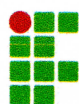


INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E
TECNOLOGIA DE GOIÁS
CURSO DE BACHARELADO EM ENGENHARIA CIVIL

**ANÁLISE MATRICIAL DE PÓRTICOS
ESPACIAIS PELO MÉTODO DA RIGIDEZ:
CONSIDERAÇÃO DE AÇÕES INDIRETAS**

LUAN SOUZA OLIVEIRA

JATAÍ
2022



INSTITUTO FEDERAL
Goiás

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
SISTEMA INTEGRADO DE BIBLIOTECAS

TERMO DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAÇÃO NO REPOSITÓRIO DIGITAL DO IFG - ReDi IFG

Com base no disposto na Lei Federal nº 9.610/98, AUTORIZO o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, a disponibilizar gratuitamente o documento no Repositório Digital (ReDi IFG), sem ressarcimento de direitos autorais, conforme permissão assinada abaixo, em formato digital para fins de leitura, download e impressão, a título de divulgação da produção técnico-científica no IFG.

Identificação da Produção Técnico-Científica

- | | |
|--|---|
| ☐ Tese | ☐ Artigo Científico |
| ☐ Dissertação | ☐ Capítulo de Livro |
| ☐ Monografia – Especialização | ☐ Livro |
| ☒ TCC - Graduação | ☐ Trabalho Apresentado em Evento |
| ☐ Produto Técnico/Tecnológico - Tipo: _____ | |

Nome Completo do Autor: Luan Souza Oliveira

Matrícula: 20181020260077

Título do Trabalho: Análise Matricial De Pórticos Espaciais Pelo Método Da Rigidez:
Consideração De Ações Indiretas

Autorização - Marque uma das opções

1. (x) Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso aberto);
2. () Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG somente após a data ____/____/____ (Embargo);
3. () Não autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso restrito).

Ao indicar a opção **2 ou 3**, marque a justificativa:

- () O documento está sujeito a registro de patente.
() O documento pode vir a ser publicado como livro, capítulo de livro ou artigo.
() Outra justificativa: _____

DECLARAÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO NÃO-EXCLUSIVA

O/A referido/a autor/a declara que:

- i. o documento é seu trabalho original, detém os direitos autorais da produção técnico-científica e não infringe os direitos de qualquer outra pessoa ou entidade;
- ii. obteve autorização de quaisquer materiais inclusos no documento do qual não detém os direitos de autor/a, para conceder ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás os direitos requeridos e que este material cujos direitos autorais são de terceiros, estão claramente identificados e reconhecidos no texto ou conteúdo do documento entregue;
- iii. cumpriu quaisquer obrigações exigidas por contrato ou acordo, caso o documento entregue seja baseado em trabalho financiado ou apoiado por outra instituição que não o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás.

Jataí - GO, 02/02/2023.
Local Data

Luan Souza Oliveira

Assinatura do Autor e/ou Detentor dos Direitos Autorais

LUAN SOUZA OLIVEIRA

**ANÁLISE MATRICIAL DE PÓRTICOS
ESPACIAIS PELO MÉTODO DA RIGIDEZ:
CONSIDERAÇÃO DE AÇÕES INDIRETAS**

Trabalho apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, como requisito parcial à obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Fabrício Ribeiro Bueno.

Coorientador: Prof. Me. Fábio Felipe dos Santos.

JATAÍ
2022

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Oliveira, Luan Souza.

Análise matricial de pórticos espaciais pelo método da rigidez: consideração de ações indiretas [manuscrito] / Luan Souza Oliveira.

-- Jataí: IFG, Coordenação do Curso de Bacharelado em Engenharia Civil, 2022.

64 f.; il.

Orientador: Prof. Dr. Fabrício Ribeiro Bueno

Coorientador: Prof. Me. Fábio Felipe dos Santos.

Bibliografias.

1. Análise matricial de estruturas. 2. Método da Rigidez. 3. Pórticos espaciais. 4. Variações de temperatura. 5. Deslocamentos prescritos. I. Bueno, Fabrício Ribeiro. II. Santos, Fábio Felipe dos. III. IFG, Câmpus Jataí. IV. Título.

Ficha catalográfica elaborada pela Seção Téc.: Aquisição e Tratamento da Informação.
Bibliotecária – Rosy Cristina O. Barbosa – CRB 1/2380 – C. Jataí. Cód. F010/2023-1.



INSTITUTO FEDERAL
Goiás

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE GOIÁS
CÂMPUS JATAÍ

Folha de Aprovação

LUAN SOUZA DE OLIVEIRA

ANÁLISE MATRICIAL DE PÓRTICOS ESPACIAIS PELO MÉTODO DE RIGIDEZ - CONSIDERAÇÕES DE AÇÕES INDIRETAS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso Bacharelado em Engenharia Civil do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás – Câmpus Jataí, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado, em 10 de dezembro de 2022, pela banca examinadora constituída pelos seguintes membros:

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Fabrício Ribeiro Bueno
Presidente da banca / Orientador
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás

Prof^ª. Dr^ª. Monica Maria Emerenciano Bueno
Membro Interno
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás

Prof. Me. Vítor Freitas Gonçalves
Membro Externo
Una Jataí

Jataí - GO
2022

Documento assinado eletronicamente por:

- **Luan Souza Oliveira, 20181020260077 - Discente**, em 20/12/2022 11:36:36.
- **Monica Maria Emerenciano Bueno, PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO**, em 20/12/2022 00:24:27.
- **Vitor Freitas Gonçalves, Vitor Freitas Gonçalves - 2321 - PROFESSORES DO ENSINO MÉDIO - Ifg - Câmpus Jataí (10870883000306)**, em 19/12/2022 21:24:21.
- **Fabricao Ribeiro Bueno, PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO**, em 18/12/2022 23:54:45.

Este documento foi emitido pelo SUAP em 06/12/2022. Para comprovar sua autenticidade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse <https://suap.ifg.edu.br/autenticar-documento/> e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 353139

Código de Autenticação: d4f958a297



Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás

Av. Presidente Juscelino Kubitschek, nº 775, Residencial Flamboyant, JATAÍ / GO, CEP 75804-714
(64) 3605-0837 (ramal: 837)

AGRADECIMENTOS

Sou grato primeiramente a Deus, pelo caminho que traçou para mim. Por todas as bênçãos e oportunidades com que fui abençoado.

À minha família, em especial aos meus pais, Euzelio e Isabel, pelo suporte, apoio e dedicação. Esta conquista também é de vocês.

À minha namorada, Kennia, por caminhar ao meu lado e me apoiar nos momentos em que foi preciso. Sou grato à cumplicidade e à parceria que sempre tivemos. A caminhada foi muito mais prazerosa ao seu lado.

Aos meus orientadores, Fabrício e Fábio, por contribuírem com este trabalho de tantas formas. Agradeço por terem dado o melhor de si.

A todos os professores que de alguma forma contribuíram com a minha formação. Agradeço os ensinamentos e a dedicação de vocês para com a educação.

Aos amigos por tornarem a jornada mais leve.

EPÍGRAFE

*Quando você baseia suas expectativas apenas no
que consegue ver, você se limita a não enxergar as
possibilidades de uma nova realidade.*

(Zaheer)

RESUMO

A análise de uma estrutura se faz de extrema importância para o projeto estrutural haja vista que é a fase em que se compreende o comportamento da mesma. No entanto, frente à alta produtividade exigida pelo mercado, o cálculo de uma estrutura sem o uso de ferramentas computacionais se mostra inviável. Tendo isso em vista, estudos voltados ao entendimento do comportamento estrutural, assim como a construção de novas ferramentas para este fim, se fazem necessários para que se tenha o domínio das novas ferramentas, bem como o conhecimento de suas limitações. Este trabalho objetivou o desenvolvimento de um programa para análise matricial de pórticos espaciais valendo-se do Método da Rigidez e contemplando-se a possibilidade de as estruturas estarem sujeitas às ações indiretas de temperatura ou devidas à deslocamentos prescritos. Dessa forma, a partir da pesquisa desenvolvida foi possível construir um programa que se apresenta como uma ferramenta educacional para o ensino e aprendizado de disciplinas relacionadas à análise e ao dimensionamento de estruturas.

Palavras-chave: Análise matricial de estruturas. Método da Rigidez. Pórticos espaciais. Variações de temperatura. Deslocamentos prescritos.

ABSTRACT

The analysis of a structure is extremely important for the structural project, since it is the stage in which its behavior is understood. However, taking into the high productivity demanded by the job market, the calculation of a structure without using computational tools proves to be impracticable. With this in mind, studies aimed at understanding the structural behavior, as well as the construction of new tools for this purpose, are necessary in order to have mastery of the new tools, as well as knowledge of their limitations. This work aimed to develop a program for matrix analysis of space frames using the Stiffness Method and contemplating the possibility that structures are subject to indirect actions, such as temperature changes and prescribed displacements. Thus, based on the research carried out, it was possible to build a program that presents itself as an educational tool for teaching and learning subjects related to the analysis and design of structures.

Keywords: Matrix Structural Analysis. Stiffness Method. Space frames. Temperature changes. Support Displacements.

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 - Exemplo 1 – Dados acerca dos nós da estrutura.	51
Tabela 4.2 - Exemplo 1 – Dados acerca das barras da estrutura.	51
Tabela 4.3 - Exemplo 1 – Entrada das cargas nodais.	51
Tabela 4.4 - Exemplo 1 – Entrada das cargas distribuídas.	51
Tabela 4.5 - Exemplo 1 – Deslocamentos nodais resultantes.....	52
Tabela 4.6 - Exemplo 1 – Reações de apoio.....	52
Tabela 4.7 - Exemplo 2 – Dados acerca dos nós da estrutura.	53
Tabela 4.8 - Exemplo 2 – Dados acerca das barras da estrutura.	53
Tabela 4.9 - Exemplo 2 – Entrada das cargas nodais.	54
Tabela 4.10 - Exemplo 2 – Entrada das cargas distribuídas.	54
Tabela 4.11 - Exemplo 2 – Deslocamentos nodais resultantes.....	54
Tabela 4.12 - Exemplo 2 – Reações de apoio.....	55
Tabela 4.13 - Exemplo 3 – Dados acerca dos nós da estrutura.	56
Tabela 4.14 - Exemplo 3 – Dados acerca das barras da estrutura.	56
Tabela 4.15 - Exemplo 3 – Entrada das cargas nodais.	56
Tabela 4.16 - Exemplo 3 – Entrada das cargas distribuídas.	56
Tabela 4.17 - Exemplo 3 – Deslocamentos nodais resultantes.....	57
Tabela 4.18 - Exemplo 3 – Reações de apoio.....	57
Tabela 4.19 - Exemplo 4 – Dados acerca dos nós da estrutura.	58

Tabela 4.20 - Exemplo 4 – Dados acerca das barras da estrutura.	58
Tabela 4.21 - Exemplo 4 – Entrada das cargas nodais.	59
Tabela 4.22 - Exemplo 4 – Entrada das cargas distribuídas.	59
Tabela 4.23 - Exemplo 4 – Deslocamentos nodais resultantes.....	59
Tabela 4.24 - Exemplo 4 – Reações de apoio.....	60

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 2.1 - Quatro níveis de abstração referentes a uma estrutura na análise estrutural.	22
Figura 2.2 – Tipos de estruturas reticuladas (a) viga, (b) treliça plana, (c) treliça espacial, (d) pórtico plano, (e) grelha, (f) pórtico espacial.	24
Figura 2.3 – Seis graus de liberdade por nó de elemento de pórtico espacial.	25
Figura 2.4 – Membro de pórtico espacial.	26
Figura 2.5 – Matriz de Rigidez de membro para pórticos espaciais.	29
Figura 2.6 – Rotação de eixos em três dimensões.	30
Figura 2.7 – Barra sujeita à variação de temperatura em gradiente.	33
Figura 2.8 – Deformação de um elemento infinitesimal de barra por variação de temperatura em gradiente.	34
Figura 3.1 – Sequência de procedimentos para a construção computacional do método da rigidez.	39
Figura 3.2 – Desenvolvimento do aplicativo no ambiente <i>App Designer</i> do MATLAB.	42
Figura 4.1 – Aplicativo para entrada de dados acerca da estrutura.	44
Figura 4.2 – Planilha para entrada dos dados acerca dos nós da estrutura.	46
Figura 4.3 – Planilha para entrada dos dados acerca das barras da estrutura.	47
Figura 4.4 – Planilha para entrada dos dados acerca das ações distribuídas em cada barra.	48
Figura 4.5 – Planilha para entrada dos dados acerca das ações nodais.	49
Figura 4.6 – Exemplo 1 – Pórtico plano sujeito à variação de temperatura.	50
Figura 4.7 – Exemplo 2 – Pórtico plano sujeito a deslocamentos prescritos.	53
Figura 4.8 – Exemplo 3 – Pórtico espacial.	55

Figura 4.9 – Exemplo 4 – Pórtico espacial com carregamento distribuído triangular.	58
---	----

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas

rad – Radianos

LISTA DE SÍMBOLOS

®	– Marca registrada junto ao Instituto Nacional da Propriedade Industrial
u	– Deslocamentos nodais
f	– Esforços nodais externos
$[k']$	– Matriz de rigidez não rotacionada do elemento
$\{u\}$	– Vetor de deslocamentos nodais
$\{f\}$	– Vetor de forças nodais
i	– Indicação de uma barra qualquer de pórtico espacial
u_n	– Deslocamento no grau de liberdade “ n ”
f_n	– Força no grau de liberdade “ n ”
E	– Módulo de elasticidade do material de constituição do elemento
A	– Área da seção transversal do elemento
L	– Comprimento do elemento
$k'_{i,j}$	– Coeficiente de rigidez localizado na linha “ i ” e coluna “ j ” da matriz de rigidez não rotacionada do elemento
z_m	– Eixo “ z ” local para o elemento analisado
$M_z(x)$	– Momento fletor em torno do eixo z_m na posição x do elemento
I_z	– Momento de inércia em torno do eixo z_m
$\frac{(\partial^2 y)}{\partial x^2}$	– Derivada parcial segunda da deflexão y em função da posição x
x	– Indicação de uma posição qualquer dentro dos limites do elemento

x_m	– Eixo “ x ” local para o elemento analisado
y_m	– Eixo “ y ” local para o elemento analisado
I_y	– Momento de inércia em torno do eixo y
I_x	– Momento torcional de inércia em torno do eixo x
G	– Módulo de elasticidade transversal do material de constituição do elemento
R	– Conjunto de cossenos diretores do membro
$[T]$	– Matriz de transformação ou rotação do elemento analisado
$[k]$	– Matriz de rigidez de membro rotacionada
$\{F'\}$	– Vetor rotacionado de esforços nodais equivalentes às cargas distribuídas
$[T^t]$	– Matriz de transformação transposta do elemento
$[K]$	– Matriz de rigidez global da estrutura
$\{F\}$	– Vetor de forças da estrutura considerando-se a sobreposição das forças nodais equivalentes e das aplicadas no sistema global de coordenadas
$\{f_{RA}\}$	– Vetor de reações de apoio
$\{f_{internas}\}$	– Vetor de esforços internos desenvolvidos nos extremos de cada elemento
α	– Coeficiente de dilatação linear
ΔT_e	– Variação de temperatura na face superior da barra
ΔT_i	– Variação de temperatura na face inferior da barra
δ_x^t	– Deformação axial devido à variação de temperatura
ΔT	– Variação de temperatura em grau Celsius

h	– Altura da seção transversal do elemento
T_g	– Variação média de temperatura entre as faces do elemento
u_n^t	– Deslocamento devido à temperatura no grau de liberdade “ n ”
f_n^t	– Esforço nodal equivalente à variação de temperatura no grau de liberdade “ n ”
$d\theta^t$	– Rotação infinitesimal devido à variação de temperatura
j	– Indicação de um grau de liberdade qualquer
ρ_j	– Deslocamento prescrito em um grau de liberdade “ j ” qualquer
$f_i^{\rho_j}$	– Força nodal equivalente ao deslocamento prescrito “ j ”, no grau de liberdade “ i ”
$K_{i,j}$	– Coeficiente de rigidez da matriz global posicionado na linha “ i ” e coluna “ j ”
$\{f_i^\rho\}$	– Vetor de forças nodais equivalentes considerando-se os efeitos do deslocamento prescrito

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1	INTRODUÇÃO	18
1.1	JUSTIFICATIVA	19
1.2	OBJETIVOS	20
1.2.1	Objetivo Geral	20
1.2.2	Objetivos Específicos	20
1.3	ESTRUTURA DO TRABALHO	21
CAPÍTULO 2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	22
2.1	ANÁLISE ESTRUTURAL	22
2.1.1	IDEALIZAÇÃO ESTRUTURAL	23
2.2	MÉTODO DA RIGIDEZ	25
2.3	AÇÕES INDIRETAS	32
2.3.1	VARIAÇÕES DE TEMPERATURA	32
2.3.2	DESLOCAMENTOS PRESCRITOS	35
2.4	TRABALHOS CORRELATOS	36
CAPÍTULO 3	METODOLOGIA	38
3.1	CLASSIFICAÇÃO DA PESQUISA	38
3.2	ETAPAS DE PESQUISA	38
3.3	IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL DO MÉTODO	39
3.4	DESENVOLVIMENTO DO APLICATIVO	41
3.5	VALIDAÇÃO DOS RESULTADOS	43
CAPÍTULO 4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	44
4.1	APLICATIVO	44
4.1.1	PASTA DE TRABALHO MODELO PARA ENTRADA DE DADOS	45
4.2	ANÁLISE ESTRUTURAL DE ESTRUTURAS RETICULADAS	50
4.2.1	EXEMPLO 1 – PÓRTICO PLANO COM VARIAÇÃO DE TEMPERATURA	50
4.2.2	EXEMPLO 2 – PÓRTICO PLANO COM DESLOCAMENTOS PRESCRITOS	52
4.2.3	EXEMPLO 3 – PÓRTICO ESPACIAL	55
4.2.4	EXEMPLO 4 – PÓRTICO ESPACIAL COM CARREGAMENTO DISTRIBUÍDO TRIANGULAR	57
CAPÍTULO 5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	61

REFERÊNCIAS62

CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO

Kassimali (2015, p. 3) define a análise estrutural como sendo “a previsão do desempenho de uma dada estrutura sob cargas prescritas e/ou outros efeitos externos, como os movimentos dos apoios e as mudanças de temperatura” e, dessa forma, a mesma deve preceder qualquer etapa de dimensionamento dos elementos estruturais, “pois são com seus resultados que o dimensionamento e detalhamento dos elementos são realizados, bem como o comportamento em serviço do edifício avaliado” (KIMURA, 2007, p. 111).

Nesse sentido, a análise estrutural é parte essencial ao projeto estrutural que, de acordo com Martha (2017, p. 1), “tem como objetivo a concepção de uma estrutura que atenda a todas as necessidades para as quais ela será construída”. Para tanto, há de se conhecer tanto as ações atuantes sobre a mesma, como seu comportamento que, de modo geral, pode ser expresso por seus esforços solicitantes e deslocamentos. Assim, faz-se necessário que estes aspectos sejam analisados em consonância com os carregamentos de projeto.

Entretanto, é importante ressaltar que “uma análise exata de uma estrutura nunca pode ser realizada, tendo em vista que estimativas sempre têm de ser feitas em relação às cargas e às resistências dos materiais que compõem a estrutura” (HIBBELER, 2013, p. 24). Deste modo, o modelo estrutural de cálculo deve ser definido visando a melhor simulação do comportamento real do objeto de análise.

Uma possibilidade para idealização estrutural é a interpretação da estrutura como sendo uma composição de elementos reticulados, isto é, elementos formados por barras “que se caracterizam por ter uma dimensão preponderante em relação às suas demais dimensões” (SORIANO, 2005, p. 1). Neste modelo, os elementos são representados por linhas, o que simplifica a definição geométrica do mesmo e permite sua utilização em métodos básicos de análise estrutural, como por exemplo, o Método da Rigidez.

Este método “tem como ideia básica determinar, dentro do conjunto de soluções em deslocamentos que satisfazem as condições de compatibilidade, qual solução faz com que as condições de equilíbrio também sejam satisfeitas” (MARTHA, 2017, p. 92). Sua formulação por meio de álgebra matricial permite a disposição do problema estrutural de modo a viabilizar

sua implementação computacional (GERE; WEAVER JUNIOR, 1987), contribuindo, dessa forma, para sua difusão, haja vista que os sistemas computacionais se mostram imprescindíveis para o projeto de estruturas com algum grau de complexidade (SORIANO, 2005).

De uma forma geral, grande parte das pesquisas desenvolvidas neste campo não levam em consideração ações indiretas – tais como, variações de temperatura, recalques prescritos e modificações de montagem – as quais não incidem nas estruturas diretamente como os carregamentos convencionais, mas impõem deformações que podem influir nos esforços internos das mesmas. Este Trabalho de Conclusão de Curso trará enfoque a estas tendo em vista que podem ser recorrentes em situações de projeto e desprezá-las pode significar um mal dimensionamento dos elementos da estrutura.

1.1 JUSTIFICATIVA

Simultaneamente aos avanços tecnológicos ocorridos ao longo do tempo, computadores e *softwares* alcançaram grande capacidade de processamento e, com isso, tornou-se possível calcular estruturas complexas de forma mais produtiva e prática. Entretanto, a qualificação técnica ainda se mostra imprescindível para que se tenha o domínio das novas ferramentas e conhecimento de suas limitações.

Tendo isso em vista, estudos voltados à compreensão do comportamento estrutural, bem como a elaboração de novas ferramentas para esta finalidade, se fazem necessários visando o desenvolvimento da maturidade acerca da análise de estruturas na comunidade científico-acadêmica.

Por este mérito, o presente trabalho visa desenvolver um programa para análise matricial de pórticos espaciais através do Método da Rigidez contemplando a possibilidade de as estruturas estarem sujeitas às ações indiretas de temperatura ou devidas à deslocamentos prescritos, apresentando-se como uma continuação do trabalho realizado por Nogueira (2021), no qual considerou-se apenas ações diretas.

Assim, o programa em questão apresenta-se como uma ferramenta gratuita de auxílio ao aprendizado de análise de estruturas por estudantes de engenharia, além de contribuir para o desenvolvimento da pesquisa na área de Métodos Numéricos e Computacionais Aplicados à Engenharia na Instituição de Ensino de desenvolvimento do mesmo.

1.2 OBJETIVOS

A seguir serão apresentados os objetivos gerais e específicos que se pretende atingir com este Trabalho.

1.2.1 Objetivo Geral

Desenvolver um programa para análise matricial de pórticos espaciais através do Método da Rigidez contemplando a possibilidade de se analisar estruturas sujeitas às ações indiretas devido a variações de temperatura, recalques prescritos e modificações de montagem.

1.2.2 Objetivos Específicos

- Possibilitar ao usuário uma opção mais intuitiva e dinâmica para a entrada de dados acerca da estrutura a ser analisada através de planilhas;
- Implementar um algoritmo para análise estrutural pelo Método da Rigidez no *software* MATLAB®;
- Implementar um algoritmo para análise de estruturas sujeitas a variações de temperatura e/ou deslocamentos prescritos, valendo-se do Método da Rigidez no *software* MATLAB®;
- Desenvolver um aplicativo para a entrada de dados no ambiente *App Designer* do *software* MATLAB®;
- Comparar resultados obtidos com outros *softwares* de análise estrutural, tais como Ftool®, SAP2000® e Robot®;
- Verificar a eficácia e a robustez do algoritmo implementado.

1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este Trabalho de Conclusão de Curso é composto por cinco capítulos. Após este Capítulo 1, que contém a introdução, justificativa e objetivos, os demais capítulos seguem conforme descrito a seguir:

Capítulo 2 – traz o arcabouço teórico no qual a pesquisa se pauta, apresentando os principais conceitos e alguns autores relevantes ao tema.

Capítulo 3 – apresenta a classificação da pesquisa, bem como a metodologia utilizada para a implementação computacional do método e para o desenvolvimento do aplicativo.

Capítulo 4 – apresenta o aplicativo desenvolvido, bem como os resultados os obtidos através do algoritmo implementado.

Capítulo 5 – apresenta as considerações finais acerca do estudo desenvolvido.

CAPÍTULO 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo trará o referencial teórico no qual a pesquisa se embasa, apresentando os principais conceitos relevantes ao tema. Além disso, serão apresentados trabalhos correlatos realizados na Instituição de Ensino de desenvolvimento deste.

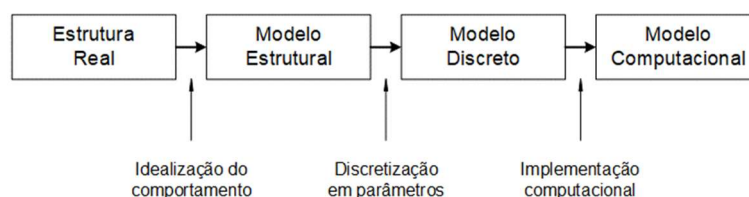
2.1 ANÁLISE ESTRUTURAL

Entende-se por análise de uma estrutura a fase de projeto na qual o comportamento da mesma perante às ações que lhe foram impostas é compreendido. Assim, esta se faz de fundamental importância para o projeto estrutural pois mesmo que não seja o interesse final deste, de nada adianta dimensionar e detalhar seus elementos de forma extremamente refinada se os esforços solicitantes calculados estiverem imprecisos e não traduzirem a realidade à qual a estrutura estará sujeita (KIMURA, 2018).

Entretanto, frente à alta produtividade exigida pelo mercado, a análise estrutural de uma edificação acaba sendo negligenciada por muitas vezes e, dessa forma, o cálculo de uma estrutura sem o auxílio da ferramenta computacional se mostra inviável (NOGUEIRA, 2021), pensamento corroborado por Kimura (2018) que afirma que ignorar os benefícios decorrentes do uso da informática aplicada ao projeto de edifícios não faz sentido, significando um enorme retrocesso.

De acordo com Martha (2017), visando uma abordagem computacional do problema estrutural há de se trabalhar com quatro níveis de abstração responsáveis por interpretar a estrutura real em um modelo estrutural e transformá-lo em um modelo discreto para análise, conforme indicado na Figura 2.1.

Figura 2.1 - Quatro níveis de abstração referentes a uma estrutura na análise estrutural.



Fonte: Adaptado de Martha (2017)

2.1.1 IDEALIZAÇÃO ESTRUTURAL

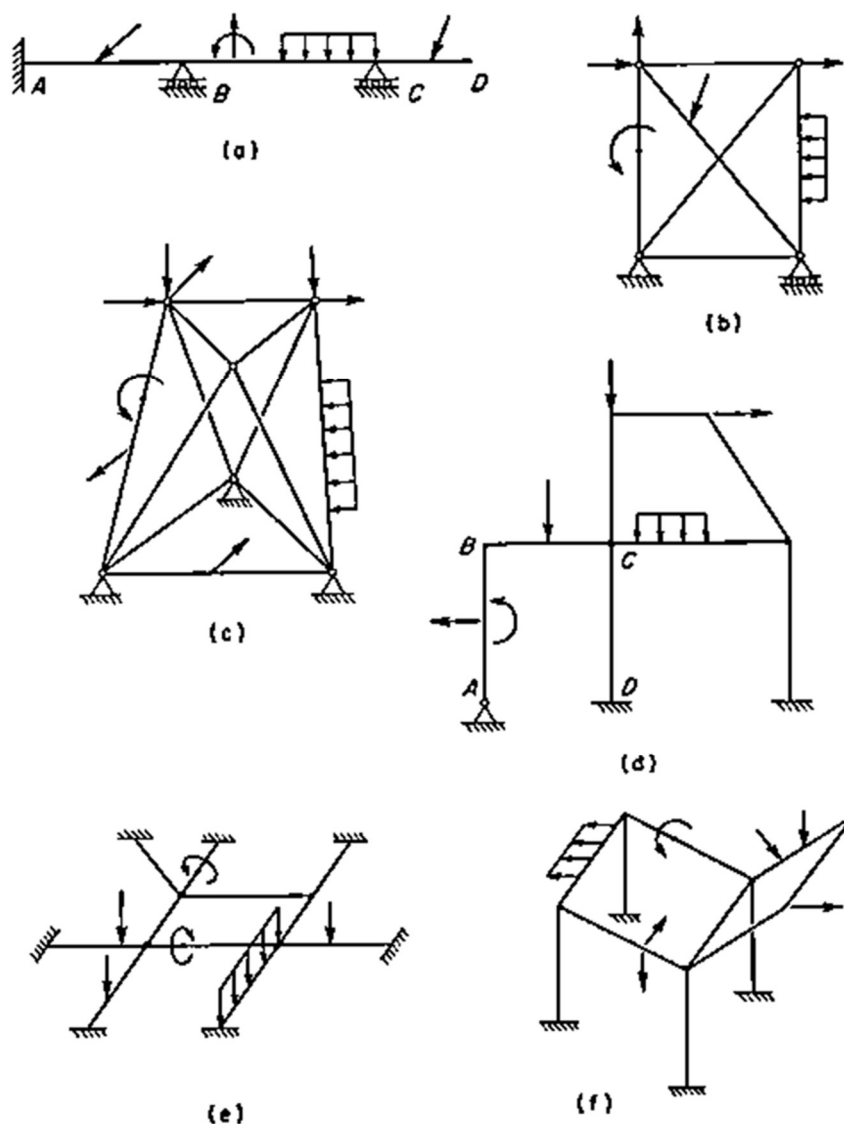
A análise adequada de uma estrutura demanda que algumas idealizações sejam feitas e, com isso, haja a definição do modelo estrutural ou modelo matemático que, segundo Martha (2017), incorpora as teorias e hipóteses elaboradas para descrever o comportamento da estrutura em função das diversas solicitações levando-se em consideração as leis físicas, tais como o equilíbrio entre forças e tensões, as relações de compatibilidade entre deslocamentos e deformações, e as leis constitutivas dos materiais.

Uma alternativa para a idealização do comportamento de determinada estrutura é a interpretação desta como uma composição de elementos reticulados que são caracterizados por apresentar comprimento superior às dimensões da seção transversal. Assim, o modelo matemático das estruturas reticuladas pode ser expresso por barras de eixos bem definidos representados por linhas. Além disso, os pontos de interseção destas, bem como, os pontos de apoio, extremidades livres e pontos de variação da seção são conhecidos como nós (GERE; WEAVER JUNIOR, 1987). Dessa forma, há uma simplificação geométrica do problema haja vista que neste modelo “a informação tridimensional das barras fica representada por propriedades globais de suas seções transversais, tais como área e momentos de inércia” (MARTHA, 2017, p. 4).

As estruturas constituídas de barras podem ser divididas em seis categorias distintas entre si quanto aos esforços seccionais desenvolvidos em seus elementos: vigas, treliças planas, treliças espaciais, pórticos planos, grelhas e pórticos espaciais, apresentadas, respectivamente, na Figura 2.2. Segundo Gere e Weaver Junior (1987), esta divisão se justifica no fato de que cada qual representa uma classe de estrutura com características especiais, sendo a última o foco deste trabalho.

Entende-se por pórtico espacial um modelo tridimensional no qual compreende-se a estrutura como um todo, sem restrições no posicionamento dos nós e direcionamento das barras, permitindo, dessa forma, a aplicação concomitante de ações verticais e horizontais. Assim, este modelo estrutural traduz o tipo mais geral de estruturas reticuladas, haja vista que representam todos os pilares e vigas presentes em um edifício, o que permite uma avaliação completa e eficiente do comportamento global da estrutura (KIMURA, 2018).

Figura 2.2 – Tipos de estruturas reticuladas (a) viga, (b) treliça plana, (c) treliça espacial, (d) pórtico plano, (e) grelha, (f) pórtico espacial.

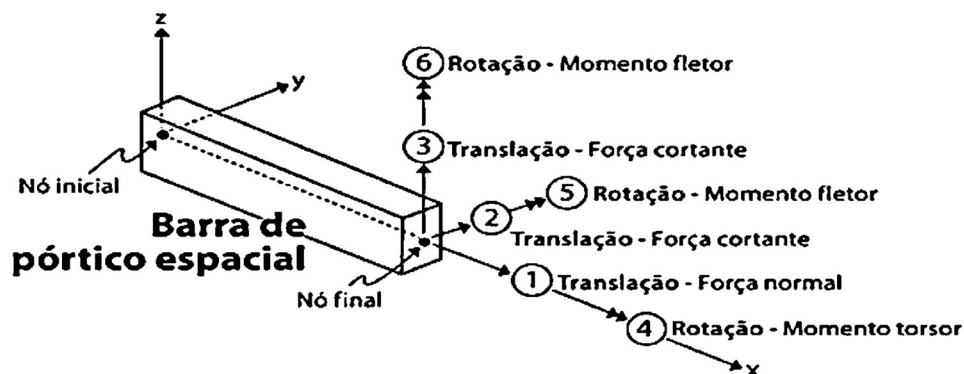


Fonte: Gere e Weaver Jr. (1987)

Devido à abordagem tridimensional, observam-se seis graus de liberdade por nó (Figura 2.3), sendo estes expressos por três translações e três rotações associadas a forças axiais internas, binários torsores e binários fletores em ambas direções principais da seção transversal (GERE; WEAVER JUNIOR, 1987).

Ademais, a modelagem da estrutura como um pórtico espacial traz vantagens à análise da mesma uma vez que todos os efeitos tridimensionais de ações externas e vinculações entre os elementos podem ser considerados simultaneamente (MARTHA, 2017) e, portanto, apresenta-se como uma boa aproximação do comportamento real da edificação.

Figura 2.3 – Seis graus de liberdade por nó de elemento de pórtico espacial.



Fonte: Kimura (2018)

2.2 MÉTODO DA RIGIDEZ

Dentre os métodos básicos de análise estrutural, o Método da Rigidez é o mais aplicado em implementações computacionais dado que sua formulação matricial permite a aplicação de métodos numéricos para sua resolução. Além disso, diferentemente do Método da Flexibilidade (ou Método das Forças), o primeiro dispõe da mesma abordagem para o cálculo de estruturas determinadas e indeterminadas estaticamente, fato este que favorece o uso da informática aplicada a avaliações de estruturas por meio da construção de rotinas computacionais de cálculo.

O método da rigidez está pautado na superposição das soluções de deslocamentos aplicados às condições de contorno que garantem o equilíbrio estático da estrutura. Assim, a análise estrutural na situação estática apresenta-se como um problema de contorno que deve satisfazer as condições de suporte e ações externas (MARTHA, 2017).

Dessa forma, a solução básica obtida a partir da análise de uma estrutura por este método é o conjunto de deslocamentos nodais ocasionados pela situação de carregamento (VANDERBILT, 1974). Tendo isso em vista, “a aplicação do método da rigidez exige subdividir a estrutura em uma série de elementos finitos discretos e identificar seus pontos extremos como nós” (HIBBELER, 2013, p. 402), o que permite o estudo isolado de suas barras visando a superposição final de seus efeitos.

Assim sendo, para a abordagem isolada das barras, utiliza-se um sistema de referência próprio dependente da direção dos elementos dando importância à facilidade advinda dessa

decisão, isto é, o processamento de forças e deslocamentos em um sistema de coordenadas locais permite utilizar soluções fundamentais para um elemento de barra.

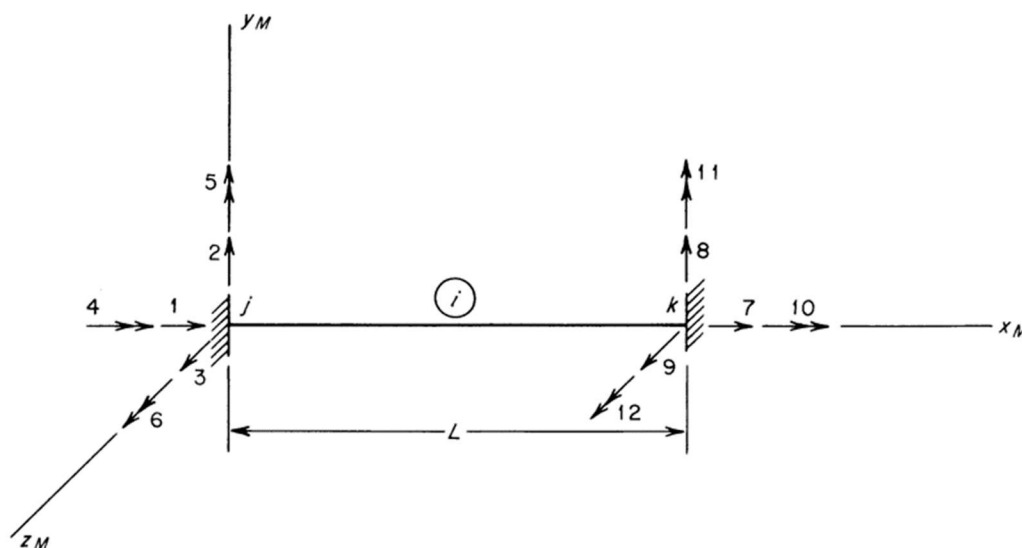
Tomando-se por exemplo um elemento de pórtico espacial, tem-se que seus deslocamentos nodais (u) obtidos podem ser relacionados aos esforços nodais externos (f) por meio de sua matriz de rigidez (k'), conforme indicado na Equação 2.1 (LOGAN, 2017).

$$[k'] \cdot \{u\} = \{f\} \quad (2.1)$$

A matriz de rigidez de uma barra (k') é responsável por descrever a relação de compatibilidade entre forças e deslocamentos nesta. Assim, para um elemento de pórtico espacial com seis graus de liberdade por nó, a matriz k' tem dimensão 12×12 , uma vez que abrange os nós inicial e final do mesmo, sendo composta por valores que traduzem a influência das forças nodais em cada um dos graus de liberdade. Estes valores são conhecidos por coeficientes de rigidez do elemento.

Os coeficientes de rigidez, por sua vez, podem ser calculados a partir de expressões que relacionam as forças aos deslocamentos. Como exemplo, tomando uma barra i qualquer de um pórtico espacial, tem-se que, para cada um dos graus de liberdade da mesma, há um par de força-deslocamento, conforme indicado pela Figura 2.4.

Figura 2.4 – Membro de pórtico espacial.



Fonte: Gere e Weaver Jr. (1987)

Assim, supondo-se que seja aplicado um deslocamento unitário no grau de liberdade 1 ($u_1 = 1,0$ m), o qual se refere ao movimento de translação no sentido e direção da peça, haverá, então, uma força f_1 correspondente ao esforço normal.

Desse modo, por meio das definições de tensão em relação a força e deformação, conclui-se a relação entre força normal e deslocamento axial indicado na Equação 2.2.

$$f_1 = \frac{EA}{L} \cdot u_1 \quad (2.2)$$

Como pode-se observar na expressão acima, as forças normais f_1 no nó próximo (inicial) relacionam-se ao movimento de translação no sentido axial por meio do coeficiente de rigidez $k'_{1,1} = EA/L$, em que E é o módulo de elasticidade do material de constituição, A é a área da seção transversal do elemento e L representa seu comprimento.

De maneira análoga, supondo-se a aplicação de um deslocamento unitário no grau de liberdade 12 ($u_{12} = 1,0$ rad), isto é, uma rotação em torno do eixo z_m no nó distante (final), tem-se que a partir da equação da linha elástica da barra descrita na Equação 2.3, em que $M_z(x)$ refere-se ao momento fletor em torno do eixo z_m ao longo de seu comprimento e EI_z representa o módulo de resistência do membro equivalente ao produto entre o módulo de elasticidade do mesmo e seu momento de inércia em relação ao eixo z_m .

$$\frac{(\partial^2 y)}{\partial x^2} = \frac{M_z(x)}{EI_z} \quad (2.3)$$

Analisando-se a situação descrita na Figura 2.4 em que se tem uma barra com todos os graus de liberdade restringidos, conclui-se que as componentes de força que influem no momento M_z serão aquelas aplicadas aos graus 2 e 6, ou seja, f_2 e f_6 , de modo que pode ser expresso em função destas e da posição x conforme a Equação 2.4.

$$M_z(x) = f_2 \cdot x - f_6 \quad (2.4)$$

Assim, aplicando-se esta última na Equação 2.3 e considerando-se as condições de contorno que traduzem as condições de sua vinculação e também de seu deslocamento prescrito ($u_{12} = 1,0$ rad), conclui-se as relações apresentadas nas Equações 2.5 e 2.6.

$$f_2 = \frac{6 \cdot EI_z}{L^2} \cdot u_{12} \quad (2.5)$$

$$f_{12} = \frac{2 \cdot EI_z}{L} \cdot u_{12} \quad (2.6)$$

Ademais, utilizando-se das condições de equilíbrio em que os somatórios das forças e momentos aplicados aos eixos principais do membro (x_m , y_m e z_m) devem ser nulos, tem-se também as relações descritas nas Equações 2.7 e 2.8.

$$f_8 = -\frac{6 \cdot EI_z}{L^2} \cdot u_{12} \quad (2.7)$$

$$f_{12} = \frac{4 \cdot EI_z}{L} \cdot u_{12} \quad (2.8)$$

Dessa forma, depreende-se que as relações entre as forças f_2 , f_6 , f_8 e f_{12} e o movimento de rotação em torno de eixo z_m , são descritas pelos coeficientes de rigidez expressos nas Equações 2.9, 2.10, 2.11 e 2.12, respectivamente.

$$k'_{2,12} = \frac{6 \cdot EI_z}{L^2} \quad (2.9)$$

$$k'_{6,12} = \frac{2 \cdot EI_z}{L} \quad (2.10)$$

$$k'_{8,12} = -\frac{6 \cdot EI_z}{L^2} \quad (2.11)$$

$$k'_{12,12} = \frac{4 \cdot EI_z}{L} \quad (2.12)$$

Com todas as relações de força e deslocamento calculadas, faz-se possível compor a matriz de rigidez do elemento que é expressa conforme indicado na Figura 2.5, em que aparecem três novas variáveis: I_y , I_x e G , que referem-se, respectivamente, ao momento de inércia da seção em torno do eixo y_m , ao momento torcional de inércia (inércia em torno do próprio eixo do elemento x_m) e ao módulo de elasticidade transversal. Sendo assim, as matrizes k' dos membros serão aplicadas na Equação 2.1 junto às forças nodais equivalentes para se obter as soluções locais de cada barra.

No entanto, objetivando-se a superposição destas soluções locais faz-se necessário que estas estejam em um mesmo sistema de coordenadas, haja vista que cargas e deslocamentos são

quantidades vetoriais e, portanto, demandam a especificação de sua direção e sentido corretamente (HIBBELER, 2013).

Figura 2.5 – Matriz de Rigidez de membro para pórticos espaciais.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	$\frac{EA_x}{L}$	0	0	0	0	0	$-\frac{EA_x}{L}$	0	0	0	0	0
2	0	$\frac{12EI_z}{L^3}$	0	0	0	$\frac{6EI_z}{L^2}$	0	$-\frac{12EI_z}{L^3}$	0	0	0	$\frac{6EI_z}{L^2}$
3	0	0	$\frac{12EI_y}{L^3}$	0	$-\frac{6EI_y}{L^2}$	0	0	0	$-\frac{12EI_y}{L^3}$	0	$-\frac{6EI_y}{L^2}$	0
4	0	0	0	$\frac{GI_x}{L}$	0	0	0	0	0	$-\frac{GI_x}{L}$	0	0
5	0	0	$-\frac{6EI_y}{L^2}$	0	$\frac{4EI_y}{L}$	0	0	0	$\frac{6EI_y}{L^2}$	0	$\frac{2EI_y}{L}$	0
6	0	$\frac{6EI_z}{L^2}$	0	0	0	$\frac{4EI_z}{L}$	0	$-\frac{6EI_z}{L^2}$	0	0	0	$\frac{2EI_z}{L}$
7	$-\frac{EA_x}{L}$	0	0	0	0	0	$\frac{EA_x}{L}$	0	0	0	0	0
8	0	$-\frac{12EI_z}{L^3}$	0	0	0	$-\frac{6EI_z}{L^2}$	0	$\frac{12EI_z}{L^3}$	0	0	0	$-\frac{6EI_z}{L^2}$
9	0	0	$-\frac{12EI_y}{L^3}$	0	$\frac{6EI_y}{L^2}$	0	0	0	$\frac{12EI_y}{L^3}$	0	$\frac{6EI_y}{L^2}$	0
10	0	0	0	$-\frac{GI_x}{L}$	0	0	0	0	0	$\frac{GI_x}{L}$	0	0
11	0	0	$\frac{6EI_y}{L^2}$	0	$\frac{2EI_y}{L}$	0	0	0	$\frac{6EI_y}{L^2}$	0	$\frac{4EI_y}{L}$	0
12	0	$\frac{6EI_z}{L^2}$	0	0	0	$\frac{2EI_z}{L}$	0	$-\frac{6EI_z}{L^2}$	0	0	0	$\frac{4EI_z}{L}$

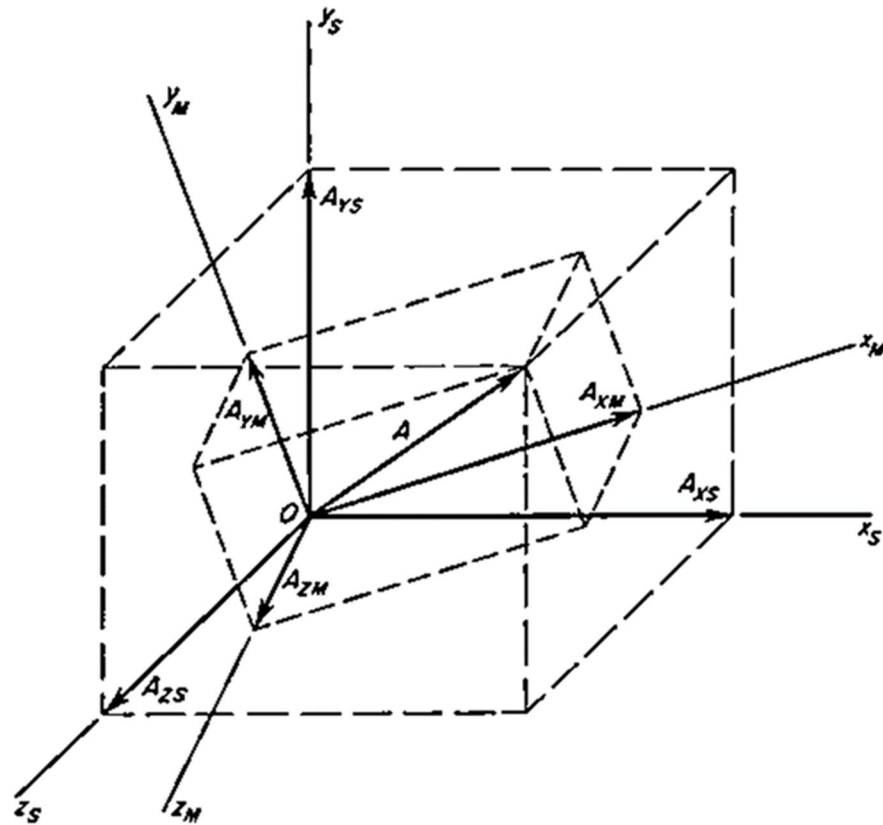
Fonte: Gere e Weaver Junior (1987)

Isto posto, faz-se necessário transformar as matrizes de rigidez de membro determinadas em coordenadas locais para as coordenadas globais e, para tanto, determina-se as matrizes de rotação para cada membro. Desse modo, a relação entre os sistemas de coordenadas de cada barra (locais) e o sistema geral (global) da estrutura é dado pela Matriz de Rotação (ou Transformação).

A Matriz de Rotação é obtida a partir de manipulações vetoriais de seus cossenos diretores levando-se em consideração as coordenadas globais de seus nós inicial e final, de modo que, a transformação das soluções de uma barra em um sistema tridimensional local para um global exige a determinação do conjunto (R) de cossenos diretores do membro que expressam as direções principais (x_m , y_m e z_m) do mesmo em coordenadas globais, conforme indicado na Figura 2.6 e expresso pela equação 2.13.

$$R_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} x_{m1 \times 3} \\ y_{m1 \times 3} \\ z_{m1 \times 3} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Figura 2.6 – Rotação de eixos em três dimensões.



Fonte: Gere e Weaver Junior (1987)

Tal conjunto compõe a diagonal principal da matriz de transformação T do elemento (expressa de modo simplificado na Equação 2.14) que tem por objetivo transformar forças e deslocamentos de um sistema de coordenadas para o outro, isto é, trazer os efeitos para um mesmo sistema de referência, viabilizando, dessa forma, a avaliação da interação entre as soluções para cada barra.

$$T_{12 \times 12} = \begin{bmatrix} R_{3 \times 3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_{3 \times 3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_{3 \times 3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Assim sendo, a matriz de transformação de cada membro pode ser aplicada às respectivas matrizes de rigidez (k') e às forças nodais equivalentes (f) visando obter suas componentes vetoriais rotacionadas (k e F' , respectivamente) como indicado nas Equações 2.15 e 2.16 (HIBBELER, 2013).

$$[k] = [T^t] \cdot [k'] \cdot [T] \quad (2.15)$$

$$\{F'\} = [T^t] \cdot \{f\} \quad (2.16)$$

Deste modo, tanto as forças como os coeficientes de rigidez podem ser somados e sobrepostos ao vetor de forças global e à matriz de rigidez da estrutura nos seus graus de liberdade correspondentes. Assim, estando as forças e os coeficientes de rigidez em um mesmo sistema de referência, torna-se possível aplicar as condições de contorno da estrutura para resolver o sistema linear apresentado na Equação 2.17, objetivando-se encontrar os deslocamentos dos nós não restringidos que se apresentam como incógnitas do problema estrutural.

$$[K] \cdot \{u\} = \{F\} \quad (2.17)$$

Na equação acima, K representa a matriz de rigidez global da estrutura composta pelos coeficientes rotacionados das matrizes de cada elemento alocados nos graus de liberdade devidos. Enquanto que u refere-se aos deslocamentos nodais decorrentes da situação de carregamento F , composta pelas cargas nodais equivalentes das ações distribuídas somadas às cargas nodais, isto é, já aplicadas nos nós.

Ademais, de acordo com Martha (2017), além dos deslocamentos nodais, as reações de apoio e os esforços internos nas extremidades de cada barra se apresentam como resultados usuais da análise de uma estrutura reticulada.

De acordo com Süsserkind (1981), os apoios tem como função restringir os graus de liberdade da estrutura e, portanto, desenvolvem reações nas direções impedidas (f_{RA}). Estas podem ser calculadas no método da rigidez a partir das forças nodais externas e dos resultados de deslocamentos da estrutura, conforme descrito pela Equação 2.18.

$$\{f_{RA}\} = [K] \cdot \{u\} - \{F\} \quad (2.18)$$

Os esforços internos ($f_{internas}$), por sua vez, se mostram de extrema importância para o entendimento do comportamento estrutural, bem como para o processo de dimensionamento dos elementos constituintes da estrutura. Estes podem ser calculados considerando-se os deslocamentos resultantes rotacionados para as coordenadas locais, associados às matrizes de rigidez de cada barra e descontando-se destes os efeitos dos carregamentos nodais equivalentes das mesmas, assim como indicado na Equação 2.19.

$$\{f_{internas}\} = [k'] \cdot [T] \cdot \{u\} - \{f\} \quad (2.19)$$

Dessa forma, o método da rigidez permite uma análise completa e abrangente de uma estrutura, idealizando-a como uma estrutura reticulada visando obter os resultados usuais como deslocamentos, reações de vínculo e esforços internos.

2.3 AÇÕES INDIRETAS

De acordo com ABNT (2019), as ações podem ser entendidas como “causas que provocam esforços solicitantes que atuam sobre a estrutura, capazes de produzir ou alterar as deformações ou o estado de tensão nos elementos estruturais”.

Além disso, Kimura (2018) traz que essas causas não necessariamente são cargas externas aplicadas diretamente à estrutura. Como exemplo, podem ser mencionadas as variações de temperatura, os deslocamentos de apoios, e também as imperfeições geométricas. Neste sentido, as forças e as deformações impostas por estas, podem ser tratadas como se fossem as próprias ações, sendo assim, designadas por ações indiretas (ABNT, 2003).

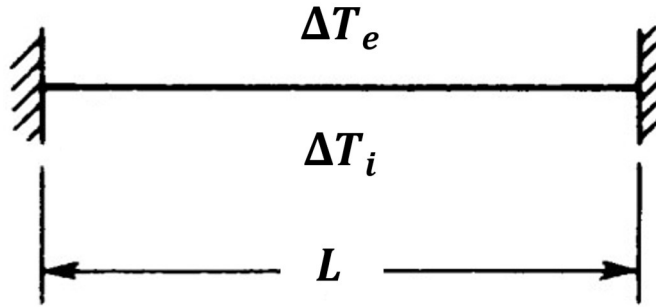
Este trabalho tem como foco a consideração das ações indiretas decorrentes das variações de temperatura e dos deslocamentos prescritos que, segundo Gere e Weaver Junior (1987), ocasionam esforços nodais equivalentes nos elementos restringidos e, portanto, podem produzir efeitos significativos em uma estrutura.

2.3.1 VARIAÇÕES DE TEMPERATURA

As variações de temperatura influem sobre o material do qual o elemento é constituído através do fenômeno de dilatação térmica, que consiste na alteração proporcional das dimensões de um corpo, de modo que sua variação percentual de comprimento por unidade de variação de temperatura é representada pela constante de proporcionalidade α , isto é, o coeficiente de dilatação linear (NUSSENSVEIG, 2014).

Estas variações podem ser uniformes ou até mesmo apresentar gradientes térmicos e, consequentemente, os elementos reticulados de uma estrutura podem estar sujeitos a variações de temperatura distintas para suas faces superior e inferior (MARTHA, 2017), conforme indicado na Figura 2.7.

Figura 2.7 – Barra sujeita à variação de temperatura em gradiente.



Fonte: Adaptado de Gere e Weaver Junior (1987)

Dessa forma, os esforços nodais equivalentes à variação de temperatura podem ser calculados a partir das deformações impostas, utilizando-se os coeficientes de rigidez correspondentes.

Por exemplo, para a situação descrita na figura acima, ΔT_e e ΔT_i referem-se, respectivamente, às variações de temperatura nas faces superior e inferior da barra de comprimento L . Assim, as forças nodais equivalentes nos graus de liberdade 1 e 7, ou seja, no sentido da barra x_m (Figura 2.4), podem ser calculadas a partir dos coeficientes de rigidez $k'_{1,1}$ e $k'_{7,7}$.

As deformações (δ_x^t) em função da variação de temperatura podem ser calculadas conforme indicado pela Equação 2.20, em que α é o coeficiente de dilatação linear, ΔT é a variação de temperatura e L o comprimento inicial da barra. No entanto, para o caso geral em que o elemento está sujeito a variações térmicas diferentes ao longo de sua altura h , tem-se que a deformação δ_x^t pode ser determinada tomando-se por referência um eixo neutro localizado à meia profundidade e, portanto, utiliza-se uma variação média de temperatura T_g , como indicado na Equação 2.21 (HIBBELER, 2013).

$$\delta_x^t = \alpha \cdot \Delta T \cdot L \quad (2.20)$$

$$T_g = \frac{T_e + T_i}{2} \quad (2.21)$$

Assim sendo, conclui-se que o deslocamento resultante dos extremos das barras é dado pela Equação 2.22, podendo, então, ser aplicado aos coeficientes de rigidez correspondentes, visando-se obter as forças nodais equivalentes (Equações 2.23 e 2.24).

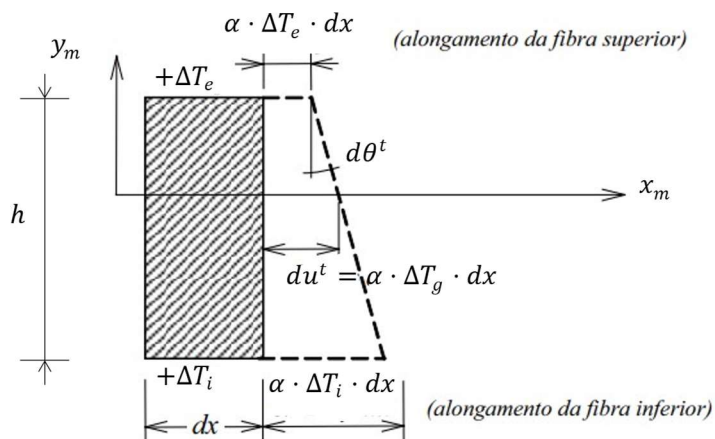
$$u_1^t = -u_7^t = -\alpha \cdot T_g \cdot L \quad (2.22)$$

$$f_1^t = k'_{11} \cdot u_1^t = -E \cdot A \cdot \alpha \cdot T_g \quad (2.23)$$

$$f_7^t = k'_{77} \cdot u_7^t = E \cdot A \cdot \alpha \cdot T_g \quad (2.24)$$

De maneira análoga, os efeitos de uma mudança de temperatura em gradiente sobre os esforços de momento podem ser determinados a partir do ângulo de rotação das seções extremas em relação ao eixo z_m . Considerando-se um elemento infinitesimal de barra com comprimento dx sujeito a uma variação térmica em gradiente (Figura 2.8), tem-se que as dilatações das faces superior e inferior do mesmo são expressas conforme as Equações 2.25 e 2.26, respectivamente.

Figura 2.8 – Deformação de um elemento infinitesimal de barra por variação de temperatura em gradiente.



Fonte: Adaptado de Martha (2017)

$$\delta_e^t = \alpha \cdot \Delta T_e \cdot dx \quad (2.25)$$

$$\delta_i^t = \alpha \cdot \Delta T_i \cdot dx \quad (2.26)$$

Assim, a rotação infinitesimal devido à temperatura ($d\theta^t$) pode ser calculada a partir da razão entre a diferença de dilatação das faces do elemento e sua altura (Equação 2.27). Entretanto, na equação da linha elástica descrita na Equação 2.3, tem-se explicitada a relação $\partial^2 y / \partial x^2$, que nada mais é que a taxa de variação da rotação do elemento em função de sua posição, isto é, $d\theta / dx$. Dessa forma, aplicando a Equação 2.27 na Equação 2.3, tem-se que os momentos resultantes da variação térmica nos nós inicial e final são dados, respectivamente, como se segue nas Equações 2.28 e 2.29.

$$d\theta^t = \frac{\alpha \cdot (\Delta T_i - \Delta T_e) \cdot dx}{h} \quad (2.27)$$

$$f_6^t = \frac{EI_z \cdot \alpha \cdot (\Delta T_i - \Delta T_e)}{h} \quad (2.28)$$

$$f_{12}^t = -\frac{EI_z \cdot \alpha \cdot (\Delta T_i - \Delta T_e)}{h} \quad (2.29)$$

Dessa maneira, todos os efeitos das deformações impostas pela variação de temperatura podem ser considerados no cálculo estrutural de estruturas reticuladas, valendo-se do Método da Rigidez.

2.3.2 DESLOCAMENTOS PRESCRITOS

Os deslocamentos prescritos em uma estrutura são entendidos como condições impostas à mesma (GERE; WEAVER JUNIOR, 1987), podendo ser ocasionados por diversos fatores, tais como recalques de apoios, imperfeições geométricas e modificações de fabricação.

Levando-se em conta que, na análise estrutural, deve-se constar toda e qualquer ação capaz de produzir efeitos relevantes à segurança da estrutura em exame (CARVALHO; FIGUEIREDO FILHO, 2020), a consideração dos deslocamentos prescritos se faz de grande importância, haja vista que podem acarretar esforços adicionais significativos em toda a estrutura.

Além disso, as ações indiretas, como os recalques de apoio, apresentam grande impacto em estruturas hiperestáticas, de modo que, quanto maior a rigidez, maior será sua influência. As isostáticas, por sua vez, apresentam a capacidade de acomodar-se frente a pequenas modificações sem que apareçam esforços adicionais (MARTHA, 2017).

Neste sentido, os deslocamentos impostos configuram-se, no Método da Rigidez, como condições de contorno a serem adicionadas no sistema, satisfazendo-se as condições de compatibilidade e equilíbrio. Dessa forma, sua consideração demanda apenas a determinação do valor do deslocamento estimado.

Assim, o deslocamento resultante em um grau de liberdade j qualquer (ρ_j) demanda que sua contribuição seja considerada nos demais graus de liberdade. Para tanto, subtrai-se de cada

parcela do vetor de forças, os esforços nodais equivalentes à condição imposta conforme indicado na Equação 2.30.

$$f_i^{\rho_j} = f_i - K_{i,j} \cdot \rho_j \quad (2.30)$$

A equação acima demonstra a forma como o deslocamento prescrito no grau j , influencia nos demais graus de liberdade i . Com isso, o sistema linear a ser resolvido para calcular os deslocamentos desconhecidos é dado conforme Equação 2.31.

$$[K] \cdot \{u\} = \{f_i^{\rho}\} \quad (2.31)$$

2.4 TRABALHOS CORRELATOS

Tendo em vista a importância da análise estrutural e da elaboração de novas ferramentas voltadas a esta, diversos estudos têm sido desenvolvidos considerando-se a aplicação do Método da Rigidez à construção de programas para cálculo matricial de estruturas. Não obstante, na Instituição de desenvolvimento deste trabalho, podem ser mencionados, por exemplo, os trabalhos desenvolvidos por Oliveira (2018), Ribeiro (2019), Ferreira (2019) e Nogueira (2021).

Oliveira (2018) deu início à pesquisa na área de Métodos Numéricos e Computacionais Aplicados à Engenharia na Instituição por meio do desenvolvimento de uma ferramenta computacional para o cálculo matricial de treliças espaciais e elementos de viga.

Em sequência, Ribeiro (2019) e Ferreira (2019) abordaram de forma isolada os modelos estruturais de pórticos planos e grelhas, respectivamente. Com isso, seus trabalhos possibilitaram a avaliação do comportamento de estruturas planas sujeitas a ações contidas no plano de disposição de seus elementos, bem como a carregamentos perpendiculares ao mesmo.

Nogueira (2021), por sua vez, construiu um programa voltado à análise de pórticos espaciais. No entanto, em sua abordagem, observou-se a consideração apenas de ações diretas, tais como os carregamentos externos referentes ao peso próprio e às sobrecargas.

Dessa forma, é possível dizer que todas as pesquisas supracitadas contribuíram para o amadurecimento dos conceitos e conhecimentos acerca do método, mostrando-se de extrema importância para elaboração deste trabalho que se apresenta como uma continuação dos demais,

mas desta vez, também levando-se em consideração os efeitos de ações indiretas aplicadas a pórticos espaciais.

CAPÍTULO 3 METODOLOGIA

Neste capítulo será apresentada a classificação da pesquisa, bem como a metodologia utilizada para implementação computacional do Método da Rigidez e para o desenvolvimento do aplicativo. Além disso, serão definidos os meios utilizados para validação dos resultados obtidos com o produto deste trabalho.

3.1 CLASSIFICAÇÃO DA PESQUISA

Este trabalho caracteriza-se como uma pesquisa aplicada, qualitativa e experimental, pois objetiva a aplicação do método da rigidez para o desenvolvimento de uma ferramenta computacional para análise estrutural.

3.2 ETAPAS DE PESQUISA

A pesquisa compreendeu as seguintes etapas:

1. Revisão bibliográfica: a revisão bibliográfica foi desenvolvida no Capítulo 2 e trouxe elementos importantes para o entendimento do método e de conhecimentos relevantes à implementação computacional;
2. Implementação computacional do método: toda a implementação foi feita no *software* MATLAB[®] utilizando-se a linguagem do mesmo. Nesta etapa, construíram-se rotinas computacionais para cálculos estruturais e manipulação dos dados de entrada;
3. Desenvolvimento do aplicativo para a entrada de dados: o desenvolvimento do aplicativo deu-se no ambiente *App Designer* do *software* MATLAB[®]. Nesta etapa, objetivou-se a construção de um ambiente intuitivo e dinâmico para a entrada de dados acerca da estrutura;
4. Validação dos resultados: os resultados obtidos com o programa foram validados a partir da comparação com outros *softwares*, como o Ftool[®], SAP2000[®] e Robot[®];

3.3 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL DO MÉTODO

O cálculo matricial de estruturas demanda a organização de suas informações na forma de matrizes e vetores, o que justifica a opção pelo *software* MATLAB® que dispõe de uma linguagem de programação própria na qual é possível expressar matrizes de forma direta (MATHWORKS, 2022).

Dessa forma, a construção das rotinas de cálculo foi facilitada, permitindo-se assim focar no método e nos detalhes de sua construção computacional. Neste sentido, a implementação do método pautou-se na sequência de procedimentos (Figura 3.1) descrita a seguir:

Figura 3.1 – Sequência de procedimentos para a construção computacional do método da rigidez.



Fonte: Autor (2022)

1. Reunião de dados da estrutura: tendo-se em vista que a entrada de dados se deu exclusivamente por meio do aplicativo desenvolvido, construiu-se uma rotina para armazenar e organizar os dados em matrizes, bem como salvar as opções de saída de relatório.
 - 1.1. Dados acerca dos nós: uma vez armazenados em uma matriz, tornou-se possível a manipulação destes para se obter o número de nós e, conseqüentemente, a quantidade de graus de liberdade da estrutura em análise. Além disso, informações como as coordenadas nodais e as condições de contorno (vinculações de apoio e deslocamentos prescritos) foram armazenadas pensando-se em uma futura recorrência.
 - 1.2. Dados acerca das barras: a partir destes, foi possível determinar a quantidade de barras que delimitaria os laços para o processamento das informações dos elementos. Assim, foram armazenadas informações como nós inicial e final, propriedades da seção e do material de constituição.

- 1.3. Dados acerca das ações: aqui, deu-se o armazenamento das informações das ações distribuídas ao longo de cada elemento, tais como carregamento convencional e variação de temperatura. Além disso, foram armazenadas também as informações acerca das ações nodais.
2. Processamento das informações de cada barra: os procedimentos de análise de cada barra foram realizados em sequência no intuito de se aproveitar o mesmo laço, conforme detalhado abaixo.
 - 2.1. Construção das matrizes de rotação para cada barra: nesta etapa foram consideradas as coordenadas globais dos pontos inicial e final de cada barra para o cálculo dos cossenos diretores do elemento e, conseqüentemente, para a construção da matriz de rotação do mesmo.
 - 2.2. Construção das matrizes de rigidez para cada barra: nesta etapa foram consideradas as propriedades da seção e do material de constituição da barra para o cálculo dos coeficientes de rigidez desta.
 - 2.3. Análise da influência de cada barra na estrutura: tendo-se a matriz de rotação e a matriz de rigidez de cada barra, fez-se possível avaliar a influência de cada elemento na matriz de rigidez global da estrutura, considerando-se a contribuição nos graus de liberdade correspondentes.
 - 2.4. Análise das ações distribuídas: as ações distribuídas foram transformadas em ações nodais equivalentes e, posteriormente, rotacionadas para se sobrepor seus efeitos na estrutura.
3. Processamento das cargas nodais: uma vez que a entrada de cargas nodais se dá em coordenadas globais e independem das barras, suas parcelas foram consideradas diretamente nos graus de liberdade correspondentes.
4. Processamento das condições de contorno: a partir dos dados armazenados de cada nó, as condições de contorno de vinculação e de deslocamentos prescritos foram consideradas de forma que sua influência fosse considerada conforme exposto no Capítulo 2 (Equações 2.30 e 2.31).

5. Cálculo dos resultados: com o processamento das informações supracitadas, fez-se possível calcular os resultados da estrutura conforme abordado no Capítulo 2 e explicitado a seguir.
 - 5.1. Deslocamentos incógnitas: o cálculo dos deslocamentos deu-se a partir da matriz de rigidez e do vetor de ações já considerando as condições de contorno aplicadas (Equações 2.30 e 2.31).
 - 5.2. Reações de apoio: para o cálculo das reações de apoio, utilizou-se os resultados de deslocamentos, conforme descrito no Capítulo 2 (Equação 2.18).
 - 5.3. Esforços internos desenvolvidos nos extremos de cada barra: os esforços internos foram calculados valendo-se da teoria exposta no capítulo anterior (Equação 2.19).
6. Escrita do relatório: nesta etapa, levou-se em consideração as opções de relatório informadas pelo usuário, de modo a apresentar somente os resultados desejados dentre os apresentados no tópico anterior.

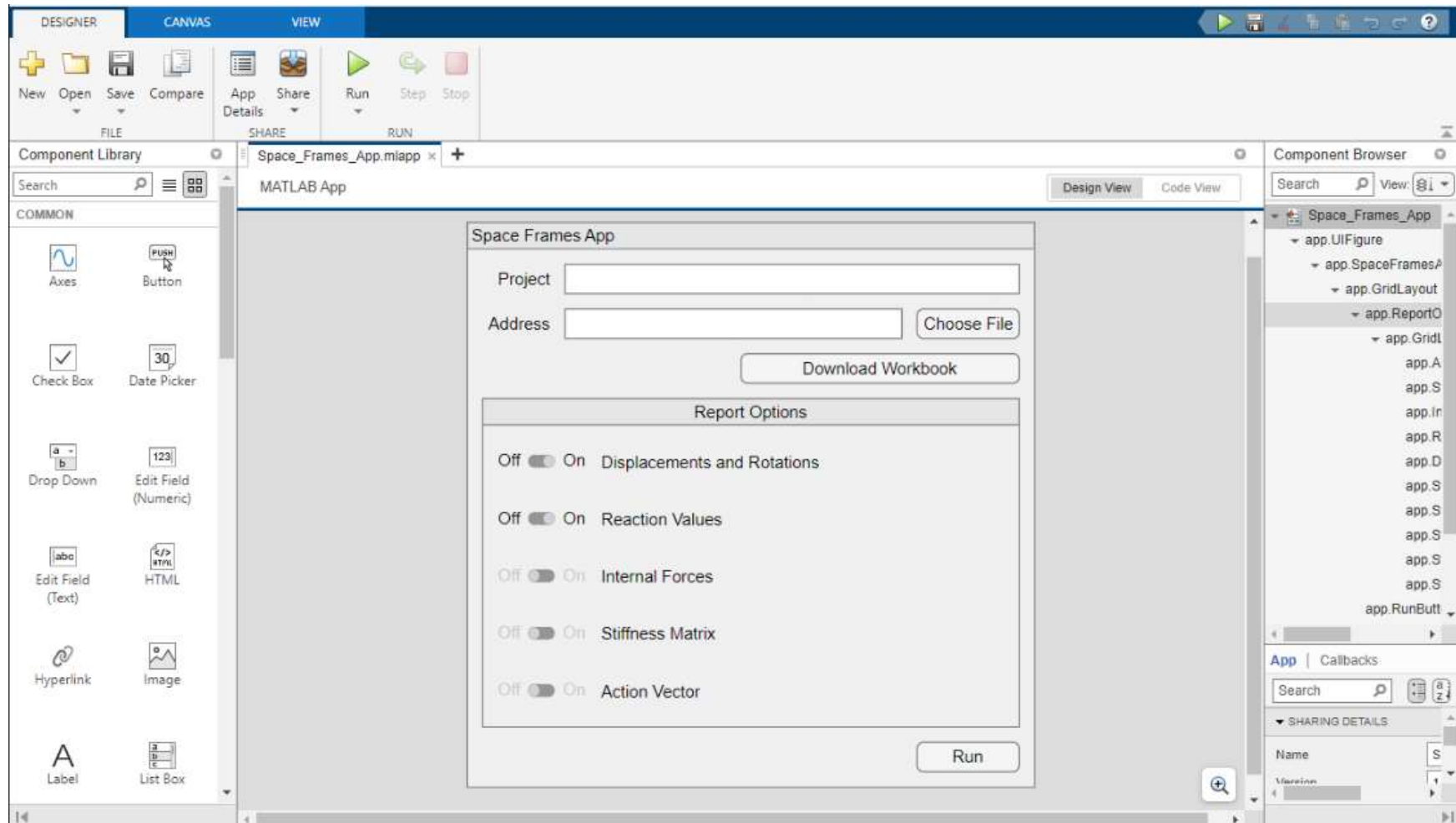
3.4 DESENVOLVIMENTO DO APLICATIVO

O desenvolvimento do aplicativo dentro do ambiente *App Designer*[®] (Figura 3.2) do MATLAB[®], pautou-se na ideia de proporcionar uma entrada de dados intuitiva e prática. Pensando nisso, foi desenvolvida uma interface para *upload* de arquivos no formato de planilhas (.xls, .xlsx e .xlsm).

Tendo isso em vista, desenvolveu-se uma pasta de trabalho modelo para assegurar a correta leitura dos dados e garantindo, assim, a execução correta do programa. Esta pasta de trabalho foi dividida em planilhas que, além de organizar os dados para a leitura, guiam o usuário nesta fase de entrada de dados.

Além disso, no ambiente de entrada de dados do aplicativo desenvolvido, buscou-se oferecer para o usuário opções de saída, tais como relatório de deslocamentos resultantes, reações de apoio e esforços internos. Vale-se ressaltar também que, no intuito de construir uma ferramenta de apoio educacional, foram adicionadas mais duas opções de resultados: relatório das matrizes de rigidez (de cada um dos elementos e geral da estrutura) e do vetor de ações.

Figura 3.2 – Desenvolvimento do aplicativo no ambiente *App Designer* do MATLAB.



Fonte: Autor (2022)

3.5 VALIDAÇÃO DOS RESULTADOS

Visando-se a verificação da eficácia e robustez do algoritmo implementado para a análise estrutural, buscou-se analisar estruturas que contemplassem o foco principal deste trabalho, isto é, pórticos espaciais sujeitos a ações indiretas. Para tanto, fez-se um estudo comparativo com os resultados obtidos por programas já estabelecidos no mercado como Ftool[®], SAP2000[®] e Robot[®], de modo que fossem analisados os resultados de deslocamentos resultantes e reações de apoio.

No entanto, a modelagem de uma estrutura espacial sujeita a ações indiretas não se mostra acessível nos *softwares* gratuitos disponíveis no mercado. Pensando-se nisso, a validação dos efeitos de temperatura e de deslocamentos prescritos em estruturas pautou-se na comparação com os resultados de estruturas planas modeladas no *software* Ftool[®]. Enquanto isso, a análise de uma estrutura espacial sujeita aos carregamentos diretos foi validada através da comparação dos resultados obtidos a partir dos *softwares* SAP2000[®] e Robot[®].

Vale-se ressaltar que a escolha por estes *softwares* se justifica no fato de que tanto o Ftool[®] quanto o Robot[®] são mais acessíveis, haja vista que ambos têm sua versão gratuita para estudantes. Além disso, os resultados obtidos com o SAP2000[®] foram extraídos do trabalho desenvolvido por Nogueira (2021).

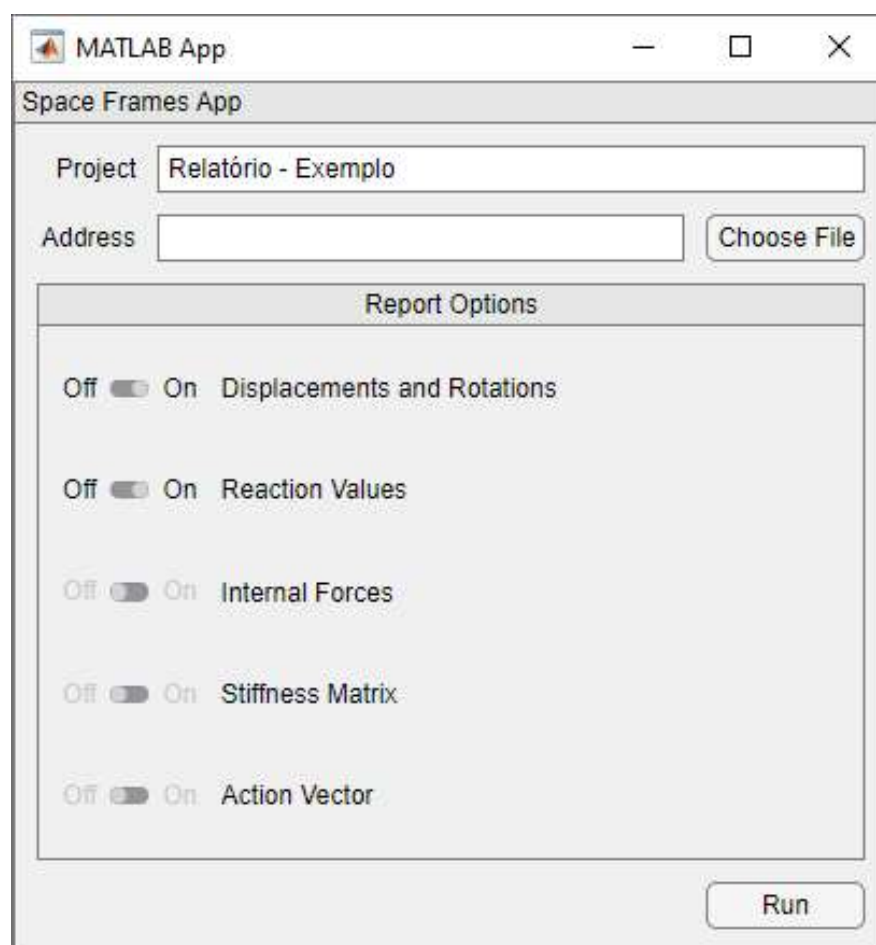
CAPÍTULO 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Este capítulo apresentará os resultados obtidos a partir da metodologia supracitada.

4.1 APLICATIVO

Como descrito nos capítulos anteriores, um dos objetivos deste trabalho é proporcionar uma entrada de dados mais intuitiva e dinâmica que os arquivos de texto. Para tanto, foi desenvolvido um aplicativo para a leitura de dados em formato de planilhas como indicado na Figura 4.1.

Figura 4.1 – Aplicativo para entrada de dados acerca da estrutura.



Fonte: Autor (2022)

No aplicativo “*Space Frames App*” apresentado acima, pode-se observar o campo *Project*, de preenchimento facultativo, no qual deve ser informado o nome do relatório da estrutura. Logo abaixo, tem-se o campo *Address*, no qual deve ser obrigatoriamente informado o endereço da pasta de trabalho com as planilhas referentes aos dados da estrutura. Para facilitar a entrada do endereço do arquivo, programou-se o botão *Choose File*, responsável por abrir o explorador de arquivos para que o usuário selecione a pasta de trabalho desejada.

Dessa forma, o usuário deve informar, adicionalmente, as escolhas de relatório desejadas. Dentre as opções de saída tem-se: os deslocamentos resultantes (*Displacements and Rotations*), as reações de apoio (*Reaction Values*), os esforços internos (*Internal Forces*), as matrizes de rigidez dos elementos e a global (*Stiffness Matrix*) e, por fim, o vetor de ações (*Action Vector*). Assim, as duas primeiras escolhas são ativadas por padrão, podendo o usuário desativá-las.

Após informar o endereço da pasta de trabalho com os dados da estrutura e as opções de saída para relatório, o usuário deve selecionar o botão *Run* para que a estrutura seja analisada pelo algoritmo desenvolvido. Uma vez finalizado o procedimento, o aplicativo retorna algumas mensagens informando a correta execução ou possíveis erros na entrada de dados.

4.1.1 PASTA DE TRABALHO MODELO PARA ENTRADA DE DADOS

Visando minimizar os possíveis erros na entrada dos dados, desenvolveu-se uma pasta de trabalho modelo, na qual as informações acerca da estrutura são informadas sequencialmente. Primeiro, na planilha “*Nodes*” (Figura 4.2) informa-se as posições de cada nó na estrutura, bem como as condições de contorno (vinculações e deslocamentos prescritos) dos mesmos.

Em seguida, na planilha “*Bars*” (Figura 4.3), entra-se com os dados a respeito das barras, tais como, nó inicial, nó final e as propriedades da seção e do material de constituição de cada elemento. Com isso, faz-se possível a inserção das cargas distribuídas em cada barra e também das ações nodais nas planilhas “*Distributed Loads*” (Figura 4.4) e “*Nodal Forces*” (Figura 4.5), respectivamente. É importante ressaltar que as ações nodais são lançadas no sistema global da estrutura, enquanto que as ações distribuídas são informadas considerando-se o sistema de coordenadas locais para cada barra.

Figura 4.2 – Planilha para entrada dos dados acerca dos nós da estrutura.

A33																	
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
1																	
2																	
3																	
4																	
5																	
6																	
7																	
8																	
9																	
10																	
11																	
12																	
13																	
14																	
15																	
16																	
17																	
18																	
19																	
20																	
21																	
22																	
23																	
24																	
25																	
26																	
27																	
28																	

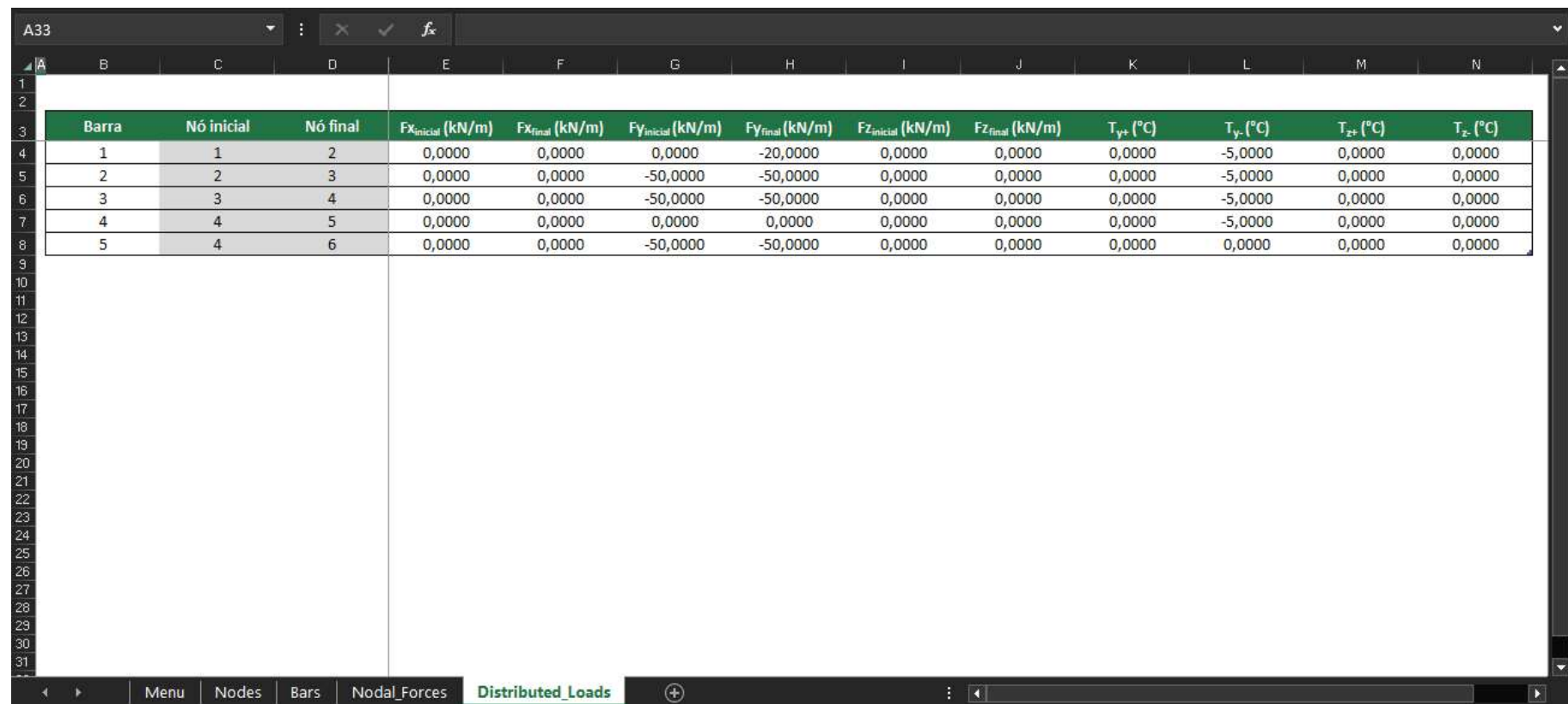
Fonte: Autor (2022)

Figura 4.3 – Planilha para entrada dos dados acerca das barras da estrutura.

Barra	Nó inicial	Nó final	Mod. Elast. (GPa)	ν	α ($^{\circ}\text{C}^{-1}$)	Tipo Seção	b_z (m)	h_y (m)
1	1	2	2,50E+01	2,00E-01	1,00E-05	2	0,25	0,40
2	2	3	2,50E+01	2,00E-01	1,00E-05	2	0,20	0,60
3	3	4	2,50E+01	2,00E-01	1,00E-05	2	0,20	0,60
4	4	5	2,50E+01	2,00E-01	1,00E-05	2	0,25	0,40
5	4	6	2,50E+01	2,00E-01	1,00E-05	2	0,20	0,60

Fonte: Autor (2022)

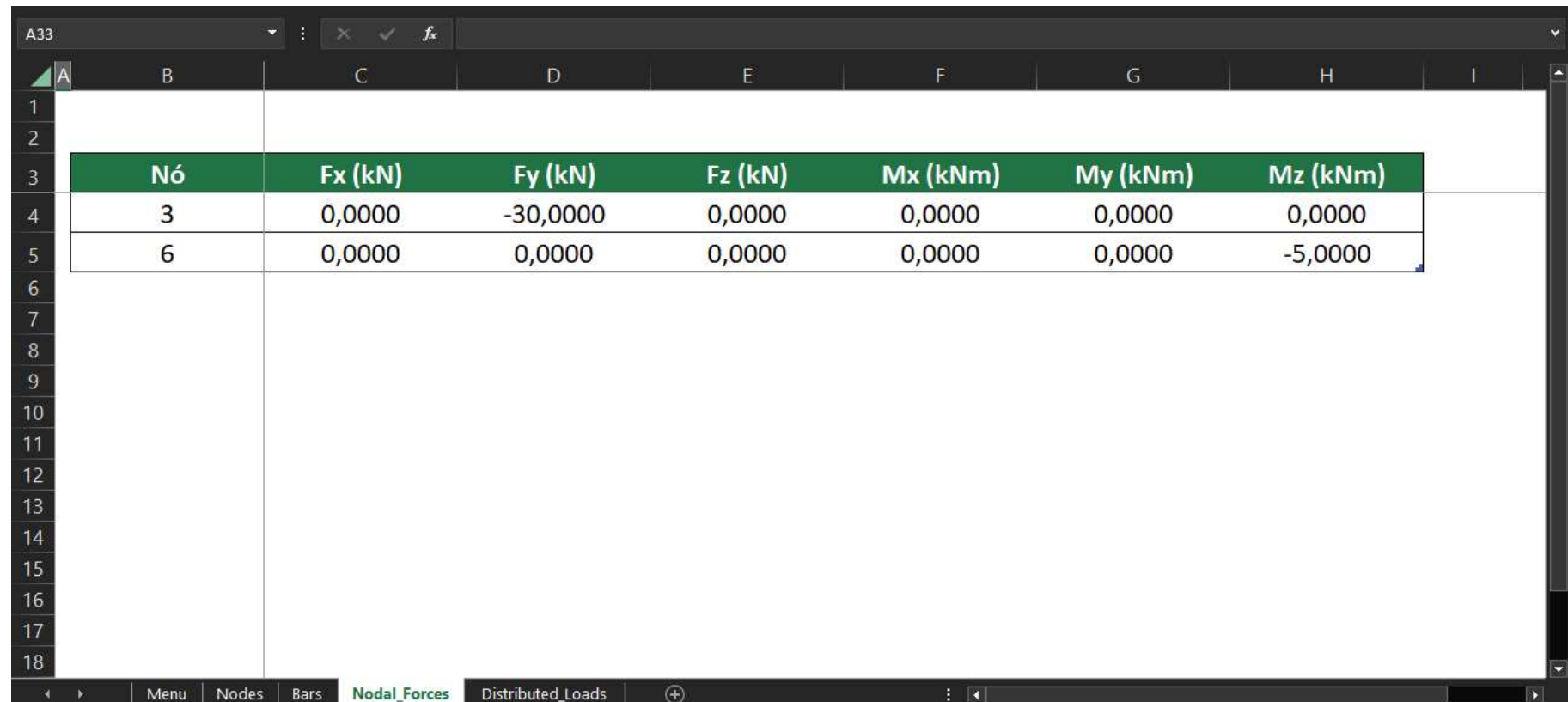
Figura 4.4 – Planilha para entrada dos dados acerca das ações distribuídas em cada barra.



Barra	Nó inicial	Nó final	$F_{x_{inicial}}$ (kN/m)	$F_{x_{final}}$ (kN/m)	$F_{y_{inicial}}$ (kN/m)	$F_{y_{final}}$ (kN/m)	$F_{z_{inicial}}$ (kN/m)	$F_{z_{final}}$ (kN/m)	T_{y+} (°C)	T_{y-} (°C)	T_{z+} (°C)	T_{z-} (°C)
1	1	2	0,0000	0,0000	0,0000	-20,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-5,0000	0,0000	0,0000
2	2	3	0,0000	0,0000	-50,0000	-50,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-5,0000	0,0000	0,0000
3	3	4	0,0000	0,0000	-50,0000	-50,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-5,0000	0,0000	0,0000
4	4	5	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-5,0000	0,0000	0,0000
5	4	6	0,0000	0,0000	-50,0000	-50,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Fonte: Autor (2022)

Figura 4.5 – Planilha para entrada dos dados acerca das ações nodais.



Nó	Fx (kN)	Fy (kN)	Fz (kN)	Mx (kNm)	My (kNm)	Mz (kNm)
3	0,0000	-30,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
6	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-5,0000

Fonte: Autor (2022)

4.2 ANÁLISE ESTRUTURAL DE ESTRUTURAS RETICULADAS

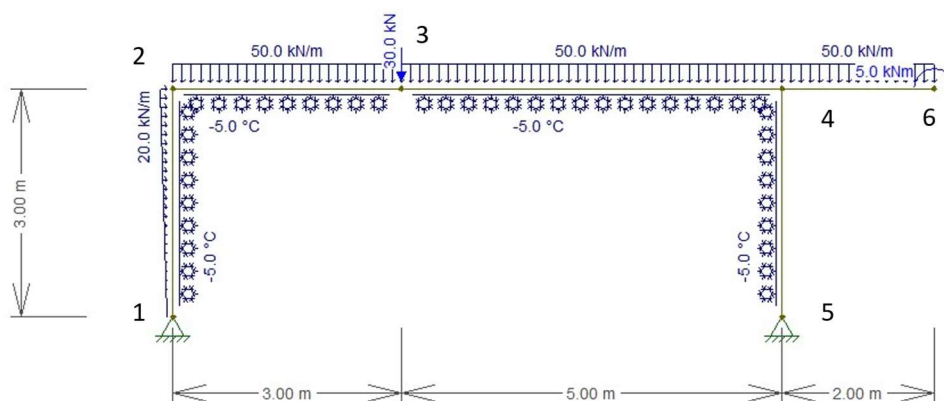
Através da metodologia apresentada anteriormente foi possível construir um programa para análise matricial de pórticos espaciais a partir do qual foram obtidos os resultados que serão apresentados a seguir. Além disso, serão também apresentados os resultados obtidos com outros programas para as mesmas estruturas visando-se a validação do algoritmo implementado.

Tendo isso em vista, vale ressaltar que o programa desenvolvido neste trabalho adota um sistema de referência (conforme desenvolvido no Capítulo 2) diferindo-se de outros *softwares* voltados ao cálculo de estruturas espaciais e, por isso, as rotações e os momentos aparecem com sinal inverso quando comparados com os calculados pelo SAP2000® e pelo Robot®. Entretanto, quando comparados com os resultados do *software* Ftool®, não são observadas tais divergências, uma vez que se buscou adotar a mesma convenção para o sistema de referência dos eixos globais da estrutura.

4.2.1 EXEMPLO 1 – PÓRTICO PLANO COM VARIAÇÃO DE TEMPERATURA

Este primeiro exemplo objetivou a verificação da eficácia e robustez do código no que se refere à análise de estruturas sujeitas às ações indiretas devidas à variação de temperatura. Para tanto, no Ftool®, modelou-se o pórtico plano indicado na Figura 4.6, em que se pode observar a incidência de uma variação térmica em gradiente.

Figura 4.6 – Exemplo 1 – Pórtico plano sujeito à variação de temperatura.



Fonte: Autor (2022)

Os elementos posicionados na vertical apresentam seção transversal retangular de 25cm × 40cm, enquanto que os demais apresentam seção retangular de 20cm × 60cm.

A entrada da estrutura na pasta de trabalho ocorre conforme exposto anteriormente neste capítulo e indicado a seguir pelas Tabelas 4.1, 4.2, 4.3 e 4.4.

Tabela 4.1 - Exemplo 1 – Dados acerca dos nós da estrutura.

Nós	x (m)	y (m)	z (m)	desloc.x	desloc.y	desloc.z	rot.x	rot.y	rot.z	Δ_x (m)	Δ_y (m)	Δ_z (m)	Θ_x (rad)	Θ_y (rad)	Θ_z (rad)
1	0,000	0,000	0,000	1	1	1	0	0	0	0,00	0,00	0,00	0,0000	0,0000	0,0000
2	0,000	3,000	0,000	0	0	1	0	0	0	0,00	0,00	0,00	0,0000	0,0000	0,0000
3	3,000	3,000	0,000	0	0	1	0	0	0	0,00	0,00	0,00	0,0000	0,0000	0,0000
4	8,000	3,000	0,000	0	0	1	0	0	0	0,00	0,00	0,00	0,0000	0,0000	0,0000
5	8,000	0,000	0,000	1	1	1	0	0	0	0,00	0,00	0,00	0,0000	0,0000	0,0000
6	10,000	3,000	0,000	0	0	1	0	0	0	0,00	0,00	0,00	0,0000	0,0000	0,0000

Fonte: Autor (2022)

Tabela 4.2 - Exemplo 1 – Dados acerca das barras da estrutura.

Barra	Nó inicial	Nó final	Mod. Elast. (GPa)	ν	α ($^{\circ}\text{C}^{-1}$)	Tipo Seção	b_z (m)	h_y (m)
1	1	2	2,50E+01	2,00E-01	1,00E-05	2	0,25	0,40
2	2	3	2,50E+01	2,00E-01	1,00E-05	2	0,20	0,60
3	3	4	2,50E+01	2,00E-01	1,00E-05	2	0,20	0,60
4	4	5	2,50E+01	2,00E-01	1,00E-05	2	0,25	0,40
5	4	6	2,50E+01	2,00E-01	1,00E-05	2	0,20	0,60

Fonte: Autor (2022)

Tabela 4.3 - Exemplo 1 – Entrada das cargas nodais.

Nó	F_x (kN)	F_y (kN)	F_z (kN)	M_x (kNm)	M_y (kNm)	M_z (kNm)
3	0,0000	-30,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
6	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-5,0000

Fonte: Autor (2022)

Tabela 4.4 - Exemplo 1 – Entrada das cargas distribuídas.

Barra	Nó inicial	Nó final	$F_{x\text{inicial}}$ (kN/m)	$F_{x\text{final}}$ (kN/m)	$F_{y\text{inicial}}$ (kN/m)	$F_{y\text{final}}$ (kN/m)	$F_{z\text{inicial}}$ (kN/m)	$F_{z\text{final}}$ (kN/m)	T_{yx} ($^{\circ}\text{C}$)	T_{xy} ($^{\circ}\text{C}$)	T_{xz} ($^{\circ}\text{C}$)	T_{zx} ($^{\circ}\text{C}$)
1	1	2	0,0000	0,0000	0,0000	-20,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-5,0000	0,0000	0,0000
2	2	3	0,0000	0,0000	-50,0000	-50,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-5,0000	0,0000	0,0000
3	3	4	0,0000	0,0000	-50,0000	-50,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-5,0000	0,0000	0,0000
4	4	5	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-5,0000	0,0000	0,0000
5	4	6	0,0000	0,0000	-50,0000	-50,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Fonte: Autor (2022)

Dessa forma, os deslocamentos resultantes da estrutura podem ser observados na

Tabela 4.5. Além disso, verifica-se que os resultados obtidos com os dois programas não apresentam divergência alguma. As reações de apoio, por sua vez, são apresentadas na Tabela 4.6 em que se pode observar uma divergência máxima de 0,0050%.

Tabela 4.5 - Exemplo 1 – Deslocamentos nodais resultantes.

DESLOCAMENTOS RESULTANTES						
SPACE FRAMES						
Nó	D _x (m)	D _y (m)	D _z (m)	R _x (rad)	R _y (rad)	R _z (rad)
1	0,0000E+00	0,0000E+00	-	-	-	-9,7303E-04
2	7,4546E-03	-3,1275E-04	-	-	-	-5,5910E-03
3	7,3232E-03	-1,4894E-02	-	-	-	-2,0777E-03
4	7,1041E-03	-4,7325E-04	-	-	-	2,8981E-03
5	0,0000E+00	0,0000E+00	-	-	-	-5,0949E-03
6	7,1041E-03	4,1008E-03	-	-	-	2,0463E-03
FTOOL						
Nó	D _x (m)	D _y (m)	D _z (m)	R _x (rad)	R _y (rad)	R _z (rad)
1	0,0000E+00	0,0000E+00	-	-	-	-9,7303E-04
2	7,4546E-03	-3,1275E-04	-	-	-	-5,5910E-03
3	7,3232E-03	-1,4894E-02	-	-	-	-2,0777E-03
4	7,1041E-03	-4,7325E-04	-	-	-	2,8981E-03
5	0,0000E+00	0,0000E+00	-	-	-	-5,0949E-03
6	7,1041E-03	4,1008E-03	-	-	-	2,0463E-03

Fonte: Autor (2022)

Tabela 4.6 - Exemplo 1 – Reações de apoio.

REAÇÕES DE APOIO						
SPACE FRAMES						
Nó	F _x (kN)	F _y (kN)	F _z (kN)	M _x (kNm)	M _y (kNm)	M _z (kNm)
1	2,6430E+01	1,9812E+02	-	-	-	-
5	-5,6430E+01	3,3188E+02	-	-	-	-
FTOOL						
Nó	F _x (kN)	F _y (kN)	F _z (kN)	M _x (kNm)	M _y (kNm)	M _z (kNm)
1	2,6430E+01	1,9813E+02	-	-	-	-
5	-5,6430E+01	3,3187E+02	-	-	-	-

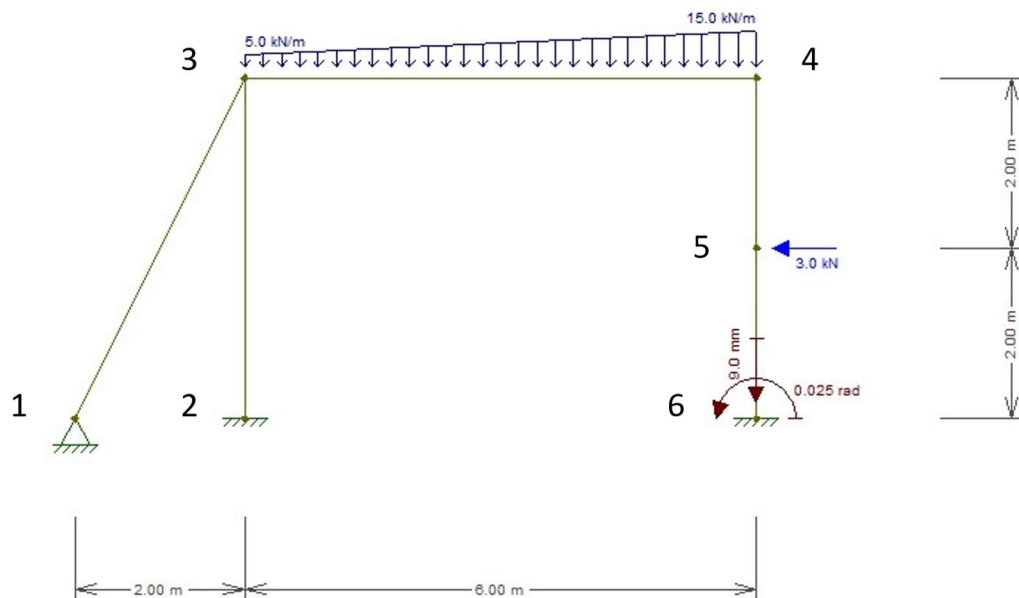
Fonte: Autor (2022)

4.2.2 EXEMPLO 2 – PÓRTICO PLANO COM DESLOCAMENTOS PRESCRITOS

Este exemplo, por sua vez, objetivou a verificação da eficácia e robustez do código no que se refere à análise de estruturas sujeitas às ações indiretas devidas a deslocamentos

prescritos. Dessa forma, no Ftool[®], modelou-se o pórtico plano indicado na Figura 4.6, em que se pode observar a prescrição de dois deslocamentos no nó 6.

Figura 4.7 – Exemplo 2 – Pórtico plano sujeito a deslocamentos prescritos.



Fonte: Autor (2022)

O elemento delimitado pelos nós 1 e 3 apresenta seção circular com diâmetro de 2cm. Já os demais elementos apresentam seção retangular de 20cm × 30cm.

A entrada da estrutura na pasta de trabalho ocorre conforme apresentado nas Tabelas 4.7 a 4.10.

Tabela 4.7 - Exemplo 2 – Dados acerca dos nós da estrutura.

Nós	x (m)	y (m)	z (m)	desloc.x	desloc.y	desloc.z	rot.x	rot.y	rot.z	Δ_x (m)	Δ_y (m)	Δ_z (m)	Θ_x (rad)	Θ_y (rad)	Θ_z (rad)
1	0,00	0,00	0,00	1	1	1	0	0	0	0,00	0,00	0,00	0,0000	0,0000	0,0000
2	2,00	0,00	0,00	1	1	1	0	0	1	0,00	0,00	0,00	0,0000	0,0000	0,0000
3	2,00	4,00	0,00	0	0	1	0	0	0	0,00	0,00	0,00	0,0000	0,0000	0,0000
4	8,00	4,00	0,00	0	0	1	0	0	0	0,00	0,00	0,00	0,0000	0,0000	0,0000
5	8,00	2,00	0,00	0	0	1	0	0	0	0,00	0,00	0,00	0,0000	0,0000	0,0000
6	8,00	0,00	0,00	1	1	1	0	0	1	0,00	-0,01	0,00	0,0000	0,0000	0,0250

Fonte: Autor (2022)

Tabela 4.8 - Exemplo 2 – Dados acerca das barras da estrutura.

Barra	Nó inicial	Nó final	Mod. Elast. (GPa)	ν	α ($^{\circ}\text{C}^{-1}$)	Tipo Seção	b_z (m)	h_y (m)
1	1	3	2,05E+02	3,00E-01	1,20E-05	1	0,02	0,02
2	2	3	2,50E+01	2,00E-01	1,00E-05	2	0,20	0,30
3	3	4	2,50E+01	2,00E-01	1,00E-05	2	0,20	0,30
4	4	5	2,50E+01	2,00E-01	1,00E-05	2	0,20	0,30
5	5	6	2,50E+01	2,00E-01	1,00E-05	2	0,20	0,30

Fonte: Autor (2022)

Tabela 4.9 - Exemplo 2 – Entrada das cargas nodais.

Nó	F _x (kN)	F _y (kN)	F _z (kN)	M _x (kNm)	M _y (kNm)	M _z (kNm)
5	-3,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Fonte: Autor (2022)

Tabela 4.10 - Exemplo 2 – Entrada das cargas distribuídas.

Barra	F _x inicial (kN/m)	F _x final (kN/m)	F _y inicial (kN/m)	F _y final (kN/m)	F _z inicial (kN/m)	F _z final (kN/m)	T _{yx} (°C)	T _{xy} (°C)	T _{yz} (°C)	T _{zy} (°C)
3	0,0000	0,0000	-5,0000	-15,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Fonte: Autor (2022)

Assim, os deslocamentos resultantes da estrutura e as reações de apoio podem ser observados, respectivamente, nas Tabelas 4.11 e 4.12. Ademais, observa-se que os resultados obtidos com os dois programas não apresentam divergência alguma.

Tabela 4.11 - Exemplo 2 – Deslocamentos nodais resultantes.

DESLOCAMENTOS RESULTANTES						
SPACE FRAMES						
Nó	D _x (m)	D _y (m)	D _z (m)	R _x (rad)	R _y (rad)	R _z (rad)
1	0,0000E+00	0,0000E+00	-	-	-	3,9988E-03
2	0,0000E+00	0,0000E+00	-	-	-	0,0000E+00
3	-1,6746E-02	8,9853E-05	-	-	-	2,0770E-03
4	-1,6974E-02	-9,0870E-03	-	-	-	-3,3338E-03
5	-2,2743E-02	-9,0435E-03	-	-	-	9,4889E-04
6	0,0000E+00	-9,0000E-03	-	-	-	2,5000E-02
FTOOL						
Nó	D _x (m)	D _y (m)	D _z (m)	R _x (rad)	R _y (rad)	R _z (rad)
1	0,0000E+00	0,0000E+00	-	-	-	3,9988E-03
2	0,0000E+00	0,0000E+00	-	-	-	0,0000E+00
3	-1,6746E-02	8,9853E-05	-	-	-	2,0770E-03
4	-1,6974E-02	-9,0870E-03	-	-	-	-3,3338E-03
5	-2,2743E-02	-9,0435E-03	-	-	-	9,4889E-04
6	0,0000E+00	-9,0000E-03	-	-	-	2,5000E-02

Fonte: Autor (2022)

Tabela 4.12 - Exemplo 2 – Reações de apoio.

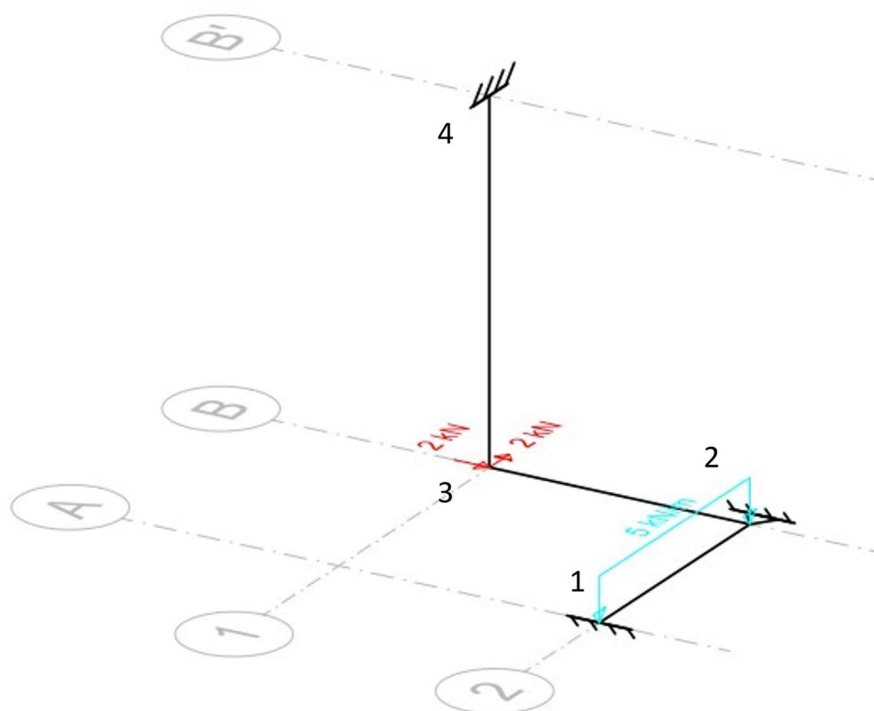
REAÇÕES DE APOIO						
SPACE FRAMES						
Nó	F_x (kN)	F_y (kN)	F_z (kN)	M_x (kNm)	M_y (kNm)	M_z (kNm)
1	3,0537E+01	6,1074E+01	-	-	-	-
2	2,6562E+01	-3,3695E+01	-	-	-	-5,8965E+01
6	-5,4099E+01	3,2621E+01	-	-	-	1,8939E+02
FTOOL						
Nó	F_x (kN)	F_y (kN)	F_z (kN)	M_x (kNm)	M_y (kNm)	M_z (kNm)
1	3,0537E+01	6,1074E+01	-	-	-	-
2	2,6562E+01	-3,3695E+01	-	-	-	-5,8965E+01
6	-5,4099E+01	3,2621E+01	-	-	-	1,8939E+02

Fonte: Autor (2022)

4.2.3 EXEMPLO 3 – PÓRTICO ESPACIAL

Buscando-se a verificação das estruturas espaciais, modelou-se o pórtico apresentado na Figura 4.8 para comparação com os resultados obtidos a partir do *software* Robot®.

Figura 4.8 – Exemplo 3 – Pórtico espacial.



Fonte: Autor (2022)

Nesta estrutura todas as barras apresentam seção quadrada de 20cm $\times$ 20cm. Sendo a distância entre os eixos 1 e 2 de 6m. Os eixos A e B também distam 6m entre si. Já a distância entre os eixos B e B' é de 8m.

Deste modo, a entrada de dados no programa deu-se como indicado nas Tabelas 4.13, 4.14, 4.15 e 4.16.

Tabela 4.13 - Exemplo 3 – Dados acerca dos nós da estrutura.

Nós	x (m)	y (m)	z (m)	desloc.x	desloc.y	desloc.z	rot.x	rot.y	rot.z	Δ_x (m)	Δ_y (m)	Δ_z (m)	Θ_x (rad)	Θ_y (rad)	Θ_z (rad)
1	0,000	0,000	0,000	1	1	1	1	1	1	0,00	0,00	0,00	0,0000	0,0000	0,0000
2	6,000	0,000	0,000	1	1	1	0	0	0	0,00	0,00	0,00	0,0000	0,0000	0,0000
3	6,000	0,000	6,000	0	0	0	0	0	0	0,00	0,00	0,00	0,0000	0,0000	0,0000
4	6,000	8,000	6,000	1	1	1	1	1	1	0,00	0,00	0,00	0,0000	0,0000	0,0000

Fonte: Autor (2022)

Tabela 4.14 - Exemplo 3 – Dados acerca das barras da estrutura.

Barra	Nó inicial	Nó final	Mod. Elast. (GPa)	ν	α ($^{\circ}\text{C}^{-1}$)	Tipo Seção	b_z (m)	h_y (m)
1	1	2	2,50E+01	2,00E-01	1,00E-05	2	0,20	0,20
2	2	3	2,50E+01	2,00E-01	1,00E-05	2	0,20	0,20
3	3	4	2,50E+01	2,00E-01	1,00E-05	2	0,20	0,20

Fonte: Autor (2022)

Tabela 4.15 - Exemplo 3 – Entrada das cargas nodais.

Nó	Fx (kN)	Fy (kN)	Fz (kN)	Mx (kNm)	My (kNm)	Mz (kNm)
3	2,0000	0,0000	2,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Fonte: Autor (2022)

Tabela 4.16 - Exemplo 3 – Entrada das cargas distribuídas.

Barra	Nó inicial	Nó final	$F_{x\text{inicial}}$ (kN/m)	$F_{x\text{final}}$ (kN/m)	$F_{y\text{inicial}}$ (kN/m)	$F_{y\text{final}}$ (kN/m)	$F_{z\text{inicial}}$ (kN/m)	$F_{z\text{final}}$ (kN/m)	T_{y+} ($^{\circ}\text{C}$)	T_{y-} ($^{\circ}\text{C}$)	T_{z+} ($^{\circ}\text{C}$)	T_{z-} ($^{\circ}\text{C}$)
1	1	2	0,0000	0,0000	-5,0000	-5,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Fonte: Autor (2022)

Com isso, os deslocamentos resultantes da estrutura e as reações de apoio podem ser observados, respectivamente, nas Tabelas 4.17 e 4.18. Vale-se destacar que os resultados de rotação e de momento apresentam sinal inverso de um programa para o outro por conta do sistema de referência adotado. Todavia, os resultados apresentam uma divergência máxima de 0,0011%.

Tabela 4.17 - Exemplo 3 – Deslocamentos nodais resultantes.

DESLOCAMENTOS RESULTANTES						
SPACE FRAMES						
Nó	D _x (m)	D _y (m)	D _z (m)	R _x (rad)	R _y (rad)	R _z (rad)
2	0,0000E+00	0,0000E+00	0,0000E+00	4,6603E-07	2,7348E-03	6,7233E-03
3	3,4859E-02	2,8026E-09	1,1996E-05	-1,0976E-06	6,4905E-03	6,5717E-03
ROBOT®						
Nó	D _x (m)	D _z (m)	D _y (m)	R _x (rad)	R _z (rad)	R _y (rad)
2	0,0000E+00	0,0000E+00	0,0000E+00	-4,6604E-07	-2,7348E-03	-6,7233E-03
3	3,4859E-02	2,8026E-09	1,1996E-05	1,0976E-06	-6,4905E-03	-6,5717E-03

Fonte: Autor (2022)

Tabela 4.18 - Exemplo 3 – Reações de apoio.

REAÇÕES DE APOIO						
SPACE FRAMES						
Nó	F _x (kN)	F _y (kN)	F _z (kN)	M _x (kNm)	M _y (kNm)	M _z (kNm)
1	0,0000E+00	1,8735E+01	-1,5193E+00	-1,8231E-04	3,0387E+00	2,2470E+01
2	-1,3303E+00	1,1265E+01	-4,8008E-01	-	-	-
4	-6,6973E-01	-3,5032E-04	-5,9424E-04	2,8343E-03	-1,9043E+00	-5,4171E+00
ROBOT®						
Nó	F _x (kN)	F _z (kN)	F _y (kN)	M _x (kNm)	M _z (kNm)	M _y (kNm)
1	0,0000E+00	1,8735E+01	-1,5193E+00	1,8231E-04	-3,0387E+00	-2,2470E+01
2	-1,3303E+00	1,1265E+01	-4,8008E-01	-	-	-
4	-6,6973E-01	-3,5032E-04	-5,9424E-04	-2,8343E-03	1,9043E+00	5,4171E+00

Fonte: Autor (2022)

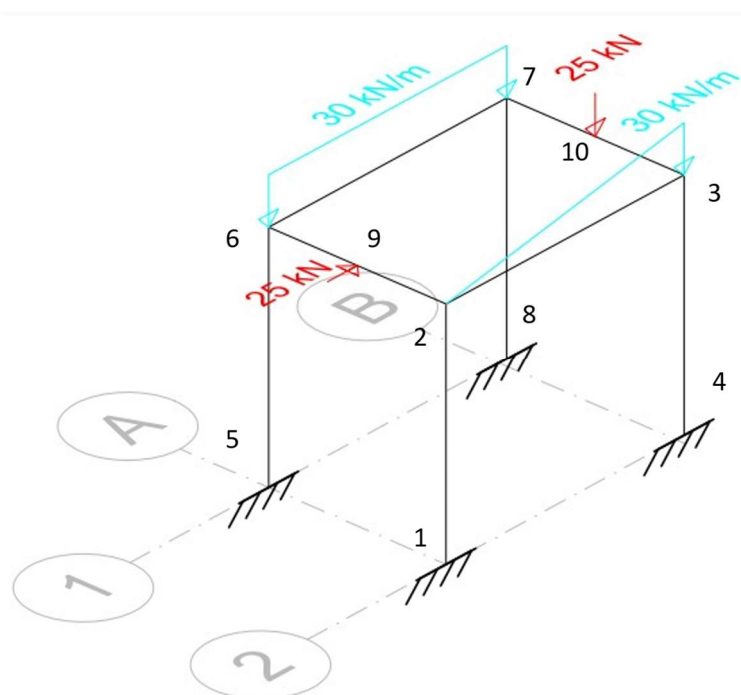
4.2.4 EXEMPLO 4 – PÓRTICO ESPACIAL COM CARREGAMENTO DISTRIBUÍDO TRIANGULAR

Por fim, visando a verificação da robustez do programa para o cálculo de estruturas espaciais, modelou-se o pórtico espacial extraído do trabalho de Nogueira (2021) que segue apresentado na Figura 4.9. Os resultados obtidos com o programa foram então validados através da comparação com os mesmos calculados pelo *software* SAP2000®.

A distância entre os eixos 1 e 2 é de 4m enquanto que entre os eixos A e B é de 6m. A estrutura tem uma altura total de 5m. Os elementos na vertical apresentam seção quadrada de 20cm × 20cm, enquanto que as vigas delimitadas pelos nós 2 e 3, 6 e 7 apresentam seção retangular de 20cm × 60cm. As demais vigas apresentam seção retangular de 20cm × 40cm.

Deste modo, a entrada de dados no programa deu-se como indicado nas Tabelas 4.19, 4.20, 4.21 e 4.22.

Figura 4.9 – Exemplo 4 – Pórtico espacial com carregamento distribuído triangular.



Fonte: Adaptado de Nogueira (2021)

Tabela 4.19 - Exemplo 4 – Dados acerca dos nós da estrutura.

Nós	x (m)	y (m)	z (m)	desloc.x	desloc.y	desloc.z	rot.x	rot.y	rot.z	Δ_x (m)	Δ_y (m)	Δ_z (m)	Θ_x (rad)	Θ_y (rad)	Θ_z (rad)
1	0,000	0,000	0,000	1	1	1	1	1	1	0,00	0,00	0,00	0,0000	0,0000	0,0000
2	0,000	5,000	0,000	0	0	0	0	0	0	0,00	0,00	0,00	0,0000	0,0000	0,0000
3	6,000	5,000	0,000	0	0	0	0	0	0	0,00	0,00	0,00	0,0000	0,0000	0,0000
4	6,000	0,000	0,000	1	1	1	1	1	1	0,00	0,00	0,00	0,0000	0,0000	0,0000
5	0,000	0,000	-4,000	1	1	1	1	1	1	0,00	0,00	0,00	0,0000	0,0000	0,0000
6	0,000	5,000	-4,000	0	0	0	0	0	0	0,00	0,00	0,00	0,0000	0,0000	0,0000
7	6,000	5,000	-4,000	0	0	0	0	0	0	0,00	0,00	0,00	0,0000	0,0000	0,0000
8	6,000	0,000	-4,000	1	1	1	1	1	1	0,00	0,00	0,00	0,0000	0,0000	0,0000
9	0,000	5,000	-2,000	0	0	0	0	0	0	0,00	0,00	0,00	0,0000	0,0000	0,0000
10	6,000	5,000	-2,000	0	0	0	0	0	0	0,00	0,00	0,00	0,0000	0,0000	0,0000

Fonte: Autor (2022)

Tabela 4.20 - Exemplo 4 – Dados acerca das barras da estrutura.

Barra	Nó inicial	Nó final	Mod. Elast. (GPa)	ν	α ($^{\circ}\text{C}^{-1}$)	Tipo Seção	b_x (m)	h_y (m)
1	1	2	2,50E+01	2,00E-01	1,00E-05	2	0,20	0,20
2	2	3	2,50E+01	2,00E-01	1,00E-05	2	0,20	0,60
3	3	4	2,50E+01	2,00E-01	1,00E-05	2	0,20	0,20
4	5	6	2,50E+01	2,00E-01	1,00E-05	2	0,20	0,20
5	6	7	2,50E+01	2,00E-01	1,00E-05	2	0,20	0,60
6	7	8	2,50E+01	2,00E-01	1,00E-05	2	0,20	0,20
7	2	9	2,50E+01	2,00E-01	1,00E-05	2	0,20	0,40
8	9	6	2,50E+01	2,00E-01	1,00E-05	2	0,20	0,40
9	3	10	2,50E+01	2,00E-01	1,00E-05	2	0,20	0,40
10	10	7	2,50E+01	2,00E-01	1,00E-05	2	0,20	0,40

Fonte: Autor (2022)

Tabela 4.21 - Exemplo 4 – Entrada das cargas nodais.

Nó	F _x (kN)	F _y (kN)	F _z (kN)	M _x (kNm)	M _y (kNm)	M _z (kNm)
9	15,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
10	0,0000	-25,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Fonte: Autor (2022)

Tabela 4.22 - Exemplo 4 – Entrada das cargas distribuídas.

Barra	Nó inicial	Nó final	F _x inicial (kN/m)	F _x final (kN/m)	F _y inicial (kN/m)	F _y final (kN/m)	F _z inicial (kN/m)	F _z final (kN/m)	T _{yx} (°C)	T _{xy} (°C)	T _{yz} (°C)	T _{zy} (°C)
2	2	3	0,0000	0,0000	0,0000	-30,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
5	6	7	0,0000	0,0000	-30,0000	-30,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Fonte: Autor (2022)

Dessa forma, os deslocamentos resultantes da estrutura e as reações de apoio podem ser analisados, respectivamente, nas Tabelas 4.23 e 4.24. Vale-se destacar que os resultados de rotação e de momento apresentam sinal inverso de um programa para o outro por conta do sistema de referência adotado. No entanto, os resultados apresentam uma divergência máxima de 2,2667% que se deve a forma de calcular o módulo torcional de inércia.

Tabela 4.23 - Exemplo 4 – Deslocamentos nodais resultantes.

SPACE FRAMES						
Nó	D _x (m)	D _y (m)	D _z (m)	R _x (rad)	R _y (rad)	R _z (rad)
2	1,1880E-02	-1,3442E-04	1,9830E-04	1,5643E-04	8,1882E-04	-1,4960E-03
3	1,1870E-02	-3,7826E-04	7,8742E-05	7,3542E-04	-2,3253E-04	1,4034E-03
6	1,1977E-02	-4,3451E-04	1,9635E-04	-1,1861E-05	-7,7586E-04	-2,8002E-03
7	1,1965E-02	-5,2781E-04	7,9437E-05	-6,5885E-04	2,7477E-04	2,5662E-03
SAP 2000 (NOGUEIRA, 2021)						
Nó	D _x (m)	D _z (m)	D _y (m)	R _x (rad)	R _z (rad)	R _y (rad)
2	1,1940E-02	-1,3000E-04	2,0000E-04	-1,6000E-04	-8,2000E-04	1,5000E-03
3	1,1930E-02	-3,8000E-04	8,0000E-05	-7,4000E-04	2,3000E-04	-1,4000E-03
6	1,2040E-02	-4,4000E-04	2,0000E-04	1,0000E-05	7,8000E-04	2,8000E-03
7	1,2030E-02	-5,3000E-04	8,0000E-05	6,6000E-04	-2,7000E-04	-2,5600E-03

Fonte: Autor (2022)

Tabela 4.24 - Exemplo 4 – Reações de apoio.

SPACE FRAMES						
Nó	F _x (kN)	F _y (kN)	F _z (kN)	M _x (kNm)	M _y (kNm)	M _z (kNm)
1	-2,6048E+00	2,6884E+01	6,1688E-02	4,9935E-02	-3,8439E-01	7,5093E+00
4	-4,9212E+00	7,5653E+01	5,6314E-01	9,1756E-01	1,0916E-01	1,1367E+01
5	-1,5923E+00	8,6902E+01	-7,2310E-02	-1,7290E-01	3,6422E-01	5,8476E+00
8	-5,8817E+00	1,0556E+02	-5,5250E-01	-9,4202E-01	-1,2899E-01	1,2993E+01
SAP 2000 (NOGUEIRA, 2021)						
Nó	F _x (kN)	F _z (kN)	F _y (kN)	M _x (kNm)	M _z (kNm)	M _y (kNm)
1	-2,6100E+00	2,6885E+01	6,1000E-02	-4,9400E-02	3,8470E-01	-7,5239E+00
4	-4,9160E+00	7,5652E+01	5,6100E-01	-9,1150E-01	-1,0890E-01	-1,1356E+01
5	-1,6020E+00	8,6903E+01	-7,2000E-02	1,7210E-01	-3,6450E-01	-5,8734E+00
8	-5,8730E+00	1,0556E+02	-5,5000E-01	9,3620E-01	1,2870E-01	-1,2972E+01

Fonte: Autor (2022)

CAPÍTULO 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir dos resultados apresentados, pode-se concluir que o programa desenvolvido é eficaz para a análise de pórticos planos e espaciais considerando-se a ocorrência de variações de temperatura e deslocamentos prescritos em determinada estrutura, com uma margem de erro de resultados irrisória quando comparado a outros *softwares* já consolidados no mercado.

Além disso, uma vantagem de sua utilização reside no fato de o mesmo ser um programa gratuito, garantindo uma maior acessibilidade e a possibilidade de sua utilização para fins acadêmicos.

Tendo isso em vista, recomenda-se o desenvolvimento de estudos acerca desta aplicabilidade tendo em conta, também, a sua interface simplificada que proporciona uma utilização mais intuitiva e dinâmica, podendo mostrar-se como uma opção ao uso dos demais *softwares*. Ademais, como propostas de trabalhos futuros nesta linha de pesquisa tem-se que pode ser adicionado ao código do programa a possibilidade de se modelar ligações articuladas (rótulas) e apoios elásticos.

REFERÊNCIAS

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6120**: Ações para o cálculo de estruturas de edificações. 2 ed. Rio de Janeiro: ABNT, 2019. 60 p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8681**: Ações e segurança nas estruturas - Procedimento. 1 ed. Rio de Janeiro: ABNT, 2003. 18 p.
- CARVALHO, Roberto Chust; FIGUEIREDO FILHO, Jasson Rodrigues de. **Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado**: segundo a NBR 6118:2014. 4. ed. São Carlos: Edufscar, 2020. 415 p.
- FERREIRA, Lohrane Aparecida. **Análise Matricial de Grelhas pelo Método da Rigidez**. 2019. 48 f. TCC (Graduação) - Curso de Engenharia Civil, Instituto Federal de Goiás, Jataí, 2019.
- GERE, James Monroe; WEAVER JUNIOR, William. **Análise de Estruturas Reticuladas**. Rio de Janeiro: Guanabara, 1987. 443 p. Tradução de: Carlos M. P. Ferreira Pinto.
- HIBBELER, Russell Charles. **Análise das Estruturas**. 8. ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2013. 522 p. Tradução de: Jorge Ritter; Revisão técnica de: Pedro Vianna.
- KASSIMALI, Aslam. **Análise Estrutural**. 5. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2015. 820 p. Tradução de: Noveritis do Brasil; Revisão técnica de: Luiz Antônio Vieira Carneiro.
- KIMURA, Alio. **Informática aplicada a estruturas de concreto armado**. 2. ed. São Paulo: Oficina de Textos, 2018. 428 p.
- LOGAN, Daryl L.. **A First Course in the Finite Element Method**. 6. ed. Platteville: Cengage Learning, 2017. 973 p.
- MARTHA, Luiz Fernando. **Análise de estruturas: conceitos e métodos básicos**. 2. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2017. 569 p.
- MATHWORKS, The. **MATLAB**: designed for the way you think and the work you do. 2022. Disponível em: <https://www.mathworks.com/products/matlab.html>. Acesso em: 08 set. 2022.
- NOGUEIRA, Williamar Vilela. **Análise Matricial de Estruturas pelo Método da Rigidez: pórtico espacial**. 2021. 66 f. TCC (Graduação) - Curso de Engenharia Civil, Instituto Federal de Goiás, Jataí, 2021.
- NUSSENZVEIG, Herch Moysés. **Curso de Física Básica: fluidos, oscilações e ondas, calor**. Vol. 2. 5. ed. Rio de Janeiro: Editora Edgard Blucher, 2014. 375 p. 4 v.
- OLIVEIRA, Patrick Lopes de. **Análise Matricial de Estruturas pelo Método da Rigidez**. 2018. 71 f. TCC (Graduação) - Curso de Engenharia Civil, Instituto Federal de Goiás, Jataí, 2018.

RIBEIRO, Kelly Santos. **Análise Matricial de Estruturas pelo Método da Rigidez**: pórtico plano. 2019. 26 f. TCC (Graduação) - Curso de Engenharia Civil, Instituto Federal de Goiás, Jataí, 2019.

SORIANO, Humberto Lima. **Análise de Estruturas**: formulação matricial e implementação computacional. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2005. 346 p.

SÜSSEKIND, José Carlos. **Curso de Análise Estrutural**: estruturas isostáticas. Vol. 1. Rio de Janeiro: Editora Globo, 1981. 366 p. 3 v.

VANDERBILT, M. Daniel. **Matrix Structural Analysis**: with numerous examples and solved illustrative problems. New York: Quantum, 1974. 397 p.