

INSTITUTO FEDERAL
GOIÁS
Câmpus Anápolis

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE GOIÁS
CÂMPUS ANÁPOLIS

TRABALHO DE CONCLUSÃO DO CURSO DE ENGENHARIA CIVIL DA
MOBILIDADE

ESTUDO DO TRAÇADO DAS LINHAS DE INFLUÊNCIA DOS ESFORÇOS
SOLICITANTES EM UMA PONTE EM VIGA DE CONCRETO ARMADO

Murillo Pedreiro

ORIENTADOR (A): Prof.^a Dra. Valéria Conceição Mouro
COORIENTADOR: Prof. Dr. Matheus Tabata Santos

PUBLICAÇÃO:

ANÁPOLIS

2022

Murillo Pedreiro

**ESTUDO DO TRAÇADO DAS LINHAS DE INFLUÊNCIA DOS ESFORÇOS
SOLICITANTES EM UMA PONTE EM VIGA DE CONCRETO ARMADO**

Trabalho de Conclusão do Curso de Engenharia Civil da
Mobilidade do Instituto Federal de Educação, Ciência e
Tecnologia de Goiás - Campus Anápolis, como requisito
parcial para conclusão de curso.

Orientador (a): Prof.^a Dra. Valéria Conceição Mouro.

Coorientador: Prof. Dr. Matheus Tabata Santos.

ANÁPOLIS, 2022

Dedico essa conquista a Deus, a minha esposa, pais, professores e amigos que participaram deste desafio junto comigo.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

PEDREIRO, Murillo

P371e Estudo do traçado das linhas de influência dos esforços solicitantes em uma ponte em viga de concreto armado / Murillo Pedreiro – Anápolis: IFG, 2022.
63 p. : il. color.

Orientadora: Prof. Dra. Valéria Conceição Mouro.
Coorientador: Prof. Dr. Matheus Tabata Santos

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) --
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de
Goiás: Câmpus Anápolis – Engenharia Civil da
Mobilidade, 2022.

1. Linha de influência. 2. Método de Lakmazaheri
(2022). 3. FTOOL. 4. Engenharia. I. MOURO, Valéria
Conceição orien.. II. SANTOS, Matheus Tabata
coorien.. III. Título.

CDD 625.7



INSTITUTO FEDERAL
Goiás

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE GOIÁS
CÂMPUS ANÁPOLIS

ATA Nº 15/2022.2

ATA DA SESSÃO PÚBLICA DE APRESENTAÇÃO E DEFESA DO TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

No 10º dia do mês de dezembro do ano de dois mil e vinte e dois, às 08:07 horas, na sala T-601 do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás - Câmpus Anápolis, foi realizada a sessão pública de apresentação e defesa do Trabalho de Conclusão de Curso do(a) Graduando(a) **Murillo Pedreiro** (matrícula 20172060130019) do curso de Engenharia Civil da Mobilidade. A banca foi composta pelos seguintes membros: Prof. Dr. Matheus Tabata Santos, Prof. Me. Vilson Dalla Libera Junior e Eng. Ricardo Chaveiro Alves, sob a presidência do primeiro. O trabalho de conclusão de curso tem como título "**Estudo do Traçado das Linhas de Influência dos Esforços Solicitantes em uma Ponte em Viga de Concreto Armado**", da área de Estruturas, sob orientação da Profa. Dra. Valéria Conceição Mouro Costa e coorientação do Prof. Dr. Matheus Tabata Santos. Após a apresentação, tendo sido o autor arguido pela Banca Examinadora, a nota obtida foi 8,6 (oito vírgula seis) e o Trabalho de Conclusão de Curso foi considerado:

- () aprovado
- (X) aprovado com correções
- () reprovado pela banca examinadora.

Encerra-se a presente sessão às 09 horas e 15 minutos. Eu, Prof. Dr. Matheus Tabata Santos, dato e assino a presente ata que segue assinada por todos os membros da Banca e pelo graduando.

Prof. Dr. Matheus Tabata Santos

(Assinado eletronicamente)

Prof. Me. Vilson Dalla Libera Junior

(Assinado eletronicamente)

Eng. Ricardo Chaveiro Alves

Ricardo Chaveiro Alves

(Assinado eletronicamente)

Murillo Pedreiro

(Graduando)

Documento assinado eletronicamente por:

- Vilson Dalla Libera Junior, PROF ENS BAS TEC TECNOLÓGICO-SUBSTITUTO, em 12/12/2022 14:41:13.
- Matheus Tabata Santos, COORDENADOR - FG1 - ANA-CA, em 12/12/2022 14:08:19.

Este documento foi emitido pelo SUAP em 05/12/2022. Para comprovar sua autenticidade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse <https://suap.ifg.edu.br/autenticar-documento/> e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 352618

Código de Autenticação: 022cd94bb2





INSTITUTO FEDERAL
Goiás

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
SISTEMA INTEGRADO DE BIBLIOTECAS

**TERMO DE AUTORIZAÇÃO PARA DISPONIBILIZAÇÃO
NO REPOSITÓRIO DIGITAL DO IFG - ReDi IFG**

Com base no disposto na Lei Federal nº 9.610/98, AUTORIZO o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, a disponibilizar gratuitamente o documento no Repositório Digital (ReDi IFG), sem ressarcimento de direitos autorais, conforme permissão assinada abaixo, em formato digital para fins de leitura, download e impressão, a título de divulgação da produção técnico-científica no IFG.

Identificação da Produção Técnico-Científica

- | | |
|--|---|
| ☐ Tese | ☐ Artigo Científico |
| ☐ Dissertação | ☐ Capítulo de Livro |
| ☐ Monografia – Especialização | ☐ Livro |
| ☒ TCC - Graduação | ☐ Trabalho Apresentado em Evento |
| ☐ Produto Técnico e Educacional - Tipo: _____ | |

Nome Completo do Autor: Murillo Pedreiro.

Matrícula: 20172060130019

Título do Trabalho: Estudo do traçado das linhas de influência dos esforços solicitantes em uma ponte em viga de concreto armado.

Autorização - Marque uma das opções

1. ☒ Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso aberto);
2. ☐ Autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG somente após a data ____/____/____ (Embargo);
3. ☐ Não autorizo disponibilizar meu trabalho no Repositório Digital do IFG (acesso restrito).

Ao indicar a opção **2** ou **3**, marque a justificativa:

- ☐ O documento está sujeito a registro de patente.
☐ O documento pode vir a ser publicado como livro, capítulo de livro ou artigo.
☐ Outra justificativa: _____

DECLARAÇÃO DE DISTRIBUIÇÃO NÃO-EXCLUSIVA

O/A referido/a autor/a declara que:

- i. o documento é seu trabalho original, detém os direitos autorais da produção técnico-científica e não infringe os direitos de qualquer outra pessoa ou entidade;
- ii. obteve autorização de quaisquer materiais inclusos no documento do qual não detém os direitos de autor/a, para conceder ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás os direitos requeridos e que este material cujos direitos autorais são de terceiros, estão claramente identificados e reconhecidos no texto ou conteúdo do documento entregue;
- iii. cumpriu quaisquer obrigações exigidas por contrato ou acordo, caso o documento entregue seja baseado em trabalho financiado ou apoiado por outra instituição que não o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás.

_____, Anápolis, ____/____/____
Local Data

Murillo Pedreiro

Assinatura do Autor e/ou Detentor dos Direitos Autorais

RESUMO

A linha de influência é uma representação gráfica que revela em cada ponto de uma ponte o quanto de esforço será nela solicitado, devido a uma carga concentrada e/ou distribuída. Com essa linha de referência, pode-se descobrir qual é o ponto mais débil da estrutura, para que venhamos a projetar a ponte no pior carregamento possível. Para isso, é necessário calcular e comparar vários pontos prováveis de maior esforço. Temos três tipos de linhas de influência, elas podem ser obtidas para Reações, Cisalhamentos e Momentos Fletores (+) e (-). A linha de influência serve como auxílio para determinação da posição das cargas móveis e acidentais, da maneira mais crítica, para que atinjam os valores máximos de carregamento para projeção. O peso das cargas é importante, mas também a posição em que essas cargas atuam na estrutura. A combinação desses dois fatores vai guiar o Engenheiro Estrutural para o correto dimensionamento da estrutura. Um ponto importante deste trabalho é aplicar o método de Lakmazaheri (2022) em uma ponte de pequena extensão e compará-lo com os resultados encontrados no FTOOL. Verificou-se que com o traçado das linhas de influência e o posicionamento correto de suas cargas externas, que os resultados obtidos pelo método de Lakmazaheri (2022) e do aplicativo FTOOL são muito semelhantes, validando a eficiência do método do Lakmazaheri (2022). Mostrando que a praticidade e a simplicidade do método de Lakmazaheri (2022) na obtenção dos esforços internos com o uso das Linhas de Influência para a projeção de suas pontes de pequena extensão são meios de se calcular a projeção de uma ponte.

Palavras-chave: Linha de Influência; Método de Lakmazaheri (2022); FTOOL.

ABSTRACT

The line of influence is a graphic representation that reveals at each point of a bridge how much effort will be required on it, due to a concentrated and/or distributed load. With this reference line, it is possible to discover which is the weakest point of the structure, so that we can design the bridge in the worst possible load. For this, it is necessary to calculate and compare several probable points of greater effort. We have three types of influence lines, they can be obtained for Reactions, Shear and Bending Moments (+) and (-). The influence line serves as an aid to determine the position of mobile and accidental loads, in the most critical way, so that they reach the maximum load values for projection. The weight of the loads is important, but so is the position in which these loads act on the structure. The combination of these two factors will guide the Structural Engineer towards the correct dimensioning of the structure. An important point of this work is to apply the Lakmazaheri method (2022) in a small span bridge and compare it with the results found in FTOOL. It is verified that with the tracing of the influence lines and the correct positioning of their external loads that the results obtained by the Lakmazaheri method (2022) and the FTOOL application are very similar, validating the efficiency of the Lakmazaheri method (2022). Showing that the practicality and simplicity of Lakmazaheri's method (2022) in obtaining internal forces with the use of Lines of Influence for the projection of its small span bridges are means of calculating the projection of a bridge.

Key words: Line of Influence; Lakmazaheri method (2022); FTOOL.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	8
1.1 OBJETIVO GERAL	8
1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	8
1.3. JUSTIFICATIVA	9
1.4 ESTRUTURAÇÃO DO TRABALHO	10
2 REFERENCIAL TEÓRICO	11
2.1 PONTE EM VIGA	11
2.1.1 Tipos de Vigas	13
2.1.2 Vinculações Típicas	17
2.2 LINHAS DE INFLUÊNCIA (LI)	19
2.2.1 MÉTODO DE TRAÇADO DAS LINHAS DE INFLUÊNCIA DE LAKMAZAHERI (2022)	20
2.2.2 LINHAS DE INFLUÊNCIA DE REAÇÃO VERTICAL MÁXIMA	21
2.2.3 LINHAS DE INFLUÊNCIA DE CISALHAMENTO MÁXIMO	27
2.2.4 LINHAS DE INFLUÊNCIA DOS MOMENTOS FLETORES POSITIVO E NEGATIVO MÁXIMOS	32
3 MATERIAIS E MÉTODOS	38
3.1 METODOLOGIA DA PESQUISA	38
3.2 MODELO PARA O TRAÇADO DAS LINHAS DE INFLUÊNCIA EM PONTE EM VIGA	38
3.3 ESTUDO DE CASO	39
4. RESULTADOS E DISCUSSÃO	42
5 COMPARAÇÃO ENTRE LAKMAZAHERI (2022) E FTOOL	56
6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	59
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	60

1 INTRODUÇÃO

Fernandes (2017) citou que, uma ponte pode ser definida como um meio de conduzir o tráfego entre dois pontos separados por um obstáculo. Com esse conceito, nota-se a necessidade de projetar pontes para vencermos tráfegos, rios e mares, montanhas etc. No método de Lakmazaheri (2022), com a combinação de Linhas de Influência e Esforços Externos, descobre-se os valores dos Esforços Solicitantes que permitem o engenheiro estrutural projetar pontes de pequenas extensões de maneira mais simplificada e a mão, que é o que mostrado nesse estudo.

Para o engenheiro civil/estrutural, o comportamento dos esforços internos gerados em sua ponte, sendo os de Reação Máxima, de Cisalhamento máximo, e de Momentos (+) e (-) máximos auxiliar o engenheiro estrutural a alcançar a ponte ideal, alternando os valores de duas maneiras, 1º aumenta-se os valores dos esforços internos, e conseqüentemente, faz uma ponte mais econômica, ou 2º diminui-se os valores dos esforços internos, que leva a uma ponte mais segura. Os resultados de Lakmazaheri (2022) vão ser comparados no final com o aplicativo FTOOL, observando as similaridades entre um e outro.

1.1 OBJETIVO GERAL

O objetivo geral deste trabalho consiste em demonstrar a eficácia do método de Lakmazaheri (2022) no dimensionamento manual de pontes por meio do uso das Linhas de Influência e dos Esforços Solicitantes, demonstrando o passo a passo do método, analisando o comportamento da ponte subsequentemente.

1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Aprender a traçar as Linhas de Influência para cada Esforço Solicitante, em vários exemplos de pontes de pequena extensão.
- Aprender como encontrar os Esforços Solicitantes em um método de Formas Geométricas.

- Ver as alternativas que o Engenheiro Estrutural encontra para dimensionar corretamente a sua ponte.
- Comparar o método usado com o aplicativo FTOOL para ver as similaridades.

1.3. JUSTIFICATIVA

Esse trabalho se justifica, como exemplificou Lakmazaheri (2022), em um caso de estudo, que diz que o traçado da Linha de Influência associado aos estabelecidos esforços externos (carregamento) auxilia o engenheiro civil projetista a calcular uma Ponte, sendo no exemplo uma Ponte Mista. Ocorre o pré-dimensionamento da ponte em altura de laje, sua largura, comprimento, quantidade de vigas longarinas, posicionamento dos pilares com seu apoio em viga transversina, e uma ligação entre vigas metálicas formada por uma rótula.

Esse pré-dimensionamento permite quantificar os valores que tal ponte necessita que seus elementos estruturais suportem. Esses valores são projetados nos pontos fracos da ponte, ou seja, no carregamento que mais a debilita. Com os valores máximos, expressos através da reação, cisalhamento e momentos (+) e (-), o Projetista Estrutural pode aumentar ou diminuir as dimensões de sua ponte, de acordo com o resultado dos esforços internos, ocasionados pelo seu peso próprio e a carga do que irá passar sobre ela, podendo deixar a ponte mais econômica e com segurança.

De acordo com Debs (2007), “...a simples consideração de cargas estáticas não corresponderia à realidade em virtude das oscilações provocadas pelos veículos, especialmente pelos trens, e causadas pela existência de excêntricos nas rodas, pela ação das molas, pelas juntas dos trilhos ou por irregularidades da pista nas pontes rodoviárias, pela força centrífuga causada pela deformação da ponte sob a ação das cargas (efeito Willis-Zimmermann), etc.”

Segundo o autor, a análise de todos estes efeitos deve ser feita pela teoria da Dinâmica das Estruturas, e resulta em uma análise bastante trabalhosa; daí, levar-se em conta na prática, o efeito dinâmico das cargas móveis de maneira global, dando um acréscimo e considerando-as como se fossem aplicadas estaticamente. Esse acréscimo é dado por um coeficiente ϕ , chamado coeficiente de impacto – ϕ .

Têm-se com o dimensionamento de pontes, estudos com cálculos complexos e muitas vezes com a necessidade de uso de softwares variados. Porém, no estudo

apresentado por Lakmazaheri (2022), não se utiliza cálculos complexos, softwares, nem o coeficiente de impacto é levado em consideração, sendo usado por ele um método mais simples e prático de projetar pontes, onde se vê como traçar as Linhas de Influência a mão.

Visto que esse conhecimento não é facilmente encontrado, vê-se a oportunidade de trazer do Inglês, o conhecimento disponível nos seus cursos de Análise Estrutural I, para pontes pequenas a mão.

1.4 ESTRUTURAÇÃO DO TRABALHO

O trabalho foi dividido em 5 capítulos.

No capítulo 1 foi feita uma introdução ao tema, sendo apresentados os objetivos geral e específico, bem como uma justificativa para a realização do trabalho.

No capítulo 2 foi apresentado a revisão bibliográfica, que mostra conhecimentos diversos, desde a história até o mais recente no assunto, envolvendo Linhas de Influência, Vigas e Pontes. Também mostra a metodologia que foi abordada na elaboração do método para o traçado das linhas de influência em vigas, para diversas pontes pequenas em 18 exemplos, envolvendo exemplos de Reação, Cisalhamento e Momentos fletores.

No capítulo 3 é abordado a metodologia de pesquisa que foi utilizada no trabalho, com a exemplificação de um estudo de caso de uma ponte de 24 metros, utilizando as Linhas de Influência e ensina que através dos cálculos que se obteve os Esforços Solicitantes. Nesses resultados dos Esforços Solicitantes são feitos comentários de análise na visão do Projetista Estrutural frente ao comportamento dessa ponte.

No capítulo 4 foi pego o mesmo estudo de caso mencionado no capítulo 3 e analisado sob os mesmos esforços no *software* FTOOL, para efeito de comparação entre os métodos, do Lakmazaheri (2022) e do FTOOL.

No capítulo 5 é apresentado as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 PONTE EM VIGA

De acordo com Leonhardt (1979), citado por Oliveira (2019), desde a antiguidade, encontram-se entre os povos primitivos pontes de madeira ou de cordas, na forma de vigas, vigas escoradas e vigas armadas simples. Os povos civilizados construíram pontes com arte, como por exemplo: os chineses venciam vãos de até mais de 18m, com vigas de granito, e os carpinteiros alemães e suíços no século XVIII atingiram um elevado grau de perfeição na construção de pontes de madeira. A ponte de madeira sobre o Reno em Schaffhausen, construída em 1758 pelo mestre carpinteiro J.U. Grubenmann, tinha o considerável vão de 118 m. Ainda, as primeiras pontes de concreto surgiram em 1900, podendo destacar a ponte Sandö construída em 1941, com 280 metros de vão livre.

Segundo Pfeil (1979), citado por Oliveira (2019), foi dito que: a carga móvel, também conhecida como carga útil, pode se localizar em posições variáveis sobre o tabuleiro da ponte. Para isso, o veículo deve ser orientado no sentido do tráfego e ter sua posição variada longitudinalmente (seção mais solicitada) e transversalmente (viga mais solicitada). No dimensionamento, consideram-se todas essas posições pelo método das linhas de influência, para gerar uma combinação de cargas.

Para garantir a segurança das estruturas de concreto armado em meio a essas combinações, de acordo com Oliveira (2019), essas combinações devem ser verificadas quanto ao Estado Limite Último (ELU), que determina a paralisação do uso da construção, em todo ou em parte. O ELU verifica a perda de equilíbrio como corpo rígido, o esgotamento da capacidade resistente em seu todo ou em parte, admitindo a capacidade de adaptação plástica da estrutura, através da redistribuição de solicitações internas; e no caso de pontes, quanto a vibrações excessivas e fadiga.

Segundo Pfeil (1979), citado por Oliveira (2019), as superfícies de influência descrevem os efeitos (momento fletor, força cortante etc.) num determinado ponto da laje, produzidos por uma força unitária atuante em outro ponto qualquer. Permitindo determinar as linhas de influência, desenhando os diagramas de solicitações desejadas, para diversas posições de uma carga unitária, efetuando-se depois, uma troca de ordenadas. Porém, esse processo espontâneo só é conveniente para estruturas muito simples, tornando-se muito trabalhoso em estruturas estaticamente indeterminadas.

De acordo com Pfeil (1990), citado por Matos (2017), o principal objetivo de estudo no projeto deve ser a parte estrutural. Uma boa concepção de projeto promove

tanto uma estrutura de boa qualidade, como também evita manutenções excessivas. Para realizar um bom projeto estrutural, deve-se ter conhecimento das cargas atuantes na estrutura. Dentre as diversas cargas que atuam nas pontes rodoviárias, tem-se as cargas móveis, responsáveis por simular o deslocamento dos veículos ao longo da superestrutura.

Segundo Gama (2014), citado por Matos (2017), as cargas moveis são provocadas pelo deslocamento de veículos e pessoas que trafegam na ponte. Matos (2017) comenta que, essas cargas móveis são obtidas pelo trem-tipo. Constituídas por cargas pontuais, que representam as rodas do veículo por uma carga distribuída por área, que representa a multidão e/ou veículos de pequeno porte. Juntamente com os coeficientes de segurança (A NBR 7188 (ABNT, 2013) define três coeficientes: o CIV (Coeficiente de Impacto Vertical), o CNF (Coeficiente do Número de Faixas) e o CIA (Coeficiente de Impacto Acidental), que servem de parâmetro para simular, de maneira mais eficiente, o efeito dinâmico provocado pelas cargas.

Silva *et al.* (2014), citado por Matos (2017), o Coeficiente de Impacto Acidental (CIA) “consiste em majorar a carga móvel devido à imperfeição e/ou descontinuidade da pista de rolamento, no caso de juntas de dilatação e nas extremidades da obra, estruturas de transição e acessos.”

“Os esforços causados nas peças que estão sujeitas a esse tipo de carga, variam não só de acordo com o tamanho da carga, mas, principalmente, com o local onde ela é posicionada.” MATOS (2017).

Segundo o autor, a partir da determinação desses esforços, pode-se traçar as linhas de influência, as quais são traçadas a partir da variação do esforço (cortante, fletor ou tursor), causado pelo deslocamento da carga móvel ao longo da estrutura.

Simões (2001) comenta que, no princípio de Müller-Breslau, as linhas de influência são representadas por deformadas, sendo possível obter a forma de linha de influência e as zonas da estrutura que, a ser carregadas, produzirão os efeitos mais desfavoráveis.

Matos (2017) ressalta que, após o traçado das linhas de influência, pode-se obter as envoltórias dos esforços solicitantes, sendo necessárias para o dimensionamento de qualquer estrutura sujeita a cargas móveis.

De acordo com Pereira (1994), com o traçado da linha de influência é possível identificar a dimensão das cargas móveis isoladas ou conjunto de cargas. Matos (2017) diz que não é possível determinar os menores e maiores valores de esforço, pois o

diagrama estará constantemente sendo alterado, de acordo com o movimento das cargas. Nesse caso, tem-se um elemento chamado de diagrama de envoltória de esforços. Citado por Matos (2017) e Holtz (2005) afirmam que “as envoltórias são, em geral, obtidas por interpolação de valores máximos e mínimos, respectivamente, de esforços calculados em determinado número de seções transversais ao longo da estrutura”.

Freitas, Barbirato e Barbosa (2005), citado por Matos (2017) complementam que, no projeto de dimensionamento do vigamento principal é necessário se conhecer todas as possíveis solicitações que ocorrem em cada uma das seções, podendo-se encontrar na literatura alguns métodos de determinação das solicitações, dentre eles o mais comum é o que utiliza as linhas de influência, que pode-se obter a envoltória de solicitações da estrutura através do traçado da curva que liga os valores críticos das linhas de influência (FREITAS; BARBIRATO; BARBOZA, 2005).

2.1.1 Tipos de Vigas

De acordo com Paiva (2022), as vigas são estruturas espaciais, com o objetivo de vencer vãos, normalmente recebendo as cargas das lajes e transmitindo-as aos pilares. Normalmente, recebem as cargas verticalmente trabalhando principalmente aos esforços internos de esforço cortante e momento fletor. As vigas podem ser dispostas na estrutura dos mais variados tipos, como viga bi apoiada, quando ambos os apoios nas extremidades são de segundo gênero, viga engastada e livre, quando tem um engaste (apoio de terceiro gênero) na extremidade e a outra parte fica em balanço, viga bi apoiada com balanço, que ocorre quando os apoios não estão nas extremidades e parte da viga fica em balanço e viga bi engastada, apresentando apoio do terceiro gênero em ambas as extremidades e dentre outros modelos.

Matos (2017) mostra os vários tipos de viga que se encontra em uma ponte, afirmando que “segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), as vigas são elementos lineares dimensionados predominantemente pela flexão. A ponte sobre o Rio Bandeirante possui 22 vigas ao todo, classificadas de acordo com o Quadro 1.

Quadro 1 – Nomeação das vigas

ABREVIACÃO	DESCRIÇÃO
V1-V4	VIGA DE TRAVE
V5-V8	TRANSVERSINA DOS PILARES
V9-V18	TRANSVERSINA
V19-V20	LONGARINA
V21-V22	VIGA DE ENCONTRO

Fonte: Matos (2017)

Matos (2017) afirma que as vigas de trave são posicionadas entre os pilares, a uma determinada altura, para reduzir o comprimento de flambagem deles, reduzindo também o deslocamento dos pilares em torno do eixo Y. O autor define que as transversinas nos pilares são vigas secundárias, que ficam perpendiculares ao sentido da via de tráfego, que servem de travamento para as longarinas, bem como de apoio para a pista de rolamento. As transversinas são vigas secundárias e as longarinas são as vigas principais, responsáveis por suportar toda carga proveniente da laje da pista. As vigas de encontro são vigas apenas de apoio entre a laje de pista e a laje de transição.

Vitório (2002) escreveu que, citado por Albring (2019), as lajes são os elementos que suportam diretamente as cargas das pistas de rolamento, passeios e guarda-corpos ou guarda-rodas, sendo conhecidas também como tabuleiro da ponte. As longarinas, ou vigas principais, são responsáveis por transmitir os esforços do tabuleiro para os pilares ou aos encontros, quando existirem (Figura 1). O autor ainda define as transversinas, ou vigas transversais, como vigas que ajudam na distribuição das cargas do tabuleiro para as longarinas e atuam na prevenção dos efeitos do vento na estrutura.

Figura 1 – Superestrutura da ponte Clearwater Memorial Causeway, Flórida



Fonte: Adaptado de View from the Trail (2013)

Segundo O'Connor (1976), citado por Fernandes (2017), a qualidade de uma ponte pode ser medida pelo êxito com que satisfaz os objetivos básicos implícitos em seu projeto, que são: funcional, estrutural, econômico, estético.

Fernandes (2017) disse que: “O custo de uma ponte compreende o custo inicial, distribuído sobre sua vida útil, e o custo anual de manutenção. Este é o mais evidente ônus em projetos de ponte e deve sempre ser estimado com detalhe e cuidado. Entretanto, é errôneo considerar o custo como o único fator importante que afeta a convivência de um projeto. O projeto de custo mínimo não é necessariamente o melhor. Ao contrário, a escolha do verdadeiro ótimo deve levar em conta fatores como funcionalidade e aparência. Comparado com esses fatores, o custo inicial é uma desvantagem temporária e intermitente. Além disso, para o usuário da ponte o custo é um ônus que não aparece. É interessante notar que mesmo um projetista julgará uma ponte projetada por outro sem conhecer seu custo. E segundo ele, O'Connor (1976) afirmou que o processo correto é o seguinte:

- a) Devem ser obtidos os custos precisos para alternativas;
- b) Esses custos devem ser considerados associados a outros fatores. A um projetista pode ser perfeitamente razoável recomendar a aceitação de um ônus de 20% do

custo em benefício da funcionalidade e da aparência, mas seria incorreto recomendar um projeto baseado na aparência, sem primeiro estimar o ônus que possa correr.

Fernandes (2017) citou que uma ponte pode ser definida como um meio de conduzir o tráfego entre dois pontos separados por um obstáculo. Ela faz parte do serviço de transporte. Seu tráfego pode ser de pedestre ou de veículos, requerendo passeios e/ou pista ou leito para trilhos. Em qualquer caso, o tabuleiro da ponte deve atender às normas fixadas para a artéria de tráfego da qual ela faz parte. Basicamente, essas normas se referem à capacidade de tráfego, a velocidade, à segurança e ao conforto. Elas governarão as características da ponte, tais como: seção transversal e superfície do tabuleiro, alinhamentos horizontal e vertical, drenagem de águas pluviais, iluminação e sistema de proteção.

Fernandes (2017) diz que em geral, o obstáculo transposto por uma ponte terá também função a cumprir. Esta pode ser artificial ou natural. Em um cruzamento com estrada de rodagem, as condições funcionais estarão perfeitamente definidas. Um curso de água funciona como parte de um sistema natural de drenagem e pode ser usado para navegação. Essas funções devem ser preservadas. A influência mais evidente de uma ponte em seus arredores é o seu aspecto. Uma grande ponte urbana domina o ambiente e toma-se um monumento de bom ou mau gosto. É muito difícil medir ou definir valores estéticos. Entretanto, há julgamentos estéticos que recebem a aprovação geral; por exemplo, poucos discutiram o aspecto da Pont du Gard. Boa aparência é um benefício duradouro e tem valor real.

Os pontos mais importantes, segundo O'Connor (1976) citado por Fernandes (2017), são:

a) O projeto estrutural adequado de uma ponte é da maior importância e afetará a exequibilidade, o custo, o funcionamento e o aspecto.

b) Entretanto, a eficiência estrutural não é muitas vezes considerada como uma qualidade que necessite ser avaliada e comparada com outras características, mas como um pré-requisito essencial para um bom projeto. Para uma ponte de grande vão, sua exequibilidade pode ser da mais alta importância. Em outros casos, pode ser suficiente julgar uma ponte somente por seu custo, sua funcionalidade e seu aspecto.

Segundo Pfeil (1983), citado por Fernandes (2017) “As pontes em vigas de concreto armado podem classificar-se segundo a disposição das vigas na seção transversal, ou segundo o esquema estrutural de cada viga considerada estruturalmente”. O esquema estrutural pode ser definido de acordo com a seção transversal.

Segundo Mason (1977), citado por Fernandes (2017), para grandes pontes pode-se ter uma seção aberta, mais conhecida como T ou I, ou uma seção celular, mais conhecida como caixão. As diferentes seções resultam em pontes distintas e cada tipo de ponte estruturalmente funciona de forma diferente. Assim, as vigas T (seção aberta) são dimensionadas diferentemente das vigas caixão (seção celular).

Segundo Pucher (1961) por Fernandes (2017), o método de cálculo para uma ponte em viga não se diferencia de um cálculo de vigas de um prédio, que também podem apresentar momentos constantes ou variáveis em suas vigas. Em pontes o carregamento é dividido em permanente e móvel. O primeiro depende da seção transversal e material utilizado, e o segundo da finalidade da estrutura. A análise das cargas móveis deve ser feita por meio da variação da posição do trem tipo no tabuleiro na direção transversal e longitudinal. A solicitação do trem tipo é calculada pelo emprego de linhas de influência que dão como resultado a combinação de cargas cortantes e momentos de flexão. Para um projeto de ponte é necessário definir o tipo de viga a ser adotado e a forma dos outros elementos da superestrutura. Após as definições iniciais, deve-se conceber o tipo de método construtivo.

2.1.2 Vinculações Típicas

Dr. Lakmazaheri (2022) afirma que, a ponte possui 3 tipos diferentes de apoios/vínculos que tem a capacidade de impedir a rotação relativa local/total das peças a eles ligadas. O vínculo simples impede o movimento em Y, o vínculo duplo impede o movimento em X e Y, também chamada de flexível ou articulada, e o vínculo triplo impede o movimento em X, Y e de rotação, também chamada de ligação rígida.

Fernandes (2017) ressalta que, as vigas sem balanços podem ser usadas em tramo único ou com sucessão. A sucessão de tramos simplesmente apoiados geralmente é utilizada em pontes com processo construtivo em vigas pré-moldadas. Neste tipo de viga é usual executar a laje do tabuleiro contínua em três ou quatro tramos, com o intuito de diminuir o número de juntas. Vale ressaltar que, neste caso haverá reflexos benéficos também na distribuição de esforços nos apoios, em virtude das ações horizontais, como por exemplo, na ação da frenagem. As vigas simplesmente apoiadas sem balanços são constituídas por um tipo estrutural relativamente pobre, pois limita o tamanho do vão e

existem poucas possibilidades de melhorar a distribuição dos esforços. Por isso, os vãos utilizados com este tipo estrutural, dificilmente ultrapassam a casa dos 50 metros.

Fernandes (2017) afirma que, existem as vigas simplesmente apoiadas com balanços, sendo que este tipo de vinculação possibilita uma melhor distribuição de esforços solicitantes, uma vez que ao introduzir momentos negativos nos apoios haverá uma diminuição dos momentos positivos no meio do vão. Além dessa vantagem, o tipo estrutural em questão permite a eliminação do encontro, a qual é uma estrutura relativamente cara. No entanto, este tipo estrutural apresenta um ponto negativo relacionado à manutenção, que é a dificuldade de evitar a saída de material nas extremidades da ponte junto ao aterro. Por conta disso, seu uso está cada vez mais restrito. O comprimento do balanço deve ser definido de forma que se tenha uma boa distribuição de esforços, atendendo às condições topográficas. Para o pré-dimensionamento, pode-se adotar para o comprimento do balanço um valor igual a cerca de 15% a 20% do comprimento da ponte. Devem ser evitados balanços muito grandes para não introduzir vibrações excessivas nas suas extremidades.

Fernandes (2017) comenta que, as vigas contínuas só podem ser utilizadas quando o comprimento da ponte for subdividido em vãos parciais. Quando não houver restrições de ordem urbanística, topográfica ou construtiva, deve-se utilizar vãos extremos cerca de 20% menores que os vãos internos, de forma que os momentos fletores máximos sejam aproximadamente iguais, proporcionando uma melhora na distribuição das solicitações. Uma maneira de melhorar a distribuição de momentos fletores é por meio da utilização de momentos de inércia das seções variáveis ao longo dos vãos. Ao aumentar o momento de inércia das seções junto aos apoios, resultando no aumento do momento fletor negativo dessas seções, e na diminuição do momento fletor positivo das seções dos vãos centrais, o que possibilita a diminuição da altura das seções nestas posições.

Segundo Ferreira (2015), o uso de vigas contínuas possui algumas vantagens como:

- Eliminação das juntas e a consequente redução nos custos de manutenção;
- Pista de rolamento mais uniforme evitando o desconforto para o tráfego;
- Maior capacidade de redistribuir esforços para o caso de sobrecargas;
- Melhor aspecto visual em função da continuidade entre os vãos.

- Ferreira (2015) continua citando algumas limitações como: Caso o tabuleiro seja muito extenso, deve-se tomar um cuidado especial com a dilatação térmica, inserindo juntas de dilatação a cada 100 m;
- Pontes com raio de curvatura pequeno e as pontes muito inclinadas devem ser analisadas com mais cuidado;
- Possibilidade de recalque diferencial nos apoios, pois estes irão introduzir esforços adicionais neste tipo de estrutura.

2.2 LINHAS DE INFLUÊNCIA (LI)

Segundo Lakmazaheri (2022), linha de influência (LI) é uma representação gráfica que revela em cada ponto da ponte o quanto de esforço será solicitado, devido a uma carga concentrada ou distribuída, ou a combinação delas, que atuam na ponte ao percorrê-la. Essa linha é desenhada, projetando a solicitação na estrutura. Com a linha de influência como referência, pode-se descobrir qual é o ponto mais fraco na estrutura, tendo a maior carga aplicada nesse local. Assim, descobre-se o maior esforço solicitante da estrutura, podendo então o projetista analisar se a estrutura suportará ou não a esses esforços, ou se poderá ser reduzido a sua estrutura, alcançando uma maior economia.

Através do cálculo de momentos fletores positivo ou negativo e esforços cortantes, torna-se possível verificar os valores máximos solicitados para o dimensionamento da ponte (MASON, 1977).

Lakmazaheri (2022) comenta que, linhas de influência servem de auxílio para a determinação da posição das cargas móveis e acidentais, da maneira mais crítica, para que atinjam os valores máximos de carregamento para projeção, sendo realizado o dimensionamento da estrutura baseado nesses valores encontrados. Exemplos desses usos são para pontes rodoviárias e ferroviárias. Não somente o peso das cargas que é importante, mas também a posição em que elas atuam na estrutura. A combinação desses dois fatores vai guiar o engenheiro estrutural para o correto dimensionamento da estrutura.

Lakmazaheri (2022) explica que, para alcançar os esforços solicitantes, primeiro seleciona-se em qual ponto da ponte que se deseja analisar, para calcular a solicitação do esforço. Para que seja descoberto a maior debilidade da ponte, é necessário calcular e comparar vários pontos prováveis de maior esforço solicitante. As Linhas de Influência podem ser obtidas para reações, cisalhamentos e momentos Fletores.

Paiva (2022) definiu que, a linha de influência pode ser uma representação gráfica ou diagrama de um efeito elástico em uma dada seção, produzido por uma carga concentrada unitária pontual, de cima para baixo, que vai se deslocando na viga a cada seção ao longo de sua extensão. O autor menciona que Martha (2010) define: “Linhas de influência descrevem a variação de um determinado efeito (por exemplo, uma reação de apoio, esforço cortante ou momento fletor em uma seção) em função da posição de uma carga unitária que passeia sobre a estrutura”.

Para Paiva (2022), as linhas de influência nas vigas podem ser calculadas para qualquer seção S da estrutura, bem como as seções de apoios. Esse cálculo é muito importante ao projetar estruturas submetidas as cargas móveis, uma vez que no cálculo da linha de influência, a carga unitária varia entre os nós, percorrendo a estrutura, sendo uma carga móvel, o que difere das cargas fixas que apresentam um local definido de aplicação. O autor diz que esse cálculo será desenvolvido tanto para as estruturas isostáticas, como hiperestáticas, apresentando ou não apoios elásticos. Uma das principais aplicações da utilização do cálculo de linha de influência são os projetos de pontes, por ser uma estrutura que está sempre submetida a cargas móveis.

Luchi (2006) menciona que, é importante ressaltar que na análise estatística, consideram-se os veículos em sua posição de tráfego normal, ou seja, posição mais desfavorável das cargas. Ou seja, o aparente excesso de segurança decorre principalmente do zelo no posicionamento transversal das cargas do veículo, que é correto do ponto de vista teórico, mas não deve ser considerado nas condições normais de tráfego. Vale observar que isso não ocorre nas pontes celulares.

2.2.1 MÉTODO DE TRAÇADO DAS LINHAS DE INFLUÊNCIA DE LAKMAZAHARI (2022)

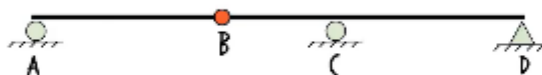
Será apresentado o método de traçado de linhas de influência de Lakmazaheri (2022), que ensina como fazer traçados de linhas de influência, seus traçados apresentados não são para estudos de deslocamento e flexão, portanto se usa somente linhas lineares. O método considera que, quando tivermos uma viga bi apoiada essa permanece teoricamente rígida e não se flexiona nem se desloca.

2.2.2 LINHAS DE INFLUÊNCIA DE REAÇÃO VERTICAL MÁXIMA

Lakmazaheri (2022) cita 6 exemplos do seu curso de Análise Estrutural I – Linhas de Influência, de como calcular a Máxima Reação Vertical.

Exemplo 1, na Figura 2 mostra-se a viga com 1 rótula:

Figura 2 – Exemplo de Viga em Ponte para Linha de Influência de Reação

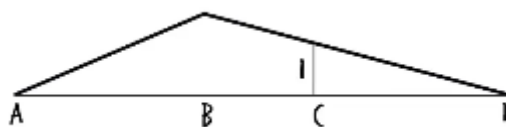


Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932615-reaction-influence-line> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

- Reação em C:

A reação, no valor de 1, ocorre subindo o segmento BD. Esse movimento é permitido pois em B tem-se uma rótula, ou seja, é livre de vínculos, que permite subir toda a barra BD, porém está ancorada em D, que permite somente a rotação. Em A também é permitido movimento de rotação, ligando o segmento AB no BD. A Reação da Linha de Influência fica conforme mostra a Figura 3.

Figura 3 – Linha de Influência para Reação no apoio em C

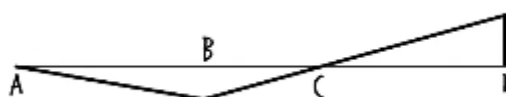


Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932615-reaction-influence-line> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

- Reação em D:

A reação em D ocasiona a LI subir nesse ponto D, a barra BD abaixa em B permanecendo apoiada no ponto C, pois há rótula em B permite esse movimento. Em A também é permitido a rotação se encontrando com a barra BD inferiormente. Ficando a LI conforme mostra a Figura 4.

Figura 4 – Linha de Influência para Reação no apoio em D

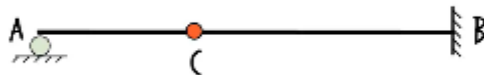


Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932615-reaction-influence-line> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

Exemplo 2:

A Figura 5 abaixo mostra uma viga engastada de um lado e apoiada de outro.

Figura 5 - Exemplo de Viga em Ponte para Linha de Influência de Reação

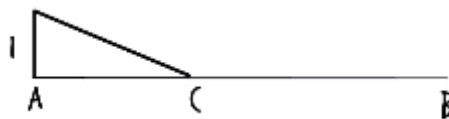


Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932615-reaction-influence-line> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

- Reação em A:

A reação em A sobe a LI e a rótula em C permite rotacionar. Porém, no segmento BC não teremos alteração pois ele está engastado em B. Ficando a LI como mostra a Figura 6.

Figura 6 – Linha de Influência de Reação para o apoio em A

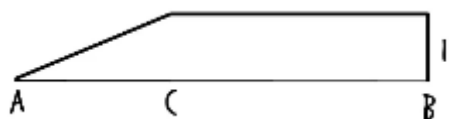


Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932615-reaction-influence-line> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

- Reação em B:

A LI sobe em B, que é acompanhada até C, pois em C é livre, tem-se uma rótula, e em A tem-se uma ligação que permite rotação. Logo a LI fica no formato mostrado na Figura 7.

Figura 7 – Linha de Influência para Reação no apoio em B

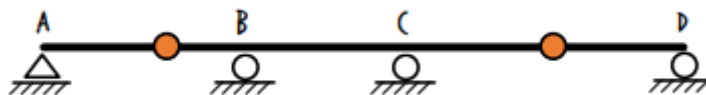


Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932615-reaction-influence-line> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

Exemplo 3:

Abaixo na Figura 8 tem-se uma viga contínua com 2 rótulas.

Figura 8 - Exemplo de Viga em Ponte para Linha de Influência de Reação

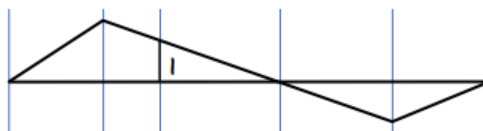


Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932615-reaction-influence-line> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

- Reação em B:

A reação da LI sobe em B sobre o segmento entre rótulas, subindo na rótula da esquerda e descendo na rótula da direita, apoiando em C toda a barra. Esse movimento é permitido pois tem-se uma rótula em cada extremidade. A sobe para encontrar o segmento central, pois esse vínculo duplo permite rotacionar, e em D que desce, para encontrar o segmento central, pois tem-se um vínculo que permite rotação também. Conforme visto na Figura 9.

Figura 9 - Linha de Influência para Reação no apoio em B

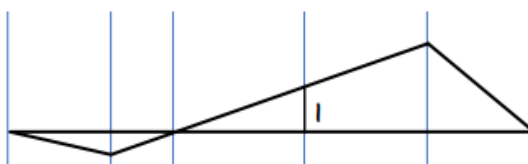


Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932615-reaction-influence-line> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

- Reação em C:

A reação da LI em C sobe todo segmento central, que gira apoiada em B, onde o segmento central abaixa na rótula da esquerda e sobe na rótula da direita. A e D, rotacionam para se unirem ao segmento central, onde A abaixa e D sobe, pois esses dois vínculos permitem rotação. A imagem fica conforme visto na Figura 10.

Figura 10 - Linha de Influência para Reação no apoio em C



Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932615-reaction-influence-line> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

Exemplo 4:

O exemplo mostrado na Figura 11 é de dois engastes com 2 rótulas.

Figura 11 - Exemplo de Viga em Ponte para Linha de Influência de Reação

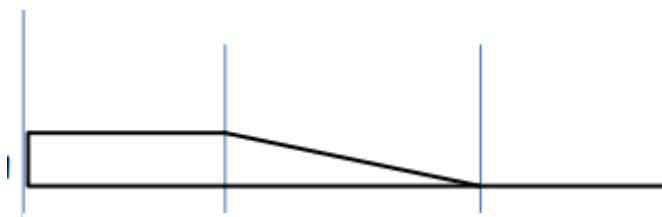


Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932615-reaction-influence-line> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

- Reação em A:

A reação da LI sobe em A, subindo todo esse segmento da esquerda, pois tem-se uma rótula da esquerda, que é livre de vínculo. O segmento central sobe para encontra a LI na rótula da esquerda, pois este segmento também está ligado a rótula, ou seja, é livre para subir, e se uni abaixo a rótula da direita que só permite rotação, pois esse segmento da direita está engastado em B e não se move. Ficando a LI como mostra a Figura 12.

Figura 12 - Linha de Influência para Reação no apoio em A



Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932615-reaction-influence-line> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

Exemplo 5

O próximo exemplo tem-se uma viga bi apoiada com um lado em balanço (Figura 13).

Figura 13 - Exemplo de Viga em Ponte com balanço para Linha de Influência de Reação



Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932615-reaction-influence-line> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

- Reação em A:

A LI sobe no ponto A, no valor de 1, que eleva toda a barra em A, rotacionando a barra apoiada em B, e levando o balanço para baixo. Ficando a Linha de Influência como mostra a Figura 14.

Figura 14 - Linha de Influência para Reação no apoio em A

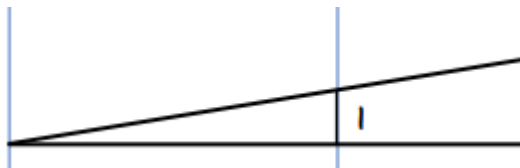


Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932615-reaction-influence-line> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

- Reação em B:

A LI sobe em B no valor de 1, subindo o balanço também, em altura h , não subindo em A pois esse possui um vínculo articulado em A, que só permite rotação. Ficando a LI como mostra a Figura 15.

Figura 15 - Linha de Influência para Reação no apoio em B

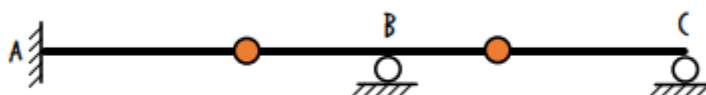


Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932615-reaction-influence-line> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

Exemplo 6

Tem-se a viga abaixo na Figura 16.

Figura 16 - Exemplo de Viga em Ponte para Linha de Influência de Reação



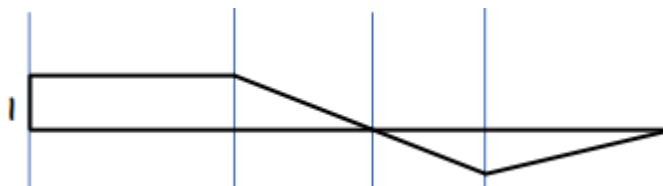
Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932615-reaction-influence-line> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

- Reação em A:

A LI sobe no valor de 1, no ponto A, pois tem-se o vínculo no ponto A de engastamento, que segue elevado até a rótula, pois essa deixa todo o segmento livre para subir, encontrando-se com o segmento central que sobe na rótula da esquerda e abaixa na

rótula da direita, apoiado no apoio B. E o segmento da direita encontra-se com o central, inclinando-se para baixo. Ficando a LI como mostra a Figura 17.

Figura 17 - Linha de Influência para Reação no apoio em A

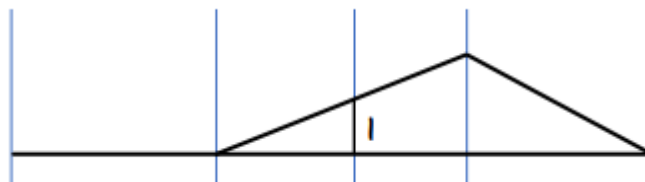


Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932615-reaction-influence-line> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

- Reação em B:

A LI sobe em B no valor de 1, que eleva o segmento entre rótulas no seu lado direito, o lado esquerdo do segmento entre rótulas não se move, pois o segmento da esquerda está engastado em A, e não permite movimentação. O apoio C acompanha subindo e encontra-se com o segmento central. Ficando a LI como mostra a Figura 18.

Figura 18 - Linha de Influência para Reação no apoio em B



Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932615-reaction-influence-line> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

- Reação em C:

A LI sobe em C pois este proíbe a movimentação em Y, gerando a reação em C no valor de 1, que se encontra com o segmento central no nível da linha horizontal, não se movendo. Visto que esse segmento não vai se inclinar já que possuímos um segmento em A engastado. Ficando a LI como mostra a Figura 19.

Figura 19 - Linha de Influência para Reação no apoio em C



Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932615-reaction-influence-line> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

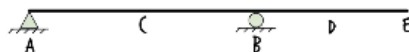
2.2.3 LINHAS DE INFLUÊNCIA DE CISALHAMENTO MÁXIMO

Lakmazaheri (2022) cita como calcular a máxima Reação de Cisalhamento em 6 exemplos. Suas regras são exclusivas, não sendo aplicadas para Reação Máxima nem para Momentos Fletores.

Exemplo 1

Na Figura 20 tem-se a viga que será traçada a LI de cisalhamento.

Figura 20 - Exemplo de Viga em Ponte para Linha de Influência de Cisalhamento

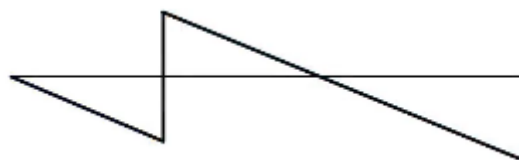


Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932623-shear-influence-line> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

- Cisalhamento no ponto C:

O cisalhamento ocasiona o lado esquerdo do ponto a cisalhar, a descer, criando uma área negativa, e o lado direito dele a subir, criando uma área positiva. Por termos um segmento CE livre em E, E está em balanço, é permitido que toda a barra se rotacione apoiada em B, subindo e encontrando o ponto de cisalhamento a direita, positivo em C. Em A, tem-se um vínculo livre para rotação, que desce, se ligando ao cisalhamento a esquerda, na parte negativa em C. Ficando assim a LI para Cisalhamento como mostra a Figura 21.

Figura 21 - Linha de Influência para Cisalhamento no ponto em C

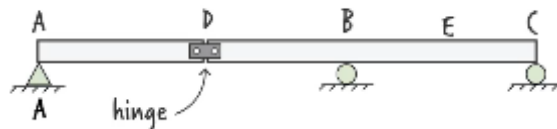


Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932623-shear-influence-line> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

Exemplo 2

No próximo caso tem-se a Figura 22.

Figura 22 - Exemplo de Viga em Ponte para Linha de Influência de Cisalhamento

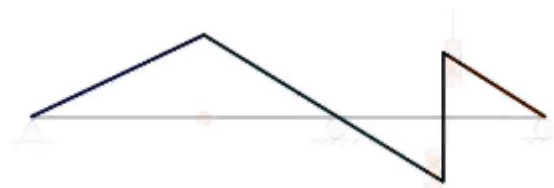


Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932623-shear-influence-line> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

- Cisalhamento no ponto E:

Teremos 3 barras neste caso, AD, DE e CE. O segmento a esquerda do ponto de cisalhamento (DE) desce em E, pois, no ponto D tem-se uma rótula que permite rotação, apoiada em B. A direita do ponto de cisalhamento, em (CE), cria-se uma área positiva pois tem-se rotação em C, que sobe para encontrar o lado direito do cisalhamento em E. O mesmo para A que rotaciona para cima na rótula, encontrando com o segmento DE. Ficando a LI para cisalhamento como mostra a Figura 23.

Figura 23 - Linha de Influência para Cisalhamento no ponto em E

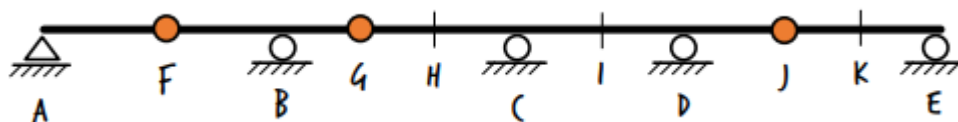


Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932623-shear-influence-line> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

Exemplo 3

No próximo exemplo tem-se uma viga contínua extensa de 5 apoios, como mostra a Figura 24.

Figura 24 - Exemplo de Viga em Ponte para Linha de Influência de Cisalhamento



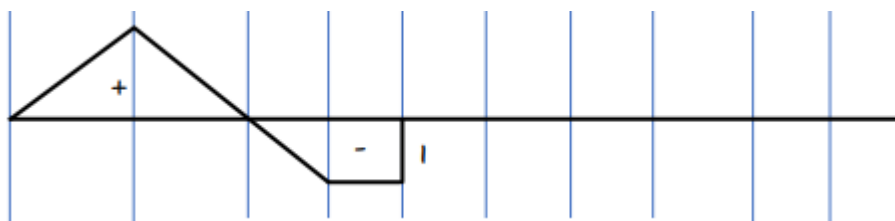
Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932623-shear-influence-line> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

- Cisalhamento no ponto H:

As barras a esquerda de H são: AF, FG e GH. Em H, a esquerda do cisalhamento descemos a LI para o lado negativo, acompanhando todo o segmento GH para baixo pois

ele é livre, possui rótula em G. O segmento FG rotaciona apoiado em B, abaixando em G que se conecta ao segmento GH, ocasionando a subida de F. Que se conecta em A pois é permitido a rotação em A. Ao lado positivo do cisalhamento a direita de H não tem-se nenhum movimento, pois os apoios C e D, juntos, não permitem essa rotação de subir o segmento HJ, diferentemente do que vimos que ocorre nas Reações de Linha de Influência. Ficando assim a LI para cisalhamento como mostra a Figura 25.

Figura 25 - Linha de Influência para Cisalhamento no ponto em H

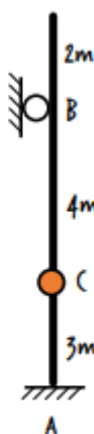


Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932623-shear-influence-line> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

Exemplo 4

Nesse exemplo tem-se uma viga na vertical engastada na base, conforme mostra a Figura 26.

Figura 26 - Exemplo de Viga em Ponte para Linha de Influência de Cisalhamento



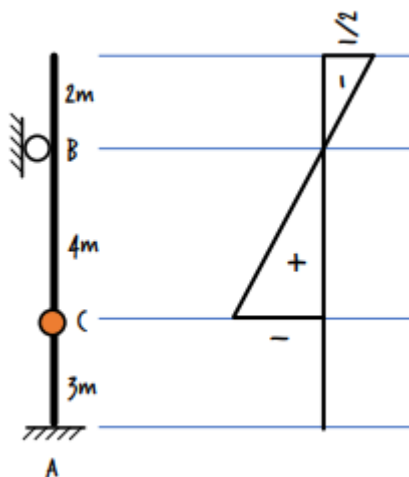
Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932623-shear-influence-line> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

- Cisalhamento no ponto C:

Abaixo do ponto de cisalhamento em C, a LI iria para a direita em C, se este não estivesse engastado, porém com o engaste não se tem esse lado negativo gerado na LI. O

lado acima do cisalhamento em C, gera uma área positiva para a esquerda nos primeiros 4 metros, que inclina todo o segmento apoiado em B, criando uma área negativa acima de B, nos 2 metros finais, que se encontra em balanço. Ficando assim a LI como mostra a Figura 27.

Figura 27 - Linha de Influência para Cisalhamento no ponto em C

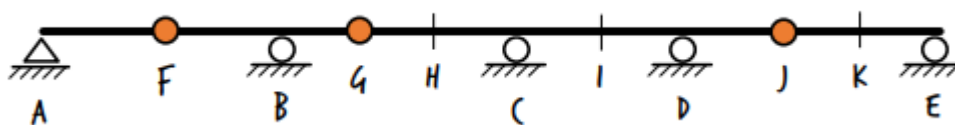


Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932623-shear-influence-line> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

Exemplo 5

Nesse exemplo da Figura 28 tem-se uma viga contínua com 3 rótulas.

Figura 28 - Exemplo de Viga em Ponte para Linha de Influência de Cisalhamento



Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932623-shear-influence-line> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

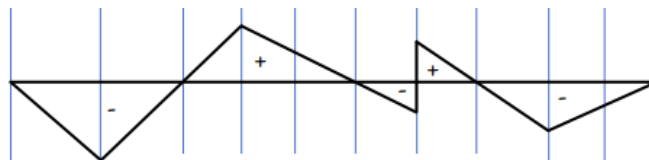
- Cisalhamento no Ponto I:

A direita de I, tem-se o lado positivo do cisalhamento, que sobe a LI, inclinando o segmento IJ, o abaixando na extremidade J. Esse movimento é permitido pois tem-se uma rótula em J. O segmento EJ se une ao IJ, pois tem-se um vínculo articulado em E que permite a rotação para baixo.

Do lado esquerdo do cisalhamento em I, a LI abaixa, vai para o lado negativo, inclinando o segmento GI, que se rotaciona apoiado em C, abaixando em I e subindo em

G. Para se unir ao segmento GI o segmento FG, eleva-se em G e abaixa F. Para completar a LI o segmento AF se rotaciona para baixo, criando uma área negativa, que se une ao segmento FG, como mostra a Figura 29.

Figura 29 - Linha de Influência para Cisalhamento no ponto em I

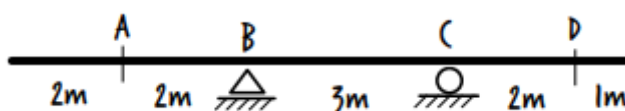


Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932623-shear-influence-line> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

Exemplo 6

Nesse exemplo da Figura 30 tem-se duas extremidades em balanço.

Figura 30 - Exemplo de Viga em Ponte para Linha de Influência de Cisalhamento



Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932623-shear-influence-line> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

- Cisalhamento no Ponto A:

A direita do cisalhamento em A, a LI não pode subir, pois tem-se dois apoios, em B e em C, que não permitem esse movimento (diferente do que ocorre para Reações em Linha de Influência). A esquerda do cisalhamento em A, a LI desce e todo o segmento, que em balanço o acompanha, pois este é livre de vínculo. Ficando assim a LI como mostra a Figura 31.

Figura 31 - Linha de Influência para Cisalhamento no ponto de balanço a esquerda de A



Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932623-shear-influence-line> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

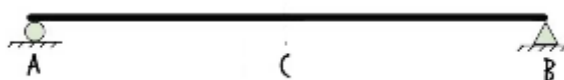
2.2.4 LINHAS DE INFLUÊNCIA DOS MOMENTOS FLETORES POSITIVO E NEGATIVO MÁXIMOS

O Lakmazaheri (2022) explica como são traçados os Momentos Fletores Positivos e Negativos, em 6 exemplos, suas regras são específicas para eles também. Não sendo usadas para Cisalhamento ou Reações, máximos.

Exemplo 1

Nesse exemplo da Figura 32, tem-se uma viga bi apoiada.

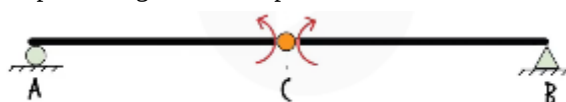
Figura 32 - Exemplo de Viga em Ponte para Linha de Influência de Momento fletor



Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932628-moment-influence-line> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

Ocorre Momento Máximo no ponto C, então desenha-se o momento positivo dos dois lados de C, o momento anti-horário na esquerda, e o momento horário na direita, conforme visto na Figura 33.

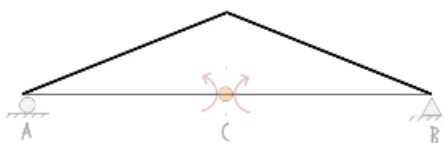
Figura 33 - Exemplo de Viga em Ponte para Linha de Influência de Momento fletor



Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932628-moment-influence-line> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

O segmento BC sobe em seu sentido horário, com seu ponto de giro em B, e o mesmo ocorre com o segmento AC, no sentido anti-horário, com seu ponto de giro em A. Assim ocorre com as LI para Momento, como mostra a Figura 34.

Figura 34 - Linha de Influência para Momento no centro do vão AB, em C



Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932628-moment-influence-line> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

Exemplo 2

Exemplo da Figura 35 é de uma viga bi apoiada com balanço no lado direito.

Figura 35 - Exemplo de Viga em Ponte para Linha de Influência de Momento fletor



Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932628-moment-influence-line> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

A Figura 35 mostra o momento em B.

Figura 36 - Exemplo de Viga em Ponte para Linha de Influência de Momento fletor



Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932628-moment-influence-line> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

A direita de B, o momento gira no sentido horário, com seu ponto de giro em B. A esquerda de B o momento gira no sentido anti-horário, porém esse movimento não é permitido pois em A tem-se um vínculo que impede o movimento no eixo Y, por ser um vínculo duplo, conforme visto na Figura 37.

Figura 37 – Exemplo de Linha de Influência para Momento em B

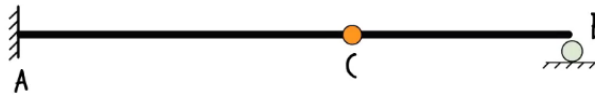


Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932628-moment-influence-line> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

Exemplo 3

Exemplo da Figura 38 mostra de um lado um apoio engastado e de outro um apoio simples, interligados por uma viga com rótula.

Figura 38 - Exemplo de Viga em Ponte para Linha de Influência de Momento fletor

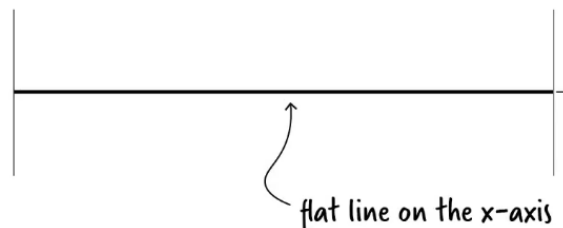


Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932628-moment-influence-line> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

- Momento em C:

Em C tem-se uma rótula, e para momentos fletores em cima de rótulas, tem-se $M_f = 0$, independentemente do valor da Força nesse ponto. Portanto, a LI fica como mostra a Figura 39.

Figura 39 – Exemplo de Linha de Influência para Momento em C

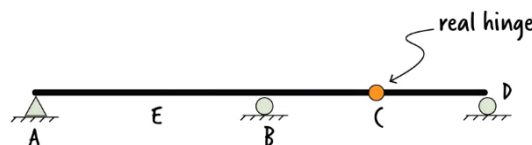


Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932628-moment-influence-line> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

Exemplo 4

Nesse exemplo tem-se o momento fletor traçado no meio do vão AB (Figura 40).

Figura 40 - Exemplo de Viga em Ponte para Linha de Influência de Momento fletor

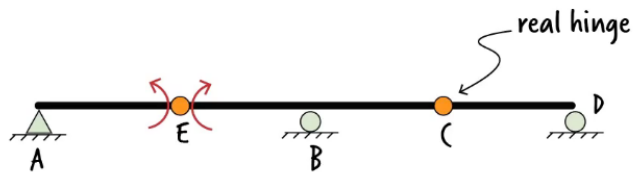


Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932628-moment-influence-line> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

Momento no Ponto E:

A Figura 41 mostra onde o momento fletor é posicionado.

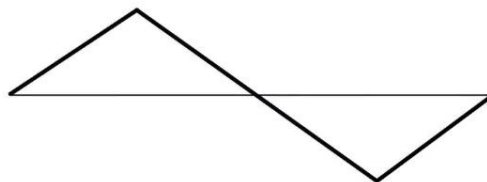
Figura 41 - Exemplo de Viga em Ponte para Linha de Influência de Momento fletor



Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932628-moment-influence-line> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

A direita de E o momento gira no sentido horário, com seu ponto de giro em B, forçando o segmento CE subir em E e abaixar em C. Esse movimento é permitido pois em C tem-se uma rótula. Que se une ao segmento CD, onde ele se rotaciona para baixo, com seu ponto de giro em D, encontrando com o segmento CE. A esquerda de E, o segmento AE, o momento gira no sentido anti-horário, com seu ponto de giro em A, subindo e se encontrando com o segmento CE. Ficando assim a LI como mostra a Figura 42.

Figura 42 - Exemplo de Linha de Influência para Momento em E



Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932628-moment-influence-line> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

Exemplo 5

No exemplo da Figura 43, tem-se uma viga com balanço em A.

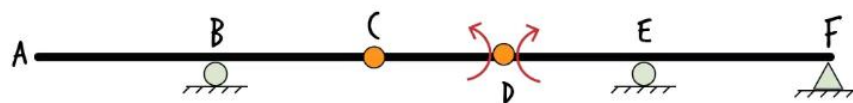
Figura 43 - Exemplo de Viga em Ponte para Linha de Influência de Momento fletor



Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932628-moment-influence-line> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

Momento em D na Figura 44.

Figura 44 - Exemplo de Viga em Ponte para Linha de Influência de Momento fletor



Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932628-moment-influence-line> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

O segmento DF tende a girar no sentido horário, subindo, a direita de D, porém esse movimento não é permitido pois tem-se apoio Simples e Duplo em E e F respectivamente, que impedem o movimento em Y (o mesmo que ocorre na LI para cisalhamento). Já o segmento CD gira no sentido anti-horário, pois em C é livre, tem-se uma rótula, com seu ponto de giro em D. Então o segmento AC, acompanha, se inclinando e se unindo ao segmento CD, apoiado em B. Pois, A está em balanço, e permite esse movimento. Ficando assim a LI como mostra a Figura 45.

Figura 45 - Exemplo de Linha de Influência para Momento em D

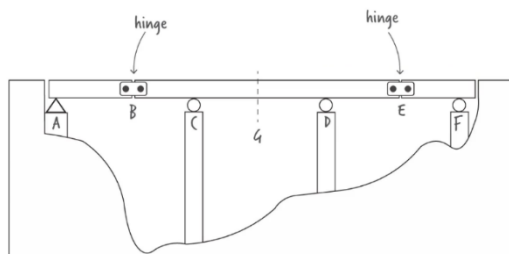


Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932628-moment-influence-line> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

Exemplo 6

Exemplo de uma pequena ponte na Figura 46.

Figura 46 - Momento no ponto G

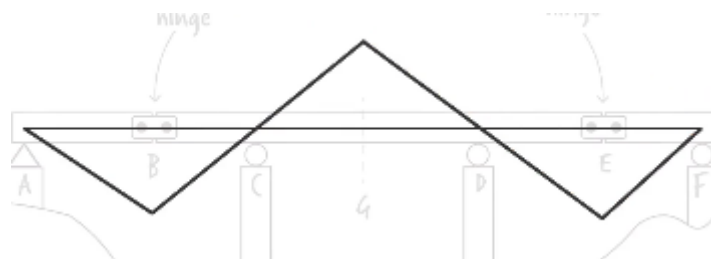


Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932628-moment-influence-line> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

A direita de G o momento gira no sentido horário, girando todo o segmento EG, apoiado em D, subindo em G e descendo em E. Esse movimento é permitido pois tem-se

uma rótula em E. O segmento EG se liga ao EF, pois em F é permitido rotação anti-horário para unir os dois segmentos. A esquerda de G tem-se o giro no sentido anti-horário, com ponto de giro em C, subindo o segmento BG em G, e o abaixando em B. Em B tem-se rótula, por isso que esse movimento é permitido. O segmento AB se une em B, abaixando todo o segmento AB, através da rotação horária em A. Ficando assim a LI como mostra a Figura 47.

Figura 47 - Exemplo de Linha de Influência para Momento em G



Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932628-moment-influence-line> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

3 MATERIAIS E MÉTODOS

3.1 METODOLOGIA DA PESQUISA

Inicialmente foi elaborado um levantamento sobre os temas: Linhas de Influência, Pontes, e Vigas para saber o Estado da Arte na literatura desses assuntos, usando a ferramenta Google Scholar.

Foi estudado um curso em inglês de grande valia para o tema, de Lakmazaheri (2022), traduzido para o Português. Foram estudados e descritos 18 exemplos na seção de Linhas de Influência, do curso *Dr. Structure* de Lakmazaheri (2022). Onde para Reação são 6 exemplos, para Cisalhamento 6 exemplos, e para Momentos Fletores 6 exemplos. Alcançando o objetivo principal do estudo desse trabalho que consiste em aprender a fazer o traçado das Linhas de Influência em várias pontes. Também foi traduzido, estudado e explicado a seção do curso de Lakmazaheri (2022) de Análise de uma Ponte de vão Curto para elaboração do estudo de caso.

Nesse estudo de caso foram analisadas várias possibilidades de Linhas de Influência, para reações máximas, cisalhamento máximo e momentos fletores (+) e (-) máximos, junto com os Esforços Externos, e como resultado foi gerado os Esforços Solicitantes/Internos.

Esses resultados do método de Lakmazaheri (2022) foram comparados com os resultados do aplicativo do Ftool, para a equivalência destes. E para finalizar foi realizado uma interpretação desses resultados na perspectiva de um engenheiro estrutural, em uma visão prática.

3.2 MODELO PARA O TRAÇADO DAS LINHAS DE INFLUÊNCIA EM PONTE EM VIGA

Foi traçado linhas de influência para uma Ponte Mista de Vigas de Aço e Laje de Concreto armado para colocar em prática o estudo da linha de influência sob a ação dos esforços solicitantes, confirmando os pontos fracos da ponte nas seções de Reação, Cisalhamento e Momento Fletores positivos e negativos, máximos.

Neste trabalho é mostrado um exemplo de cálculo de Ponte Mista, de laje de Concreto com vigas longarinas metálicas de Aço, realizado a mão, ou seja, sem o uso de softwares, para colocarmos em teste a eficácia das Linhas de Influência no método de Lakmazaheri (2022), que também são todas traçadas a mão. Nesse estudo, têm-se como

resultados os esforços de flexão das vigas, representados pelos Momentos (+) e (-), a ligação metálica entre vigas onde o maior ponto de cisalhamento ocorre, e a reação máxima que ocorre na reação de apoio.

3.3 ESTUDO DE CASO

Exemplo de Estudo de Caso, para aplicação do traçado das linhas de influência e para obtenção dos Esforços Solicitantes para dimensionar uma ponte.

Vamos analisar a força de Reação, de Cisalhamento e de Momento Fletor nas Vigas que suportam a Ponte mostrada na Figura 48.

Figura 48 e 49 – Ponte do estudo de caso.



Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932644-analysis-of-a-short-span-bridge> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

Segue o dimensionamento do Peso Permanente total em cada Viga:

- ✓ Laje: $t = 0,3 \text{ m}$, $l = 14 \text{ m}$ e $\gamma_c = 25 \text{ KN/m}^3$
- ✓ Peso distribuído da Laje para cada Viga: $P = \frac{(\gamma \cdot t \cdot l)}{4} = 26,25 \text{ KN/m}$
- ✓ Seção da Área da Viga: $A = 0,09 \text{ m}^2$
- ✓ Peso específico da Viga: $\gamma_s = 78 \text{ KN/m}^3$
- ✓ Peso Próprio da Viga: $P = 78 \cdot 0,09 = 7,02 \text{ KN/m}$
- ✓ Peso Permanente total em cada Viga: $P = 26,25 + 7,02 = 33,27 \text{ KN/m}$

São considerados três cargas, do curso de Lakmazaheri (2022), passando sobre a ponte, a Carga de Pista Designada de $9,3 \text{ KN/m}$, a Carga de Caminhão Designada como mostra a Figura 49. A Carga Aleatória Designada está apresentada na Figura 50. A viga de cálculo da ponte está mostrada na Figura 51. A Figura 52 mostra a representação gráfica da ponte do Estudo de Caso.

Figura 50 e 51 - Carga de Pista Designada de $9,3 \text{ KN/m}$ e Carga de Caminhão Designada



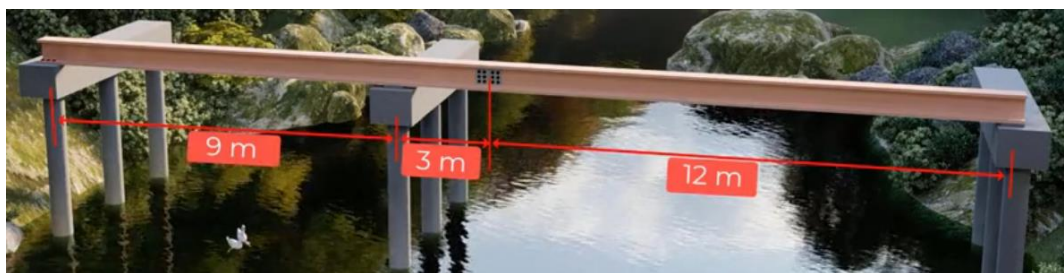
Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932644-analysis-of-a-short-span-bridge> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

Figura 52 - Carga Aleatória Designada



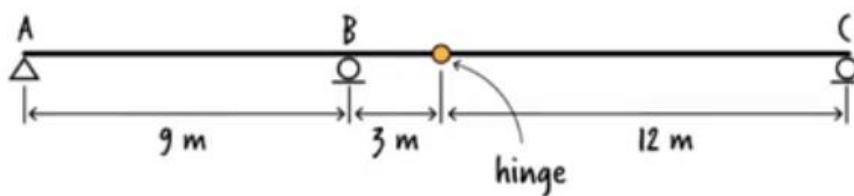
Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932644-analysis-of-a-short-span-bridge> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

Figura 53 - Viga de cálculo da ponte



Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932644-analysis-of-a-short-span-bridge> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

Figura 54 – Representação gráfica da ponte do Estudo de Caso



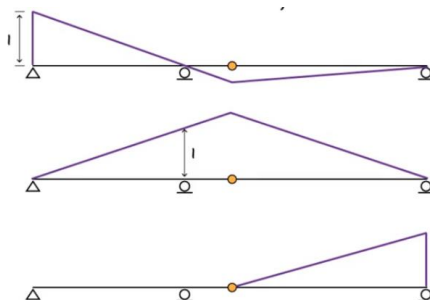
Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932644-analysis-of-a-short-span-bridge> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Cálculo da Reação Máxima

Traça-se as LI para cada um dos apoios em A, B e C, respectivamente, para encontrar a maior debilidade da ponte. A Figura 55 mostra a representação das linhas de influência para encontrar a reação máxima.

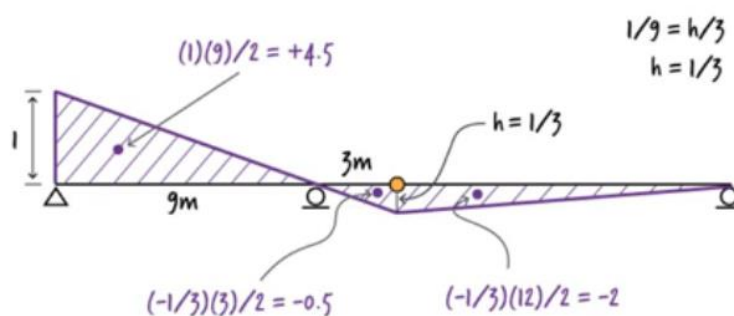
Figura 55 – Representação das LI para encontrar a Reação Máxima



Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932644-analysis-of-a-short-span-bridge> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

No primeiro apoio, em A, conseguimos determinar a altura do triângulo negativo (abaixo da linha horizontal), por geometria, já que temos os dados do triângulo positivo (acima da linha horizontal). E depois encontra-se as áreas de cada triângulo negativo, como mostra a Figura 56.

Figura 56 – Representação da LI de Reação em A



Fonte:

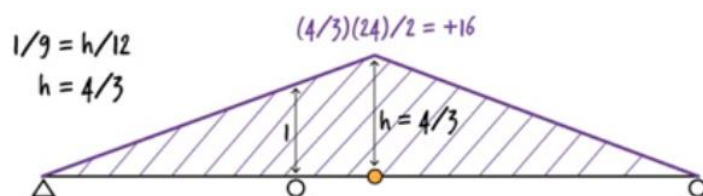
Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932644-analysis-of-a-short-span-bridge> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

Para calcular a máxima Reação vertical em A, multiplica-se o Peso Permanente Total da Viga pela área do triângulo positivo e pela área do triângulo negativo, e somam os valores, conforme mostra a Equação 1.

$$RA_{\text{máx}} = 33,27 * (4,5 - 0,5 - 2) = 66,54 \text{ KN} \quad (1)$$

Repete-se o processo para a LI de B e de C, mas nesses casos só temos triângulos positivos, como apresentam as Figura 57 e 58. As Equações 2 e 3 mostram o cálculo das reações em B e C máximas, respectivamente.

Figura 57 – Representação da LI de Reação em B



Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932644-analysis-of-a-short-span-bridge> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

$$RB_{\text{máx}} = 16 * 33,27 = 532,32 \text{ KN} \quad (2)$$

Figura 58 – Representação da LI de Reação em C



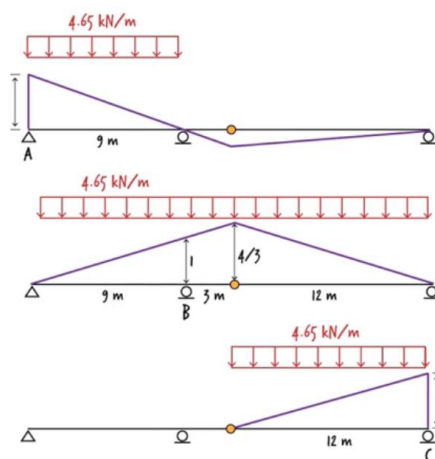
Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932644-analysis-of-a-short-span-bridge> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

$$RC_{\text{máx}} = 6 * 33,27 = 199,62 \text{ KN} \quad (3)$$

Observa-se que a maior Reação na Viga ocorre quando o carregamento está em B. Dos 3 carregamentos (Carga de Pista, Carga de Caminhão e Carga Aleatória) foi analisado a combinação de 2 carregamentos na ponte por vez. A Carga de Pista associada a Carga de Caminhão ou a Carga de Pista associada a Carga Aleatória. Como se trata de 4 vigas e duas pistas, para 2 cargas de transição, cada viga vai suportar metade de uma Carga de transição.

Colocando a Carga de Pista de $9,3 \text{ kN/m}$ por viga em uma pista temos $4,65 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$. Esse valor deve ser distribuído em cada Linha de Influência traçada (A, B e C) referente a porção positiva de cada triângulo, para alcançar o maior carregamento possível. Conforme a Figura 59.

Figura 59 – Aplicando a Carga Externa na LI



Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932644-analysis-of-a-short-span-bridge> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

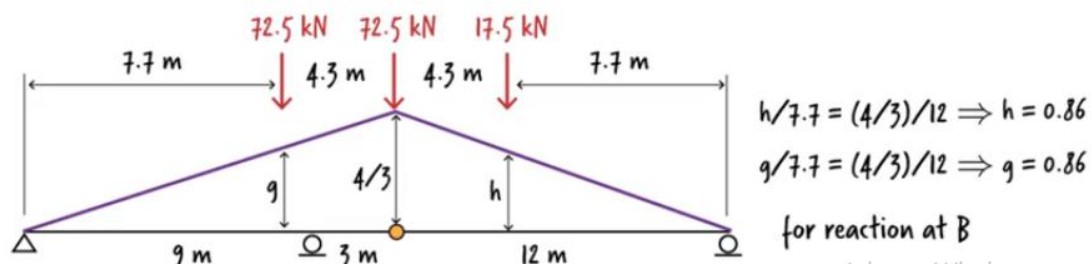
Como a área do maior triângulo é claramente percebida sendo na LI de B, não necessitamos fazer cálculos para descobrir onde teremos a maior reação. Basta multiplicar a carga pela área do triângulo em B, como apresenta a Equação 3.

$$RB = 16 * 4,65 = 74,4 \text{ kN} \quad (3)$$

Ao posicionar a Carga de Caminhão, deve-se colocar as forças de tal maneira que estejam na maior altura do triângulo possível (h), pois no ponto mais alto do triângulo temos um triângulo com maior área que será multiplicado pela força e consequentemente gerar o maior carregamento que necessitamos.

Para a reação em B basta multiplicar a altura de cada triângulo da LI de B, pela força que incide em cada h. Conforme ilustrado na Figura 60. A Equação 4 apresenta o cálculo da reação em B.

Figura 60 – Aplicando as Carga Externa Concentradas nas alturas dos Triângulos encontrados por geometria dos triângulos.



Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932644-analysis-of-a-short-span-bridge> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

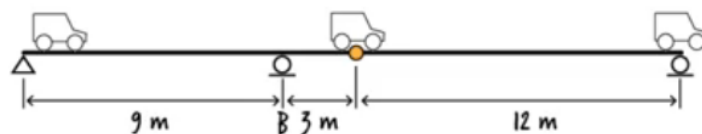
$$R_B = 72,5 * 0,86 + 72,5 * \frac{4}{3} + 17,5 * 0,86 = 174 \text{ KN} \quad (4)$$

A Reação Máxima na LI em B para o carregamento de Carga de Pista e Carga de Caminhão é mostrado na Equação 5.

$$R_{B\text{máx}} = 74,4 + 174 = \mathbf{248,4 \text{ KN}}. \quad (5)$$

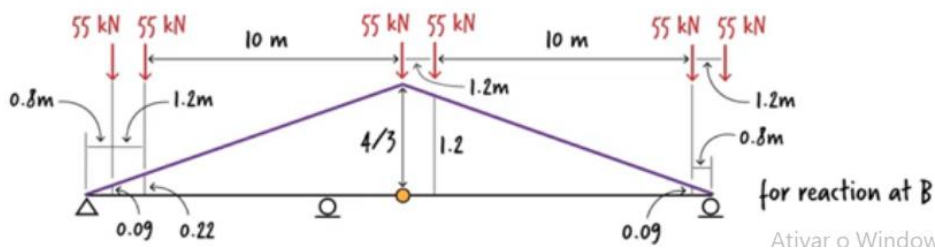
Calcula-se agora a outra combinação, que é Carga de Pista com a Carga Aleatória. Para a carga aleatória, colocamos 3 veículos em 3 pontos da ponte, conforme mostra a Figura 59. E encontra-se a altura do h de cada triângulo, multiplicado por sua respectiva força de 55 kN, como mostra a Figura 61. A Equação 6 mostra o cálculo da reação em B.

Figura 61 – Representação Gráfica da Carga Aleatória na LI com Reação em B



Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932644-analysis-of-a-short-span-bridge> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

Figura 62 – Aplicando a Carga Aleatória na LI com Reação em B



Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932644-analysis-of-a-short-span-bridge> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

$$R_B = 55 * \left(0,09 + 0,22 + \frac{4}{3} + 1,2 + 0,09\right) = 161,3 \text{ KN} \quad (6)$$

A Reação Máxima na LI em B para o carregamento de Carga de Pista e Carga Aleatória é inferior a da primeira combinação, como mostra a Equação 7.

$$R_{B\text{máx}} = 74,4 + 161,3 = 235,7 \text{ KN/m} \quad (7)$$

Portanto a combinação de Carga de Pista com Carga de Caminhão será a utilizada para cálculo. Aplicando os coeficientes de segurança de 1,25 para Carga Permanente e 1,75 para Carga Transitória obtem a máxima Reação em B, conforme Equação 8.

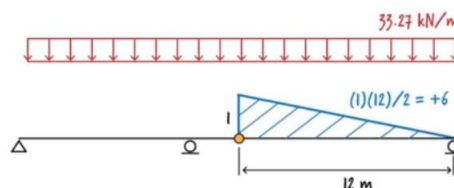
$$R_{B\text{máx}} = 1,25 * 532,32 + 1,75 * 248,4 = \mathbf{1100,1 \text{ KN}}$$

Cálculo do Cisalhamento Máximo

Traça a LI no ponto da rótula e analisamos as 3 cargas atuando na área do triângulo positivo formado. A Figura 63 mostra a aplicação da Carga de Peso Próprio na LI de Cisalhamento na Rótula, o cálculo do esforço cortante na rótula está mostrado na Equação (9). A Figura 64 e a Equação 10 mostram a aplicação da Carga de Pista na LI de Cisalhamento na Rótula. Para a carga de caminhão pode-se visualizar pela Figura 65 e a Equação 11 a aplicação da Carga de Caminhão na LI de Cisalhamento na Rótula.

- Carga Permanente

Figura 63 – Aplicando a Carga de Peso Próprio na LI de Cisalhamento na Rótula

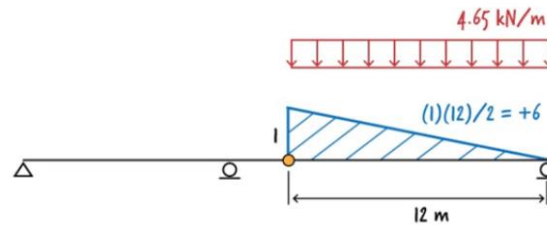


Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932644-analysis-of-a-short-span-bridge> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

$$V_{rótula} = 33,27 * 6 = 199,62 \text{ KN} \quad (9)$$

- Carga de Pista

Figura 64– Aplicando a Carga de Pista na LI de Cisalhamento na Rótula



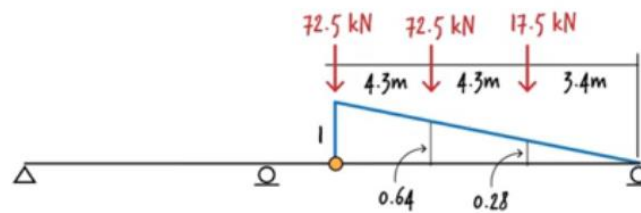
Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932644-analysis-of-a-short-span-bridge> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

$$V_{rótula} = 4,65 * 6 = 27,9 \text{ KN}$$

(10)

- Carga de Caminhão

Figura 65 – Aplicando a Carga de Caminhão na LI de Cisalhamento na Rótula

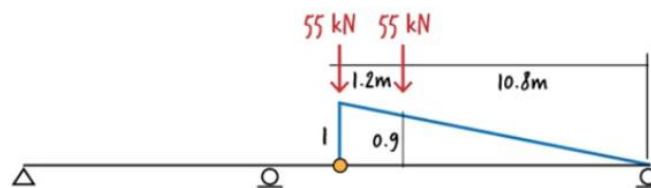


Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932644-analysis-of-a-short-span-bridge> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

$$V_{rótula} = 72,5 * (1 + 0,64) + 17,5 * 0,28 = 123,8 \text{ KN} \quad (11)$$

- Carga Aleatória

Figura 66 – Aplicando a Carga Aleatória na LI de Cisalhamento na Rótula



Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932644-analysis-of-a-short-span-bridge> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

$$V_{rótula} = 55 \cdot 1,9 = 104,5 \text{ KN}$$

Entre os carregamentos encontrados a combinação de maior carregamento está na Carga de Pista + Carga de Caminhão.

$$V_{rótula} = 27,9 + 123,8 = \mathbf{151,7 \text{ KN}}$$

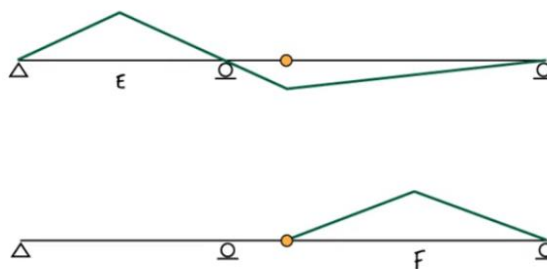
Aplicando os coeficientes de segurança de 1,25 para Carga Permanente e 1,75 para Carga Transitória obtemos o máximo Cisalhamento para a Rótula:

$$V_{rótulamáx} = 1,25 \cdot 199,62 + 1,75 \cdot 151,7 = \mathbf{515 \text{ KN}}$$

Máximo Momento Positivo

Para calcular o local de maior momento positivo traçamos as LI para a ponte e analisamos o centro dos dois maiores vãos. Deve se achar as reações usando as equações da estática.

Figura 67 – LI em Momento E e em F



Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932644-analysis-of-a-short-span-bridge> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

Ponto E: $Fa = 0,5$, $Fb = 0,5$, $M = 2,25 \text{ KN.m}$. O momento de 2,25 é o $h1$.

O $h2 = 1,5 \text{ m}$, por geometria de triângulos.

Ponto F: $Fc = 0,5$ e $Fd = 0,5$, $M = 3 \text{ Kn.m}$. Portanto o $h3 = 3 \text{ m}$.

Calcula-se as áreas de cada triângulo:

$$A1 = \frac{9 \cdot 2,25}{2} = 10,125 \text{ m}^2; A2 = \frac{-1,5 \cdot 15}{2} = -11,25 \text{ m}^2; A3 = \frac{3 \cdot 12}{2} = 18 \text{ m}^2$$

Portanto, a área 3, vão da direita é onde ocorre o maior momento. É nesse triângulo que iremos calcular os momentos positivos. Deve-se então analisar as Cargas Permanentes e as Cargas de Transição nesse vão, para encontrar o maior momento positivo.

- Carga Permanente

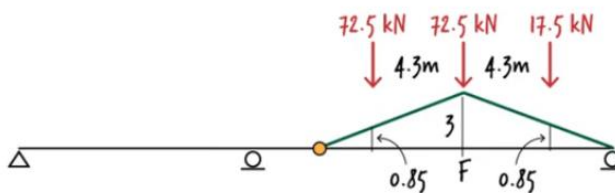
$$M_{\text{positivo}} = 33,27 \cdot 18 = 598,86 \text{ KN.m}$$

- Carga de Pista

$$M_{\text{positivo}} = 4,65 \cdot 18 = 83,7 \text{ KN.m}$$

- Carga de Caminhão

Figura 68 – Aplicando a Carga de Caminhão na LI em Momento em F

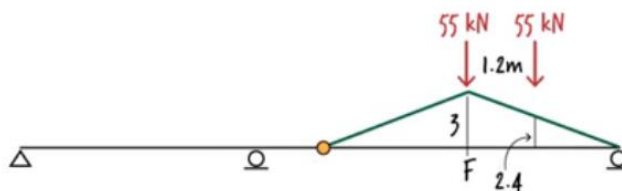


Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932644-analysis-of-a-short-span-bridge> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

$$M_{\text{positivo}} = 72,5 \cdot (3 + 0,85) + 17,5 \cdot 0,85 = 294 \text{ KN.m}$$

- Carga Aleatória

Figura 69 – Aplicando a Carga Aleatória na LI em Momento em F



$$M_{\text{positivo}} = 55 \cdot (3 + 2,4) = 297 \text{ KN.m}$$

Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932644-analysis-of-a-short-span-bridge> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

A maior combinação está entre a Carga de Pista com a Carga Aleatória que dá o total de:

$$M_{\text{positivo}} = 83,7 + 297 = \mathbf{380,7 \text{ KN.m.}}$$

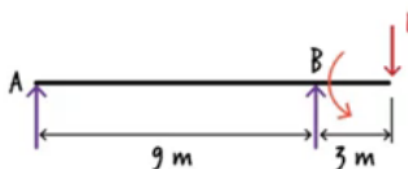
Aplicando os coeficientes de segurança de 1,25 para Carga Permanente e 1,75 para Carga Transitória obtemos o máximo momento positivo da ponte:

$$M_{\text{positivo máximo}} = 1,25 * 598,86 + 1,75 * 380,7 = \mathbf{1414,8 \text{ KN.m}}$$

Máximo Momento Negativo

Já foi calculado o Momento negativo para E, agora vamos calcular o momento negativo para B, para descobrirmos qual é o maior.

Figura 70 – Descobrindo a altura do Triângulo

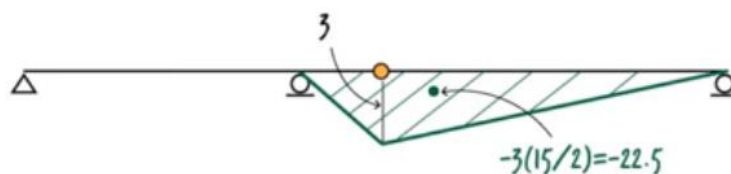


Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932644-analysis-of-a-short-span-bridge> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

$$M = F \cdot d / B = 1 \cdot 3 = 3$$

Portanto a altura do triângulo negativo é 3.

Figura 71 – LI de Momento Negativo Máximo



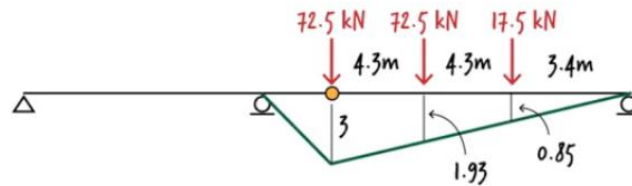
Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932644-analysis-of-a-short-span-bridge> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

O momento em B é de -22,5 m², que é maior do que -11,25 m² de E, portanto, Momento em B fornece um momento negativo maior. Agora vamos fazer os carregamentos.

- Carga Permanente: $M_{\text{negativo}} = 33,27 * (-22,5) = -747,58 \text{ KN.m}$

- Carga de Pista: $M_{negativo} = 4,65 * (-22,5) = -104,63 \text{ KN.m}$
- Carga de Caminhão: $M_{negativo} = 72,5 * (3 + 1,93) + 17,5 * 0,85 = -372,3 \text{ KN.m}$

Figura 72 – Aplicando a Carga de Caminhão no Momento Fletor Negativo Máximo

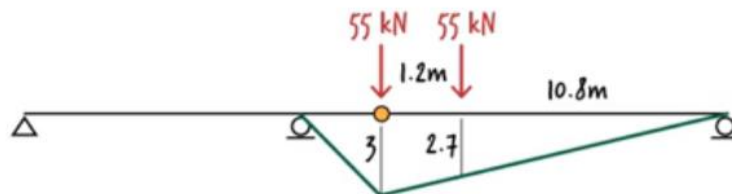


$$M_{negativo} = 72,5 * (3 + 1,93) + 17,5 * 0,85 = -372,3 \text{ KN.m}$$

Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932644-analysis-of-a-short-span-bridge> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

- Carga Aleatória:

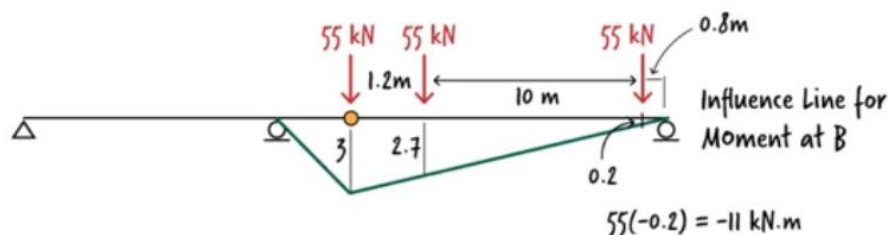
Figura 73 – Aplicando a Carga Aleatória no Momento Fletor Negativo Máximo



Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932644-analysis-of-a-short-span-bridge> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

$$M_{negativo} = 55 * (3 + 2,7) = -313,5 \text{ Kn.m}$$

Figura 74 – Aplicando uma carga extra de Carga Aleatória no Momento Fletor Negativo Máximo



Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932644-analysis-of-a-short-span-bridge> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

Calculando uma segunda carga aleatória temos:

$$M_{negativo} = -313,5 - 11 = -324,5 \text{ KN.m}$$

A combinação de Carga de Pista com Carga de Caminhão é maior, portanto essa que será escolhida.

$$M_{negativo} = -104,63 - 372,3 = -476,93 \text{ KN.m}$$

Aplicando os coeficientes de segurança de 1,25 para Carga Permanente e 1,75 para Carga Transitória obtemos o máximo momento negativo em B:

$$M_{negativomáximo} = 1,25 * -747,58 + 1,75 * -476,93 = -1769,1 \text{ KN.m}$$

Esforços Solicitantes Encontrados:

A máxima reação ocorre em B com 1100,1 kN por viga.

Figura 75- Esforço de Reação de Apoio Máxima encontrado no apoio B



Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932644-analysis-of-a-short-span-bridge> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

O termo “*maximum vertical reaction per girder: 1100 KN*” se refere a máxima reação vertical por viga de 1100 KN.

Esse esforço máximo de Reação condiz com a visão de que esses pilares estão segurando os maiores pesos provenientes das metades de cada laje, tanto do lado direito como do lado esquerdo. O engenheiro estrutural poderá reduzir ou aumentar o tamanho dos pilares, da transversina, ou das estacas na fundação, assim como o seu bloco. Também poderá escolher o Fck para a Infra, Mesio ou Superestrutura.

A maior força de cisalhamento ocorre na rótula localiza entre as longarinas com 515 KN.

Figura 76 – Esforço de Cisalhamento Máximo encontrado na rótula



Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932644-analysis-of-a-short-span-bridge> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

O termo “*shear at the hinge per girder: 515 KN*” se refere ao cisalhamento na rótula por viga de 515 KN.

Esse esforço máximo de cisalhamento que ocorre na ligação metálica poderá ser projetado pelo engenheiro estrutural para que não ocorra rasgamento da placa ou cisalhamento dos parafusos, em outras palavras a ligação deverá suportar a carga que passa em essa estrutura sem ser superdimensionada para que não haja gastos econômicos excessivos ou desperdício de elementos.

O Momento Máximo Positivo ocorre no meio do segundo vão (F), no valor de 1414,8 KN.m

Figura 77 – Máximo momento Positivo encontrado no centro do vão em F



Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932644-analysis-of-a-short-span-bridge> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

O termo “*maximum positive moment per girder: 1415 Kn-m*” se refere ao máximo momento positivo por viga: 1415 KN.m.

O engenheiro projetista deverá saber as características da viga com o manual do fabricante da viga de aço o quanto de momento fletor positivo a sua longarina suporta. Para que esse esforço interno obtido não esteja superior ao que a viga suporta ou muito inferior para que haja desperdício.

O Momento Máximo Negativo ocorre ponto B no valor de -1769,1 KN.m .

Figura 78 – Máximo Momento Negativo no Apoio em B



Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932644-analysis-of-a-short-span-bridge> Acesso em: 11, de Dez de 2022.

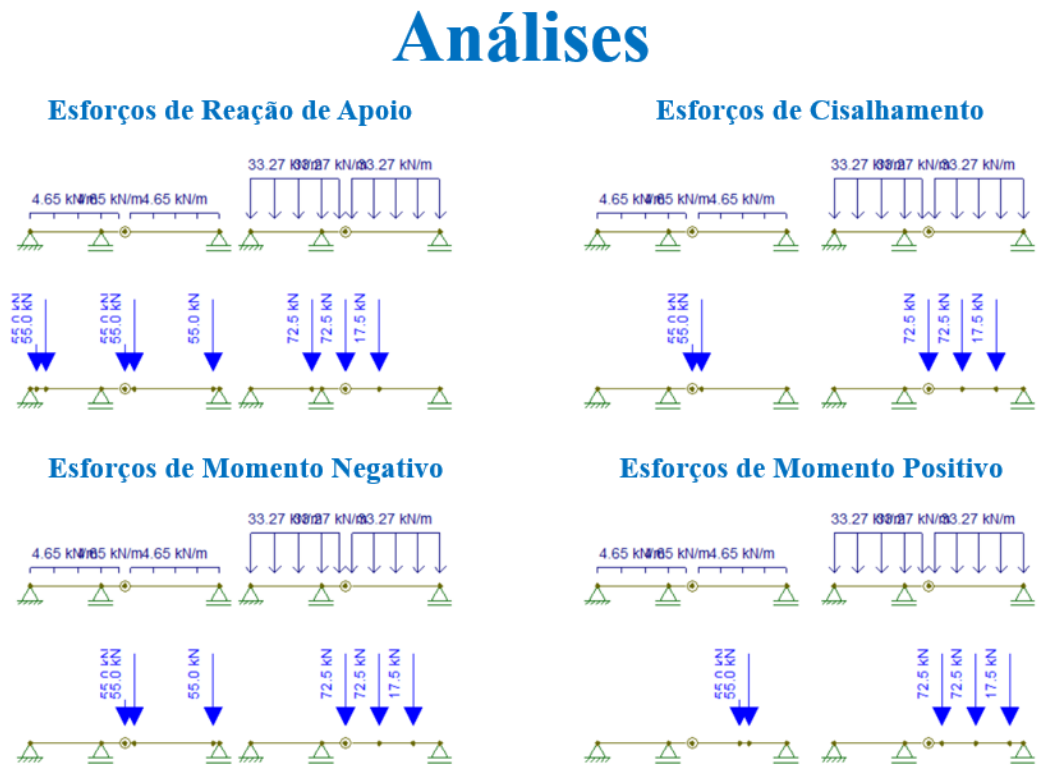
O termo “*maximum negative moment per girder: 1770 kN-m*” se refere ao máximo momento negativo por viga: 1770 KN.m.

O projetista deverá saber as características da viga com o manual de fabricante da longarina, do quanto de momento fletor negativo sua viga suporta. Ele poderá escolher uma viga maior ou menor conforme o que lhe é solicitado pela estrutura, de acordo também com os veículos que irão passar em sua ponte, e suas combinações.

5 COMPARAÇÃO ENTRE LAKMAZAHERI (2022) E FTOOL

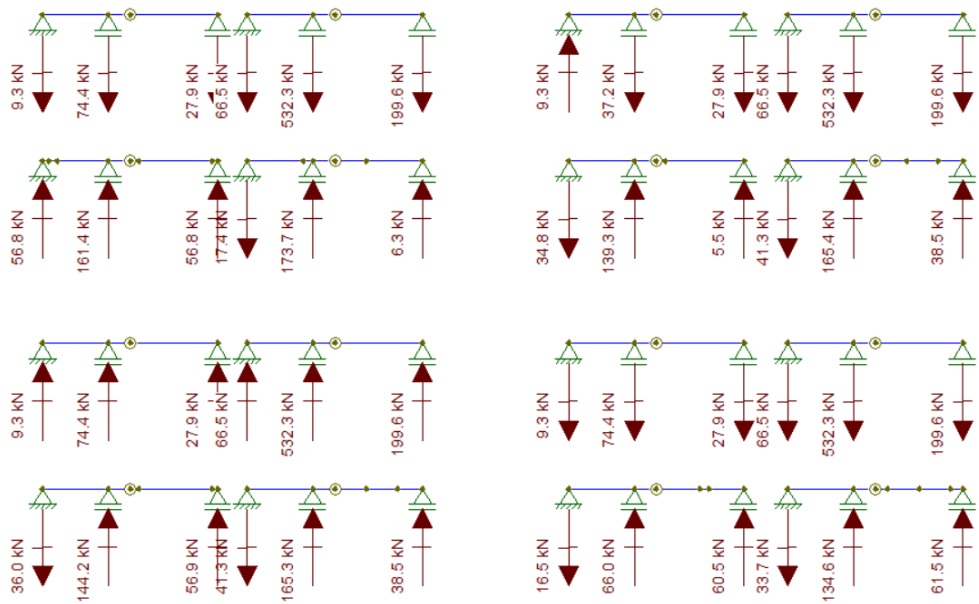
Foi elaborado o estudo de caso no Ftool para efeito de comparação com o método de Lakmazaheri (2022). Adiante está cada resultado dos esforços internos, ou seja, dos esforços de reação, cisalhamento e momentos fletores positivos e negativos.

Figura 79 – Análises dos Esforços Solicitantes – Disposição das Cargas



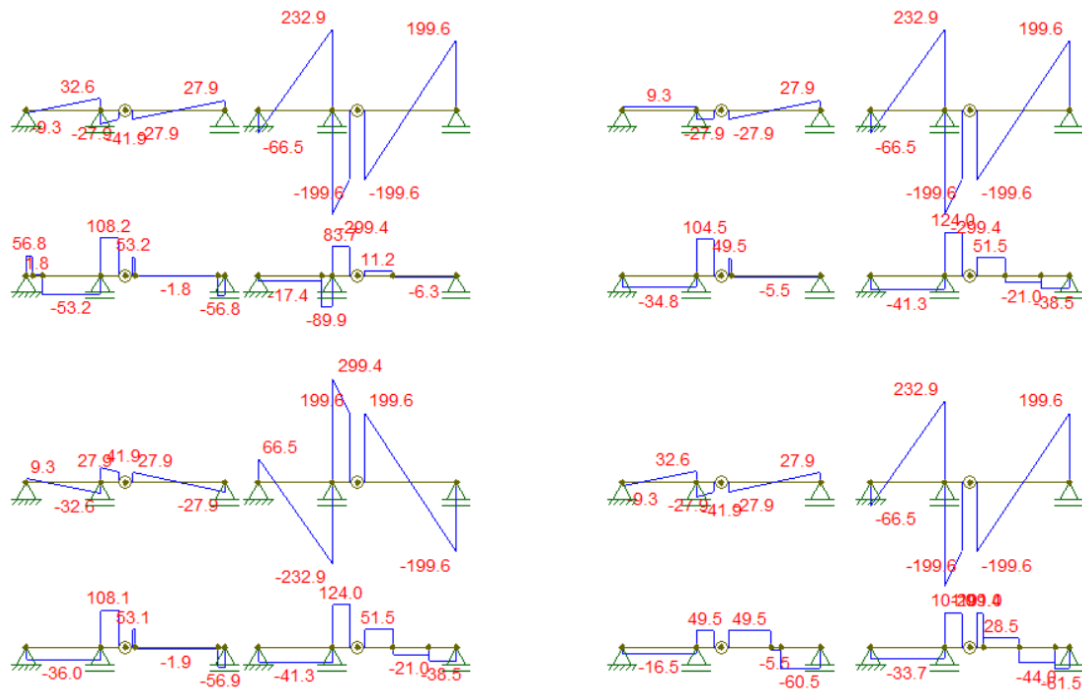
- Reações

Figura 80 – Análises dos Esforços Solicitantes – Reações de Apoio



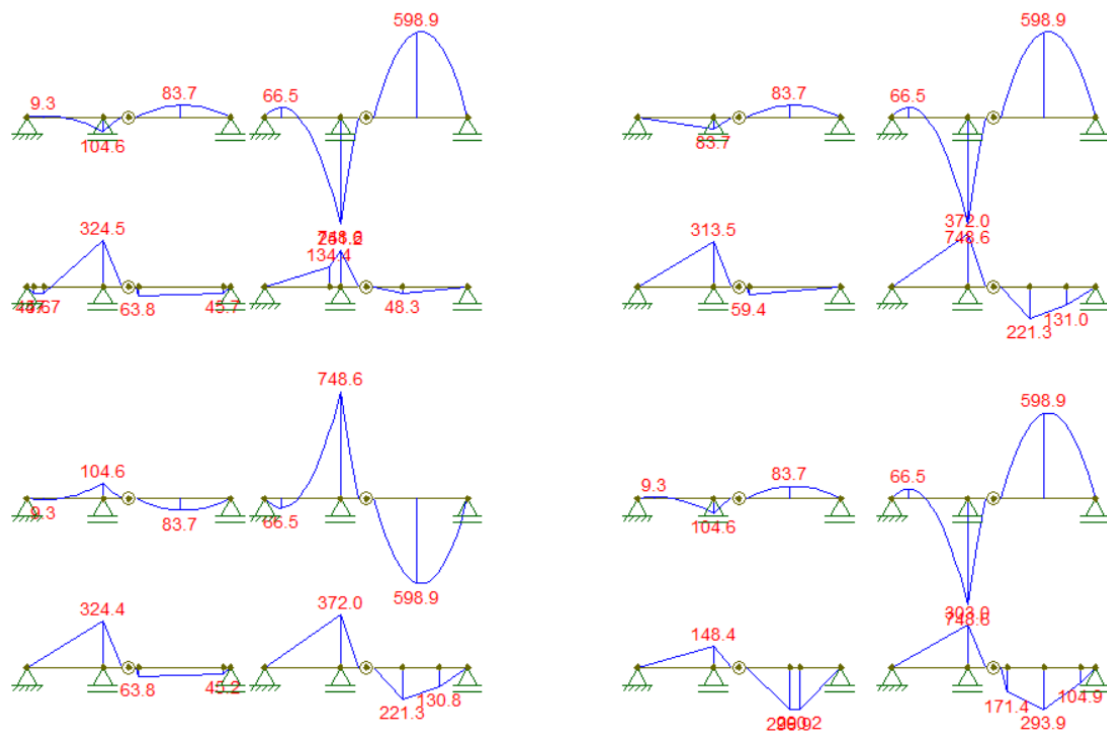
- Cisalhamento

Figura 81 – Análises dos Esforços Solicitantes – Cisalhamentos



- Momentos Fletores

Figura 82 – Análises dos Esforços Solicitantes – Momentos Fletores Positivos e Negativos



Comparação entre o método de Lakmazaheri (2022) e o aplicativo do Ftool

Figura 83 – Comparação do Método Lakmazaheri (2022) com o FTOOL

Comparação dos Resultados		Lakmazaheri	vs	Ftool	Diferença
Reação Máxima	Carga Permanente	532,32	vs	532,3	0,02
	Carga de Pista	74,4	vs	74,4	0
	Carga Aleatória	161,3	vs	161,4	-0,1
	Carga de Caminhão	174	vs	173,7	0,3
Cisalhamento	Carga Permanente	199,62	vs	199,6	0,02
	Carga de Pista	27,9	vs	27,9	0
	Carga Aleatória	104,5	vs	104,5	0
	Carga de Caminhão	123,8	vs	124	-0,2
Momento Positivo	Carga Permanente	598,86	vs	598,9	-0,04
	Carga de Pista	83,7	vs	83,7	0
	Carga Aleatória	297	vs	296,9	0,1
	Carga de Caminhão	294	vs	293,9	0,1
Momento Negativo	Carga Permanente	-747,58	vs	-748,6	1,02
	Carga de Pista	-104,63	vs	-104,6	-0,03
	Carga Aleatória	-324,5	vs	-324,4	-0,1
	Carga de Caminhão	-372,3	vs	-372	-0,3

6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Como foi estudado, traçamos as linhas de influência em um caso de estudo, utilizando o método de Lakmazaheri (2022) para isso, e colocamos nossas cargas nos pontos mais altos de cada forma geométrica que nos gerasse os maiores esforços solicitantes da ponte estudada. Uma vez que é projetado a ponte para suportar esses esforços solicitantes máximos encontrados, toda a ponte estará satisfatória.

Os resultados do método de Lakmazaheri (2022) e do aplicativo FTOOL são muito semelhantes, o que valida a eficiência do método do Lakmazaheri (2022) pelo Ftool, onde Lakmazaheri (2022) mostra que sua praticidade e simplicidade são válidas para os engenheiros, na obtenção dos esforços internos com o uso das Linhas de Influência para projetar suas pontes de pequena extensão.

Uma vez que foi provado a funcionabilidade do método de Lakmazaheri (2022) sugere-se para trabalhos futuros que seria interessante que fosse calculado e projetado também a mão, as transversinas, os pilares e suas fundações, da ponte, finalizando todo o dimensionamento da ponte à mão.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

LAKMAZAHERI, Sivand. Dr. Structure - Educative Technologies, LLC. Disponível em: <https://courses.structure.education/courses/take/structural-analysis-i/lessons/19932623-shear-influence-line> Acesso em 17/06/2022.

EL DEBS, Mounir Khalil. **INTRODUÇÃO AS PONTES DE CONCRETO**. Universidade de São Paulo escola de engenharia de São Carlos, Departamento de Engenharia de Estruturas, 2007.

FERNANDES, Antônio. **Uma Introdução ao Estudo das Pontes em Viga**. Artigo: Ciências Exatas e tecnológicas | Aracaju | v.4 | n. 1 | p. 115-138 | Março 2017| periódicos.set.edu.br.

LUCHI, Lorenzo. **REAVALIAÇÃO DO TREM-TIPO À LUZ DAS CARGAS REAIS NAS RODOVIAS BRASILEIRAS**. Obtenção do título de doutor. Acesso em 25/05/2022.

MATOS, Lucas. **ANÁLISE DAS CARGAS MÓVEIS SOBRE A PONTE RODOVIÁRIA SOBRE RIO BANDEIRANTE DO NORTE À LUZ DA NORMA NBR 7188:2013**. UNICESUMAR. <http://rdu.unicesumar.edu.br/handle/123456789/311>. Acessado em 16/05/2022.

OLIVEIRA, Rodrigues. **Determinação dos esforços nas longarinas de uma ponte de concreto armado**. TCC, Curso de Engenharia Civil, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, UTFPR, 2019. Disponível em: <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/25128> Acessado em 16/05/2022.

PAIVA, Vitor. **TRAÇADO AUTOMÁTICO DE LINHAS DE INFLUÊNCIA EM VIGAS**. TCC.

SOUZA, Renato. **Determinação dos Esforços na Longarina em Pontes de Concreto Armado**. TCC, Curso de Engenharia Civil, UniEvangélica, Anápolis, GO, 64p. 2017.
Disponível em: http://45.4.96.19/bitstream/aee/941/1/20172_TCC_RenattoDeSouza.pdf
.Acessado em 16/05/22.