduo.

A teoria ainda afirma que a aprendizagem é significativa quando uma nova informação se ancora em conceitos relevantes, preexistentes (conhecidos como subsunçores), que interagem com um conhecimento prévio do aluno (KRIPKA, 2017). Toda essa interação gera uma ampliação de conceitos prévios, tornando-os mais complexos ou, quando isso não acontece, são criados conceitos que armazenam a nova informação recebida, de maneira mais significativa.

Kripka (2017,0p. 546) afirma que são necessários três pressupostos para que um estudante construa uma aprendizagem significativa: “(i) que o material a ser aprendido seja potencialmente significativo; (ii) que exista uma estrutura cognitiva preexistente, com subsunçores adequados; e, (iii) que o estudante tenha predisposição para aprender”.

Quando o professor propõe uma atividade ou trabalho potencialmente significativo, ele gera mudanças no ambiente escolar, levando em consideração que diariamente o estudante é submetido a um número excessivo de informações.

O uso das TDICs tem causado diversas transformações nos modos de viver e de se comunicar, além de indicar e inovar a prática pedagógica do professor. Toda essa mudança na educação é primordial para o desenvolvimento, tanto do aluno, quanto do professor.

Vale ressaltar, que a Teoria da Aprendizagem Significativa faz com que seja necessário criar propostas que estimule o raciocínio do aluno, juntamente com a criatividade na resolução de problemas, por meio da discussão de ideias e da aplicação de materiais que ele possa vincular o conteúdo estudado, com situações do cotidiano. Os quadros 1 e 2 ilustram duas abordagens, a abordagem tradicional, adotadas por muitos professores e a abordagem significativa.

Quadro 1 - Situação-problema na matemática no ensino médio.

Ensino Médio

Matrizes

**Abordagem tradicional:** Encontre o determinante da matriz abaixo:

$$\begin{bmatrix} x & y & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

**Abordagem significativa:** Considere uma colisão de dois veículos. Num sistema de coordenadas cartesianas, as posições finais destes veículos após a colisão são dadas nos pontos A = (2,2) e B = (4, 1). Para compreender como ocorreu a colisão é importante determinar a trajetória retilínea que passa pelos pontos A e B.

Essa trajetória é dada pela equação:

- a)  $x - y = 0$
- b)  $x + y - 5 = 0$
- c)  $x - 2y + 2 = 0$
- d)  $2x + 2y - 8 = 0$
- e)  $x + 2y - 6 = 0$

**Fonte:** O autor.

Como pode perceber, na abordagem tradicional, há somente a aplicação do conteúdo de matrizes. Dessa forma, muitos estudantes não vinculam esse conhecimento com algo que vive no cotidiano, demonstrando desinteresse em aprender o conteúdo e fazendo o seguinte questionamento: **“Para que aprender esse conteúdo, sendo que não vou utilizá-lo para nada?”**. Assim, é importante que o professor vincule o conteúdo de matemática, com alguma aplicação do cotidiano do estudante, para gerar mais curiosidade e interesse, promovendo uma aprendizagem significativa. O quadro 2 ilustra uma situação-problema aplicado ao ensino superior.

Quadro 2 - Situação-problema na matemática no ensino superior.

Ensino superior

Sistema de Equações Lineares

**Abordagem tradicional:** sejam  $x$  e  $y$  os preços médios, respectivamente, dos kg de açúcar e farinha. A equação que modela a primeira compra é:

$$20x + 12y = 400$$

Do mesmo modo, a equação que representa a segunda compra é:

$$18x + 10y = 350.$$

Neste caso, para determinar os preços, médios,  $x$  e  $y$  devemos encontrar as soluções do sistema linear

$$\begin{cases} 20x + 12y = 400 \\ 18x + 10y = 350 \end{cases}$$

**Abordagem significativa:** Uma Quituteira comprou 20kg de açúcar e 12kg de farinha e gastou ao todo R\$ 400,00. Dez dias depois, com R\$ 350,00 ela comprou 18kg de açúcar e 10kg de farinha. Calcule o preço médio do quilo de açúcar e do quilo da farinha.

**Fonte:** O autor.

Percebe-se que na abordagem tradicional o conteúdo foi passado de forma direta. Na abordagem significativa, o professor irá gerar no aluno uma interação da matemática e da física, além exercitar a capacidade do aluno na interpretação de problemas. Na matemática tem a abordagem dos sistemas de equações lineares, visto nas disciplinas dos cursos de ciências exatas do ensino superior. Na abordagem significativa do Quadro 2, o aluno vincula o conhecimento da álgebra linear, isto é, ele estará ancorando os conceitos preexistentes na sua estrutura cognitiva, tornando a aprendizagem mais significativa.

## 2.4 Introdução à Álgebra Linear

A Álgebra Linear é uma importante área da matemática, responsável por solucionar sistemas lineares, e apresenta diversas aplicações nas ciências e engenharias, como redes elétricas, cadeias de Markov, computação gráfica, entre outras (DE SANTANA *et al*, 2019).

A solução de problemas é baseada, na maioria das vezes, no uso de vetores, matrizes e sistemas lineares em seu desenvolvimento e análise. É comum que a solução desses problemas seja difícil, por conter um número elevado de informações e variáveis, correspondendo à vetores com muitas coordenadas, gerando um sistema linear de difícil resolução. Para isso, existem *softwares* e algoritmos de resolução de sistemas que propõe uma maneira sistemática de resolução e que permita a análise com mais praticidade e facilidade (DE SANTANA *et al*, 2019).

### 2.4.1 Sistema de Equações Lineares

Um sistema linear é o conjunto de duas ou mais equações, com uma ou mais incógnitas. Em um sistema bidimensional de coordenadas retangulares  $xy$ , a equação linear pode ser representada através da Equação 1.

$$ax + by = c \quad (1)$$

Já em um sistema tridimensional de coordenadas  $xyz$ , a equação é representada por meio da Equação (2).

$$ax + by + cz = d \quad (2)$$

Esses são exemplos de equações lineares, a primeira com duas variáveis  $x$  e  $y$ , e a segunda com três variáveis  $x$ ,  $y$  e  $z$ . Quando o sistema possui  $n$  variáveis, é descrito como ilustra a Equação 3.

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = c \quad (3)$$

Os números  $a_1, a_2, \dots, a_n$  São os coeficientes da equação e  $b$  é o termo independente da equação.

### 2.4.2 Método da Substituição e Regra de Cramer

Em álgebra linear, a Regra de Cramer é um teorema que soluciona o sistema de equações lineares através de determinantes. A solução através desse teorema só será possível quando o número de incógnitas for igual ao número de equações.

Os valores das incógnitas são calculados por meio da Equação 4.

$$x_1 = \frac{D_1}{D}, x_2 = \frac{D_2}{D}, \dots, x_n = \frac{D_n}{D} \quad (4)$$

O método da substituição (Equação 5) tem como função isolar uma das incógnitas em uma das equações, para realizar a substituição na outra equação.

$$Eq. (5) \begin{cases} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{cases}$$

Primeiramente, pode-se isolar qualquer uma das incógnitas em qualquer uma das equações. Isolando  $x$  na primeira equação e substituindo na segunda equação, será possível encontrar o valor de  $y$ , *sendo possível se  $a \neq 0$*

$$ax + by = c$$

$$ax = c - by$$

$$x = \frac{c - by}{a}$$

Agora realizando a demonstração da Regra de Cramer.

$$\begin{cases} ax + by = (-c) \\ cx + dy = (a) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -acx + bcy = (-cA) & (I) \\ acx + ady = (aB) & (II) \end{cases}$$

Somando membro a membro (I) e (II) temos,  $(ad - bc)y = aB - cA$

$$\text{Se } ad - bc \neq 0, \text{ então } y = \frac{aB - cA}{ad - bc} = \frac{\begin{vmatrix} a & A \\ c & B \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}}.$$

Do mesmo modo, multiplicando-se a primeira linha do sistema original por  $d$  e a segunda por  $(-b)$  e somando, obtemos

$$x = \frac{aB - cA}{ad - bc} = \frac{\begin{vmatrix} a & b \\ B & d \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}}$$

Observação de que  $ad - bc \neq 0$

*Em resumo: Seja  $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} M \begin{vmatrix} x \\ y \end{vmatrix} X$  e  $\begin{vmatrix} A \\ B \end{vmatrix} L$  um sistema linear em duas equações e duas incógnitas. Se nesse caso  $\det M \neq 0$ , então o sistema tem única solução e esta é dada por,*

$$x = \frac{\det M1}{\det M} = y = \frac{\det M2}{\det M}$$

*Em que,  $M1 = \begin{vmatrix} a & b \\ B & d \end{vmatrix}$ ,  $M2 = \begin{vmatrix} a & A \\ c & B \end{vmatrix}$ .*

No capítulo 4, serão abordados alguns exemplos de resolução dos sistemas de equações lineares através da Regra de Cramer e do Método da Substituição, bem como os resultados obtidos através do *software* GeoGebra

### 3 METODOLOGIA

A metodologia utilizada para a elaboração deste trabalho é a revisão bibliográfica de materiais já disponíveis na literatura técnica como artigos, monografias e teses de mestrado e doutorado.

A revisão bibliográfica é um método científico utilizado para analisar artigos de uma determinada área da ciência. É amplamente utilizada em diversas áreas de estudos, com o objetivo de levantar dados e fontes de informações. Com isso, a revisão bibliográfica é dita como um passo inicial para qualquer pesquisa científica (CONFORTO; AMARAL; SILVA, 2011).

Inicialmente, foi realizada uma pesquisa nas plataformas google acadêmico, CAPES e Scielo, utilizando as seguintes palavras-chave: **Aprendizagem significativa; O uso das TDICs na álgebra linear e A aprendizagem da álgebra linear utilizando o software Geogebra.** Em seguida, foi selecionado os materiais mais relevantes, para assim, realizar a revisão de literatura.

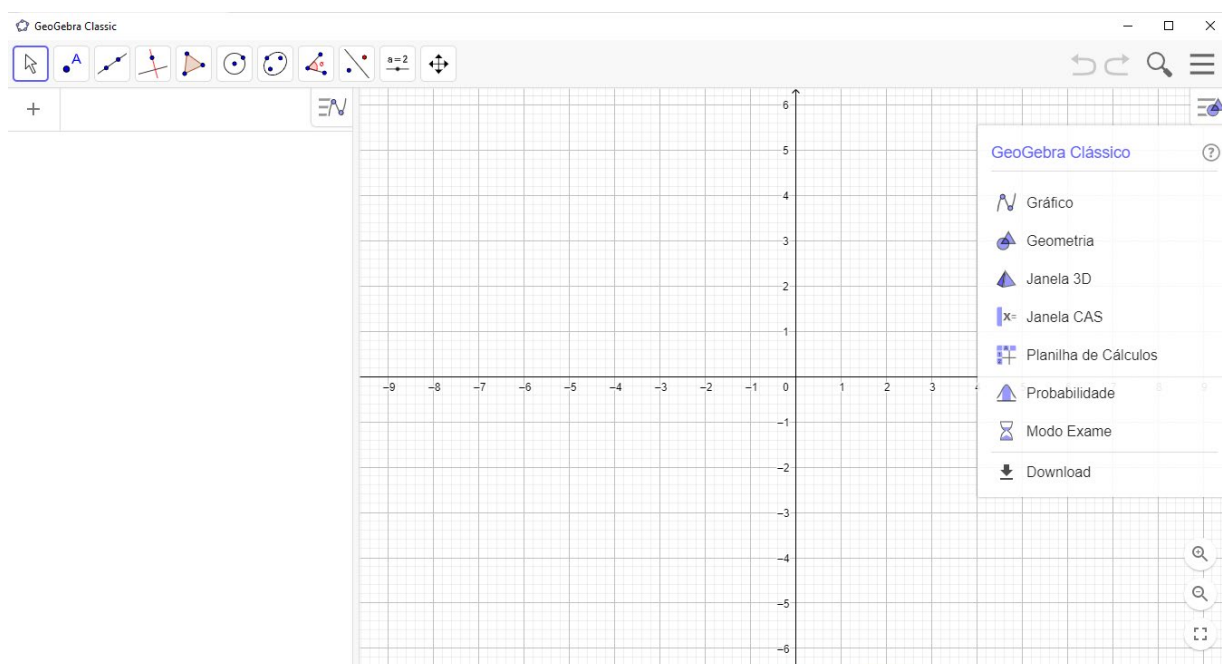
#### 4 O PROCESSO DE APRENDIZAGEM DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES USANDO O SOFTWARE GEOGEBRA

O GeoGebra é um *software* de matemática para todos os níveis que reúne a geometria, álgebra, planilha de cálculos, gráficos, probabilidade, estatística e cálculos numéricos. Esse *software* se tornou um líder na área dos *softwares* de matemática dinâmica, por apoiar o ensino em ciência, tecnologia, engenharia e matemática (GEOGEBRA, 2021).

O GeoGebra foi desenvolvido através de uma tese de doutorado de Markus Hohenwarter em 2001, na Universidade de Salzburgo, para ser uma ferramenta utilizada durante as aulas de matemática, no entanto, hoje em dia, conta com a colaboração de inúmeros pesquisadores e cientistas possui constante crescimento e diversas premiações (DE SANTANA *et al*, 2019).

Sua interface, composta por janelas, trazem muitas contribuições para o processo de aprendizagem da matemática, como ilustra a Figura 3.

Figura 3 - Software GeoGebra.



Fonte: O autor (2022).

A figura 4 demonstra a janela CAS (*Computer Algebra System*, em português Sistema de Computação Algébrica), junto com suas operações básicas. Essa janela é de simples programação, que exige poucos pré-requisitos e estimula o desenvolvimento do raciocínio lógico. As operações básicas são apresentadas no

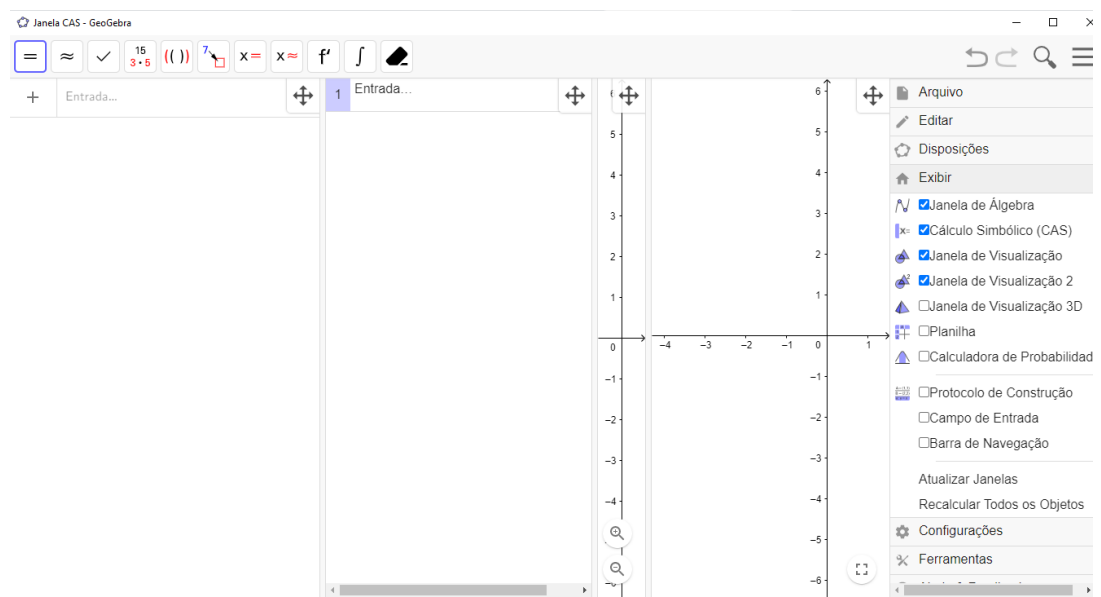
quadro 3. A Janela de Visualização é um ambiente de esboço para gráficos bidimensional ou tridimensional. Por fim, a Janela de Álgebra é um ambiente de edição e armazenamento de vetores, funções e variáveis definidos na janela CAS.

Quadro 3 - Operações do GeoGebra.

| Operação              | Símbolo  | Exemplo                                                   |
|-----------------------|----------|-----------------------------------------------------------|
| Adição                | +        | 8+9                                                       |
| Subtração             | -        | 8-9                                                       |
| Divisão               | /        | 8/9                                                       |
| Multiplicação         | *        | 8*9                                                       |
| Potenciação           | ^        | 8^9                                                       |
| Módulo                | abs()    | abs(-8)                                                   |
| Raiz Quadrada         | sqrt()   | sqrt(4)                                                   |
| Raiz                  | ^(m/n)   | $8^{(1/3)} = \sqrt[3]{8}$                                 |
| Fatorial              | !        | 8!                                                        |
| Número Primo          | ÉPrimo() | Éprimo (3), resposta: True<br>Éprimo (8), resposta: False |
| Mínimo Múltiplo Comum | MMC (,)  | MMC (8,9)                                                 |
| Máximo Divisor Comum  | MDC (,)  | MDC (8,9)                                                 |

Fonte: O autor (2022).

Figura 4- Janela CAS do GeoGebra.



Fonte: O autor (2022).

Para aplicação de alguns conceitos algébricos, seguem alguns exemplos.

**Exemplo 1:**

Resolva o sistema:

$$\begin{cases} 22x + 3,1y = 9 \\ \frac{8}{2}x + 2y = 3 \end{cases}$$

Esse primeiro exemplo será realizado através do método da substituição. Então, o primeiro passo é isolar uma das incógnitas ( $x$  ou  $y$ ) em uma das duas equações.

Isolando  $X$  na equação 1, temos:

$$-22x + 3,1y = 9$$

$$-22x = 9 - 3,1y$$

$$-x = \frac{9 - 3,1y}{22}$$

$$x = -0,409 + 0,140y$$

Substituindo  $X$  na equação 2 para encontrar o valor de  $Y$ :

$$\frac{8}{2}x + 2y = 3$$

$$4(-0,409 + 0,140y) + 2y = 3$$

$$-1,636 + 0,56y + 2y = 3$$

$$2,56y = 3 + 1,636$$

$$y = \frac{4,636}{2,56}$$

$$y = 1,81$$

Substituindo  $Y$  para encontrar o valor de  $x$ :

$$x = -0,409 + 0,140y$$

$$x = -0,409 + 0,140(1,81)$$

$$x = -0,409 + 0,2534$$

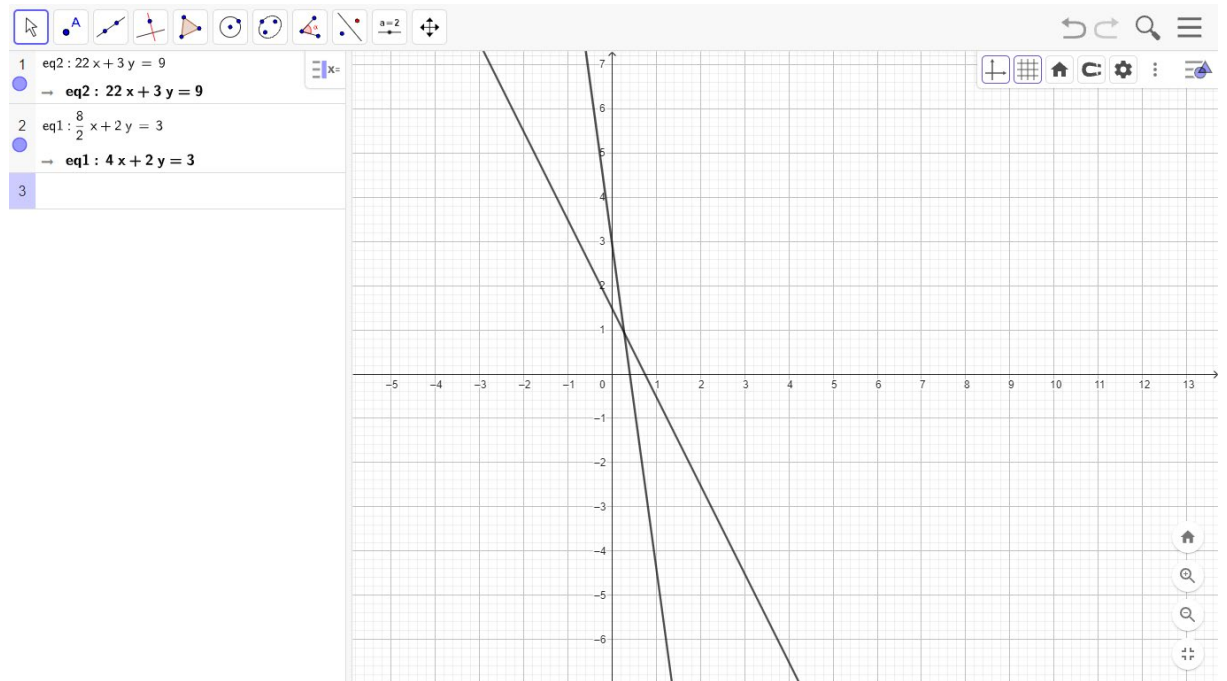
$$x = -0,15$$

Então, o resultado do sistema linear bidimensional é:

$$(x, y) = (-0,15; 1,81)$$

A figura 5 mostra a resolução do sistema do Exemplo 1 através do GeoGebra. Pode-se perceber que o *software* calcula o resultado das equações e demonstra o seu respectivo gráfico.

Figura 5 - Resolução do sistema do Exemplo 1.



Fonte: O autor (2022).

### Exemplo 2:

Resolva o sistema por substituição:

$$\begin{cases} 5x + 8y = 3 \\ x + 22y = 9 \end{cases}$$

O primeiro passo é isolar uma das incógnitas em uma das equações.

Isolando  $x$  na primeira equação:

$$5x + 8y = 3$$

$$5x = 3 - 8y$$

$$x = \frac{3 - 8y}{5}$$

O segundo passo é substituir o valor encontrado na primeira incógnita, na segunda equação.

Substituindo  $x$  na segunda equação, para obter o valor de  $y$ .

$$x + 22y = 9$$

$$\left(\frac{3-8y}{5}\right) + 22y = 9$$

$$0,6 - 1,6y + 22y = 9$$

$$0,6 + 20,4y = 9$$

$$20,4y = 9 - 0,6$$

$$20,4y = 8,4$$

$$y = \frac{8,4}{20,4}$$

$$y = 0,41$$

Para obter o valor de x:

$$x = \frac{3-8y}{5}$$

$$x = \frac{3-8(0,41)}{5}$$

$$x = \frac{3-3,28}{5}$$

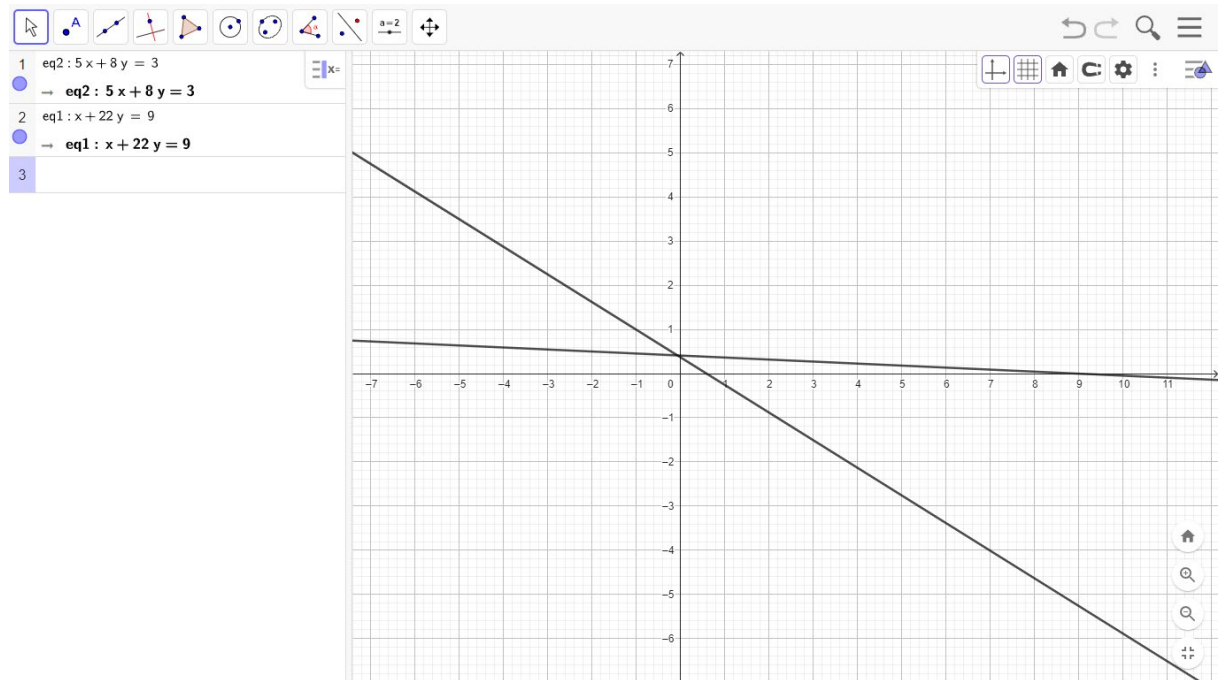
$$x \cong -0,06$$

Então, o resultado do sistema é:

$$(x, y) = (-0,06; 0,41)$$

A Figura 6 ilustra a resolução do Exemplo 2 no GeoGebra e o seu respectivo gráfico.

Figura 6 - Resolução do sistema do Exemplo 2.



Fonte: O autor (2022).

### Exemplo 3:

Sejam  $x$  e  $y$  os preços médios, respectivamente, dos kg de açúcar e farinha. A equação que modelo a primeira compra é:

$$20x + 12y = 400$$

Do mesmo modo, a equação que representa a segunda compra é:

$$18x + 10y = 350.$$

Neste caso, para determinar os preços, médios,  $x$  e  $y$  devemos encontrar as soluções do sistema linear

$$\begin{cases} 20x + 12y = 400 \\ 18x + 10y = 350 \end{cases}$$

Utilizando a regra de cramer

$$M = \begin{vmatrix} 20 & 12 \\ 18 & 10 \end{vmatrix}, M_1 = \begin{vmatrix} 400 & 12 \\ 350 & 10 \end{vmatrix}, M_2 = \begin{vmatrix} 20 & 400 \\ 18 & 350 \end{vmatrix}$$

Então,

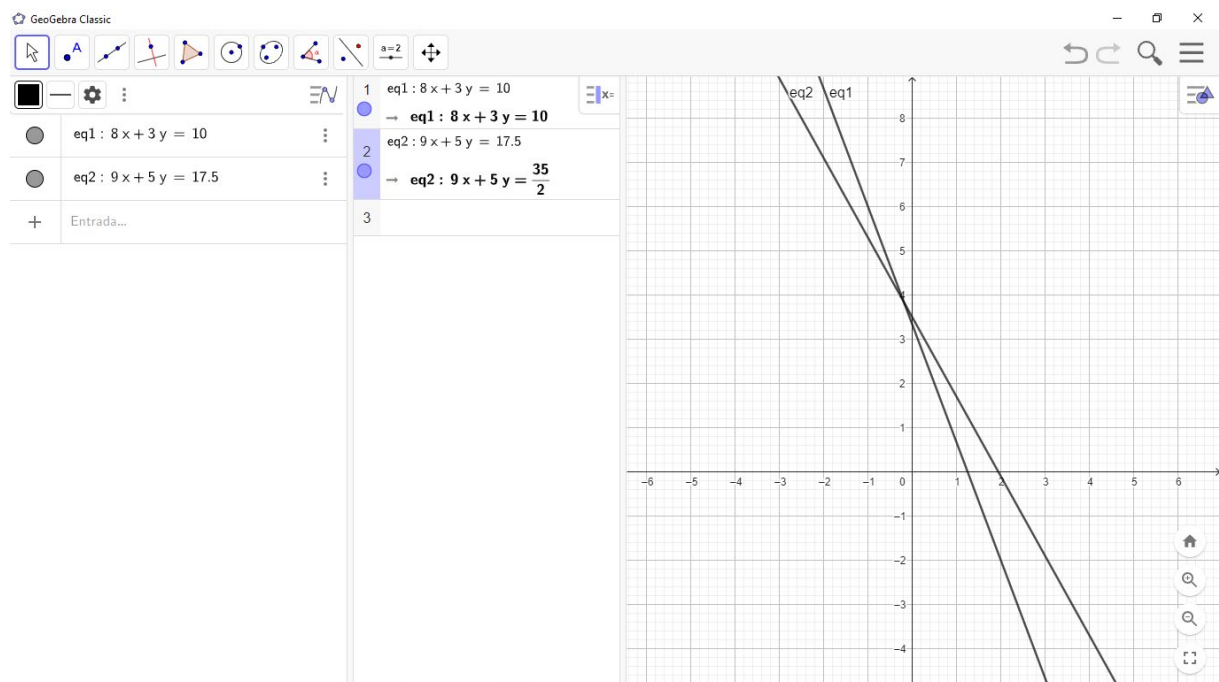
$$\begin{aligned}\det(M) &= 20 \cdot 10 - 18 \cdot 12 = -16 \\ \det(M1) &= 4000 \cdot 10 - 350 \cdot 12 = -200 \\ \det(M2) &= 20 \cdot 350 - 18 \cdot 400 = -200\end{aligned}$$

Portanto,

$$x = \frac{\det(M1)}{\det(M)} = \frac{-200}{-16}, \quad y = \frac{\det(M2)}{\det(M)} = \frac{-200}{-16} = 12,5$$

Neste caso os preços dos kg de farinha e açúcar são, ambos, R\$ 12,50.

A figura 7 ilustra a resolução do sistema linear tridimensional do Exemplo 3 e o seu respectivo gráfico.



## 5 CONCLUSÃO

Este trabalho foi desenvolvido para abordar a aprendizagem significativa como estratégia de metodologia no processo de ensino e aprendizagem da álgebra linear, por meio do uso didático das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDICs) e com a proposta de trazer o *software* geogebra para aprimorar o conhecimento dos estudantes, para assim, propor uma abordagem interativa e significativa, que o aluno possa vincular os novos conhecimentos, com outros preexistentes na sua estrutura cognitiva.

A pergunta norteadora deste trabalho foi: “Como explorar as potencialidades das tecnologias no ensino da matemática, para promover uma aprendizagem mais dinâmica e significativa no processo de ensino e aprendizagem da álgebra linear?”.

Conforme as percepções identificadas, a tese defendida é que o uso das TDICs favorece a didática do professor e enriquecem a aprendizagem do aluno. Dessa forma, foi proposto o *software* geogebra como uma forma de metodologia no processo de ensino e aprendizagem, saindo daquele ensino tradicional, no qual o professor apenas expõe o conteúdo e o aluno o recebe. Assim, o estudante irá compreender melhor os conceitos matemáticos, comparando os resultados obtidos por meio dos cálculos realizados e do *software*, bem como irá observar e compreender os gráficos esboçados pelo *software*.

Além disso, haverá uma interação maior entre o aluno e o professor, por meio da ampliação da prática pedagógica do docente, que o proporcionará novas experiências e conceitos, relacionando conhecimentos de informática, com os pedagógicos. Salienta-se que a integração da informática com o ensino, faz com que o professor se aproprie de uma nova postura que seja capaz de gerir situações que envolvam o *geogebra* em sala de aula.

Vale ressaltar que o professor não deve apenas dominar a tecnologia do geogebra. É necessária uma proposta pedagógica bem definida que seja capaz de proporcionar experiências aos estudantes e que contribuam no processo de aprendizagem.

Para melhor entendimento da proposta desta pesquisa, também foi abordado alguns conceitos da álgebra linear, bem como o passo a passo da resolução de

questões manualmente e por meio do *software* geogebra, para que o aluno consiga entender as duas maneiras da resolução de exercícios. Portanto, ao adotar e incentivar o uso de tecnologias na sala de aula, o professor proporcionará ao estudante uma forma mais simples e segura de tornar o ensino mais atraente e dinâmico, além de criar possibilidades de ilustrar graficamente de forma concreta as soluções, visto que são, muitas das vezes, analisadas de maneira abstrata.

## REFERÊNCIAS

BORTOLINI, Angélica et al. Reflexões sobre o uso das tecnologias digitais da informação e da comunicação no processo educativo. *Revista Destaques Acadêmicos*, v. 4, n. 2, 2012.

BRASIL PAÍS DIGITAL. Pesquisa do IBGE revela que 4,1 milhões de estudantes da rede pública não tem acesso à internet. 2021. Disponível em: <https://brasilpaisdigital.com.br/pesquisa-do-ibge-revela-que-41-milhoes-de-estudantes-da-rede-publica-nao-tem-acesso-a-internet/>. Acesso em: 9 de jun. 2022.

CÓSER FILHO, Marcelo Salvador. Aprendizagem de Matemática financeira no Ensino Médio: uma proposta de trabalho a partir de planilhas eletrônicas. Dissertação (Mestrado em ensino de matemática). Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2008.

DE SANTANA, Fabiana Tristão et al. Inovação no processo de ensino e aprendizagem de álgebra linear usando o software geogebra. **Brazilian Journal of Development**, v. 5, n. 9, p. 15095-15105, 2019.

GEOGEBRA. O que é Geogebra? 2022. Disponível em: <https://www.geogebra.org/about?lang=pt-PT>. Acesso em: 01 ago 2022.

KAMPFF, Adriana Justin Cerveira; MACHADO, José Carlos; CAVEDINI, Patrícia. Novas tecnologias e educação matemática. **RENOTE**, v. 2, n. 2, 2004.

KRIPKA, Rosana Maria Luvezute et al. Aprendizagem de Álgebra Linear: explorando recursos do GeoGebra no cálculo de esforços em estruturas. **REVISTA ACTA SCIENTIAE**, 2017.

KRIPKA, Rosana Maria Luvezute et al. Uso de tecnologias digitais no ensino e na aprendizagem de álgebra linear na perspectiva das teorias da aprendizagem significativa e dos registros de representação semiótica. Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul. Tese (doutorado) – Programa de pós-graduação em educação em ciências e matemática. Porto Alegre, 2018.

LEMOS, Evelyse dos Santos et al. A aprendizagem significativa: estratégias facilitadoras e avaliação. 2011.

LOPES, Cristiano Gomes. **O ensino de História na palma da mão: o Whatsapp como extensão da sala de aula**. Tese de Doutorado. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de História). Universidade Federal do Tocantins. Araguaína, 2016.

MORAES, Tatiane Gonçalves; FERREIRA, Rosângela Veiga Júlio. **Pesquisa identifica dificuldades de aprendizado de matemática entre os alunos do ensino médio**. UFJF. 2017. Disponível em: <https://www2.ufjf.br/noticias/2017/03/08/pesquisa-identifica-dificuldades-de->

aprendizado-de-matematica-entre-alunos-do-ensino-medio/>. Acesso em: 09 jul. 2022.

PELIZZARI, Adriana et al. Teoria da aprendizagem significativa segundo Ausubel. **revista PEC**, v. 2, n. 1, p. 37-42, 2002.

PIMMER, Christoph; MATEESCU, Magdalena; GRÖHBIEL, Urs. Mobile and ubiquitous learning in higher education settings. A systematic review of empirical studies. **Computers in human behavior**, v. 63, p. 490-501, 2016.

RAFAEL, Thayná Fernandes; SOUZA, Bianca Maria Inês. Informática na matemática: o uso do excel no ensino-aprendizagem da matemática financeira do 3ºano do ensino médio. **Matemática-Tubarão**, 2018.

UOL. Brasil chega a 152 mi de usuários de internet; idosos estão mais conectados. 2021. Disponível em: <https://www.uol.com.br/tilt/noticias/redacao/2021/08/18/tic-domicilios-2020-idosos-usaram-mais-internet-uso-de-smart-tv-cresceu.htm#:~:text=Fique%20por%20dentro-,Brasil%20chega%20a%20152%20mi%20de,internet%3B%20idosos%20est%C3%A3o%20mais%20conectados&text=O%20uso%20da%20internet%20no,pa%C3%ADs%2C%20entre%202020%20e%202021>. Acesso em: 9 ago. 2022.

ZAKARIA, Nur Afifah; KHALID, Fariza. The benefits and constraints of the use of information and communication technology (ICT) in teaching mathematics. **Creative Education**, v. 7, n. 11, p. 1537-1544, 2016.

ANTON, Álgebra Linear COM APLICAÇÕES. 10ª edição. Bookman, 2012.